

C. BĂLA

L. ȚOGUI

M. CĂVRIG

MASINI ELECTRICE

◆ PROBLEME ◆



◆
EDITURA DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ
BUCUREȘTI - 1974

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI ÎNVĂȚĂMÎNTULUI

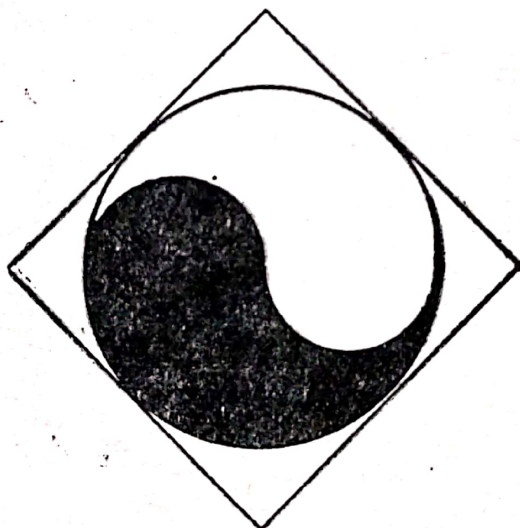
LUXANDRA ȚOGUI

CONSTANTIN BĂLĂ

MIRCEA COVRIG

MASINI ELECTRICE

♦ PROBLEME ♦



EDITURA DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ
BUCUREȘTI

GRIGORAȘ C. CONSTANTIN

CUPRINS

Cap. 1. Probleme generale	5
1.1. Cîmpuri magnetice și inductivități	5
1.2. Tensiuni induse	23
1.3. Forțe și cupluri în cîmpul magnetic	35
Cap. 2. Transformatorul	44
2.1. Inductivități, scheme echivalente și diagrame de fazori	44
2.2. Scheme și grupe de conexiuni	83
2.3. Funcționarea în paralel a transformatoarelor	103
2.4. Curenți de scurtcircuit	109
2.5. Regimuri tranzitorii și dimensionarea transformatorului	122
Cap. 3. Cîmpuri magnetice învîrtitoare și înfășurări de curent alternativ	149
3.1. Cîmpuri magnetice învîrtitoare, inductivități ciclice și tensiuni electromotoare induse	149
3.2. Înfășurări de curent alternativ	178
Cap. 4. Mașina asincronă	195
4.1. Scheme echivalente	195
4.2. Regimuri simetrice de funcționare	206
4.3. Pornirea motoarelor asincrone și regimuri asimetrice de funcționare	239
Cap. 5. Mașina sincronă	259
5.1. Cîmpuri magnetice, reactanțe sincrone și diagrame de fazori	259
5.2. Funcționarea în sarcină	271
5.3. Regimuri dinamice	285
5.4. Regimuri nesimetrice	302
Cap. 6. Mașina de curent continuu	315
6.1. Înfășurări tip indus de curent continuu	315
6.2. Caracteristicile de funcționare ale generatoarelor de curent continuu	323
6.3. Regimuri tranzitorii la generatoarele de curent continuu	330
6.4. Caracteristicile de funcționare ale motoarelor de curent continuu	339
6.5. Funcționarea grupurilor de mașini de curent continuu	366
6.6. Regimuri dinamice de funcționare ale motoarelor de curent continuu	371
Cap. 7. Mașini de curent alternativ cu colector	380
Cap. 8. Probleme propuse	386
Semnificația notațiilor utilizate	394
Bibliografie	399

PREFAȚĂ

Lucrarea cuprinde 237 probleme rezolvate (cap. 1 ... 7) și 30 probleme propuse (cap. 8), referitoare la: conversiunea electromecanică a energiei, funcționarea mașinilor și transformatoarelor electrice în regim staționar, determinarea parametrilor și schemelor echivalente, regimurile tranzitorii ale mașinilor și transformatoarelor electrice, înfășurările mașinilor electrice.

Problemele conținute constituie aplicații curente, tratate la curs, la seminarii sau care au fost date studenților spre rezolvare în ultimii ani. Ordinea de prezentare aleasă este în concordanță cu ordinea în care aceste probleme sînt tratate la cursul de Teoria și încercările mașinilor electrice predat la Facultatea electrotehnică de la Institutul politehnic din București.

Prin modul în care este concepută lucrarea s-a urmărit ca ea să ajute la aprofundarea sistematică de către studenți a noțiunilor de bază utilizate în teoria mașinilor electrice, la cunoașterea metodelor de calcul utilizate în studiul mașinilor electrice și să fie folositoare celor care activează în aceste domenii la aprofundarea teoriei fenomenelor electromagnetice și a proceselor de conversiune electromecanică a energiei, care au loc în sistemele electromagnetice.

Enunțurile problemelor și rezolvările lor sînt date în sistemul de unități MKSA — raționalizat, iar notațiile folosite sînt explicate atît în text cît și în anexa de la sfîrșitul lucrării.

Lucrarea se adresează studenților de la Facultățile electrotehnică, electromecanică, energetică, automatică, precum și tinerilor ingineri din aceste specialități.

Elaborarea întregii lucrări a fost efectuată în comun de către autori cu o participare în egală măsură din partea fiecăruia.

Capitolul 1.

PROBLEME GENERALE

1.1. CIMPURI MAGNETICE ȘI INDUCTIVITĂȚI

1.1. Se consideră două armături feromagnetice, desfășurate, dintre care una netedă, iar cealaltă crestată. Dimensiunile dinților, creștăturilor și întrefierului, notate corespunzător cu figura 1.1 sînt: lărgimea întrefierului $\delta = 1,5$ mm, lărgimea creștăturii $b = 15$ mm, pasul creștăturilor $\tau_c = 30$ mm. Datorită creștării unei armături fluxul magnetic scade. Se cere să se calculeze raportul dintre fluxul magnetic pe un pas de creștătură în cazul armăturii necrestate și fluxul corespunzător în cazul armăturii crestate. Se va aplica metoda de aproximare a liniilor de cîmp; liniile cîmpului magnetic se aproximează în zona creștăturii prin arce de cerc și segmente de dreaptă. Suprafețele armăturilor se consideră echipotențiale magnetic.

Soluție. Fluxul magnetic pe un pas de creștătură τ_c și lungimea l , la armăturile necrestate este:

$$\Phi = B_{\delta} \cdot \tau_c \cdot l.$$

Cîmpul magnetic este repartizat uniform în întrefier, așa cum rezultă din figura 1.2, *a*.

În cazul armăturii crestate, cîmpul magnetic în dreptul dintelui se consideră constant și repartizat uniform (v. fig. 1.2, *b*).

În dreptul creștăturii cîmpul magnetic scade; valoarea sa se determină prin aplicarea legii circuitului magnetic de-a lungul conturului închis Γ (v. fig. 1.2, *b*):

$$H_{\delta} \cdot \delta - H_{\delta x} \left(\delta + \frac{\pi}{2} x \right) = 0, \text{ pentru } 0 \leq x \leq \frac{b}{2};$$

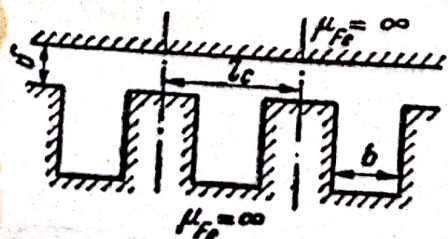


Figura 1.1.

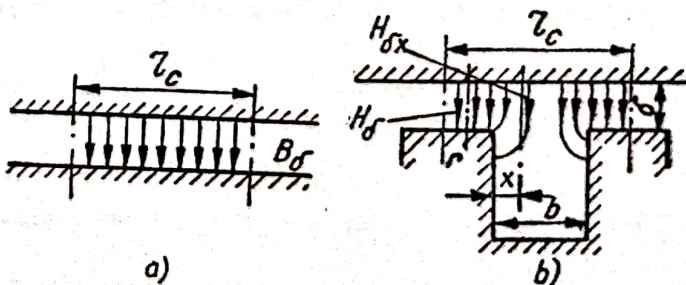


Figura 1.2.

de unde

$$H_{\delta x} = H_{\delta} \frac{\delta}{\delta + \frac{\pi}{2} x}.$$

Cîmpul magnetic rezultă din relația :

$$B_{\delta x} = \mu_0 H_{\delta x}$$

sau :

$$B_{\delta x} = \mu_0 H_{\delta} \frac{\delta}{\delta + \frac{\pi}{2} x} = B_{\delta} \frac{\delta}{\delta + \frac{\pi}{2} x}.$$

Deci fluxul magnetic la armătura crestată (pe un pas de crestătură) este :

$$\Phi' = (\tau_c - b) \cdot l \cdot B_{\delta} + 2 \int_0^{\frac{b}{2}} B_{\delta x} l \, dx.$$

Prin introducerea lui $B_{\delta x}$ determinat mai sus și efectuînd calculele rezultă :

$$\Phi' = (\tau_c - b) l B_{\delta} + 2 B_{\delta} l \frac{2}{\pi} \delta \ln \frac{\delta + \frac{\pi}{2} \frac{b}{2}}{\delta}.$$

Raportul fluxurilor Φ și Φ' este denumit factorul Carter și are expresia

$$k_c = \frac{\Phi}{\Phi'} = \frac{\tau_c l B_{\delta}}{(\tau_c - b) l B_{\delta} + 2 l \frac{2}{\pi} \delta B_{\delta} \ln \frac{\delta + \frac{\pi}{2} \frac{b}{2}}{\delta}}$$

sau

$$k_c = \frac{\tau_c}{\tau_c - b \left[1 - \frac{4}{\pi} \frac{\delta}{b} \ln \left(1 + \frac{\pi}{4} \frac{b}{\delta} \right) \right]}.$$

Înlocuind valorile numerice din enunț, rezultă

$$k_c = \frac{30}{30 - 15 \left[1 - \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1,5}{15} \ln \left(1 + \frac{\pi}{4} \cdot \frac{15}{1,5} \right) \right]} = 1,58.$$

Factorul Carter este egal sau mai mare decît unitatea.

1.2. Se consideră o secțiune longitudinală printr-o mașină heteropolară. Secțiunea este efectuată printr-un pol.

Indusul este presupus neted și mai lung decât inductorul (v. fig. 1.3). Folosind metoda transformării conforme se cere să se determine distanța pe stator față de partea frontală unde se poate considera, că valoarea câmpului magnetic diferă cu mai puțin de 1% față de câmpul uniform din întrefier. Se consideră permeabilitatea magnetică a fierului $\mu_{Fe} = \infty$, se neglijează curbura periferiei indusului și se consideră numai câmpul care se închide a periferia indusului.

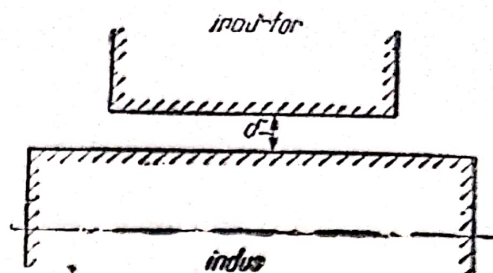


Figura 1.3.

Soluție. Armăturile fiind presupuse echipotențiale ($\mu_{Fe} = \infty$), iar întrefierul (δ) este mult mai mic decât celelalte lungimi, pentru rezolvare se folosește un model și anume un pol în prezența unui plan (v. fig. 1.4, a). Acest model este corect numai în care în sistemul real, câmpul în întrefier devine uniform în vecinătatea colțului.

Folosind metoda transformării conforme se transformă domeniul D_z de variabilă $z = x + jy$ în domeniul D_ξ de variabilă $\xi = \xi + j\eta = \rho \cdot e^{j\theta}$ (v. fig. 1.4, b) printr-o transformare de forma $Z = Z(\xi)$ dată de relația chwartz — Cristoffel de transformare a unui poligon în semiplan:

TABELUL 1.1

A_k	z_k	γ_k	$a_k(\xi_k)$
A_1	$j\infty$	$\frac{3\pi}{2}$	$\pm\infty$
A_2	$j\delta$	$-\frac{\pi}{2}$	-1
A_3	$-\infty + j\delta$	π	0

$$Z = C \int \prod_{k=1}^n (\xi - \xi_k)^{-\frac{\gamma_k}{\pi}} d\xi + C_1 \quad (1)$$

unde γ_k reprezintă unghiul dintre latura k și latura $k-1$.

Se realizează astfel o corespondență dintre punctele A_k din domeniul D_z și punctele a_k din domeniul D_ξ , corespondența dintre punctele principale fiind dată în tabelul 1.1.

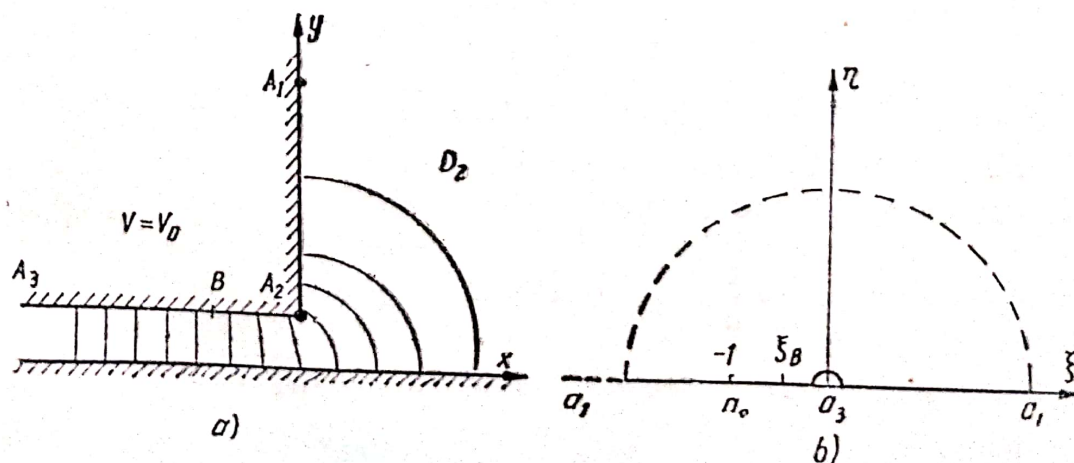


Figura 1.4.

Aplicând relația (1) rezultă:

$$\begin{aligned} z &= C \int (\underline{\xi} - \underline{\xi}_2)^{-\frac{\gamma}{\pi}} (\underline{\xi} - \underline{\xi}_3)^{-\frac{\gamma}{\pi}} d\underline{\xi} + C_1 = \\ &= C \int (\underline{\xi} + 1)^{1/2} \underline{\xi}^{-1} d\underline{\xi} + C = C \int \frac{\sqrt{\underline{\xi} + 1}}{\underline{\xi}} d\underline{\xi} + C_1. \end{aligned} \quad (2)$$

Cu ajutorul schimbării de variabilă $\underline{\xi} + 1 = t^2$ se integrează relația (2) și se obține:

$$\underline{z} = C \left(2\sqrt{\underline{\xi} + 1} + \ln \frac{\sqrt{\underline{\xi} + 1} - 1}{\sqrt{\underline{\xi} + 1} + 1} \right) + C_1. \quad (3)$$

În expresia (3) se găsesc două constante care se determină din corespondența punctelor:

— corespondența punctului $A_2(z = j\delta)$ cu $a_2(\underline{\xi} = -1)$ folosind relația (3) rezultă:

$$j\delta = C[\ln(-1)] + C_1$$

sau

$$j\delta = j\pi C + C_1; \quad (4)$$

— corespondența punctului $A_3(z = -\infty)$ cu $a_3(\underline{\xi} = 0)$ folosind relația (2) rezultă:

$$\int_{-\infty + j\delta}^{-\infty} dz = -j\delta = C \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{\pi}^0 \frac{\sqrt{\rho e^{j\theta} + 1}}{\rho e^{j\theta}} j\rho e^{j\theta} d\theta = C \int_{\pi}^0 j d\theta = -jC\pi,$$

sau

$$-j\delta = -jC\pi$$

de unde rezultă

$$C = \frac{\delta}{\pi}.$$

Înlocuind în relația (4) se obține $C_1 = 0$.

Deci expresia (3) are forma:

$$\underline{z} = \frac{\delta}{\pi} \left[2\sqrt{\underline{\xi} + 1} + \ln \frac{\sqrt{\underline{\xi} + 1} - 1}{\sqrt{\underline{\xi} + 1} + 1} \right]. \quad (5)$$

Pentru domeniul (D) potențialul complex are expresia

$$\underline{w} = \frac{V_0}{\pi} \ln \underline{\xi}. \quad (6)$$

Soluția problemei în planul (Z) se obține dacă se cunoaște transformarea $\underline{\xi} = \underline{\xi}(z)$; cum aceasta este greu de obținut din (5) se calculează câmpul de asemenea în planul ($\underline{\xi}$)

$$H_c = \left(j \frac{dw}{dz} \right)^* = -j \frac{\left(\frac{dw}{d\underline{\xi}} \right)^*}{\left(\frac{dz}{d\underline{\xi}} \right)^*} \quad (7)$$

Calculînd pe $\left(\frac{dw}{d\underline{\xi}} \right)^*$ din relația (6):

$$\left(\frac{dw}{d\underline{\xi}} \right)^* = \frac{V_0}{\pi} (\underline{\xi} - 1)^*$$

și pe $\left(\frac{dz}{d\underline{\xi}} \right)$ din relația (5)

$$\left(\frac{dz}{d\underline{\xi}} \right) = \frac{\delta}{\pi} \left(\frac{\sqrt{\underline{\xi} + 1}}{\underline{\xi}} \right)^*$$

și înlocuind în (7) se obține expresia câmpului:

$$H_c = \frac{V_0}{\delta} \left[\frac{+j}{\sqrt{\underline{\xi} + 1}} \right]^* \quad (8)$$

Pentru determinarea câmpului la periferia statorului se observă că $A_3 < B < A_2$, iar $-1 < \underline{\xi}_B < 0$.

Pentru aceste valori ale lui $\underline{\xi}$ expresia câmpului este:

$$\underline{H}_c = \frac{V_0}{\delta} \frac{-j}{\sqrt{\underline{\xi} + 1}}.$$

Câmpul este uniform în punctul $A_3(z = j\delta - \infty)$ sau $a_3(\underline{\xi} = 0)$ și anume:

$$\underline{H}_{c0} = \underline{H}_c |_{\underline{\xi}=0} = \frac{V_0}{\delta} (-j).$$

Condiția care trebuie satisfăcută este $|\underline{H}_{c0}| = 0,99 |\underline{H}_c|$, sau:

$$\frac{V_0}{\delta} = 0,99 \frac{V_0}{\delta} \frac{1}{\sqrt{1 + \underline{\xi}_B}} \quad (9)$$

unde $\underline{\xi}_B$ este coordonata punctului B de unde câmpul satisface condiția impusă. Din relația (9) se obține $\underline{\xi}_B = -0,02$ sau pentru calculul punctului real, folosind relația (5):

$$\underline{z}_B = \frac{\delta}{\pi} \left[2\sqrt{-0,02 + 1} + \ln \frac{\sqrt{1 + 0,02} - 1}{\sqrt{1 - 0,02} + 1} \right] \simeq j\delta - 1,05\delta.$$

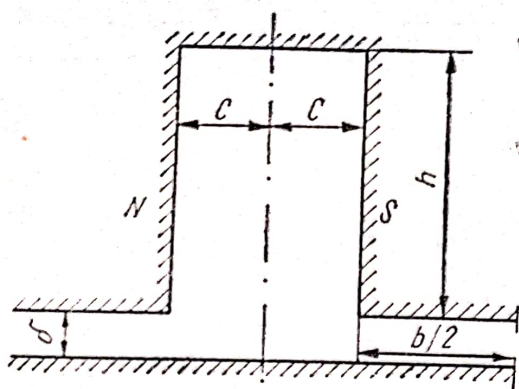


Figura 1.5.

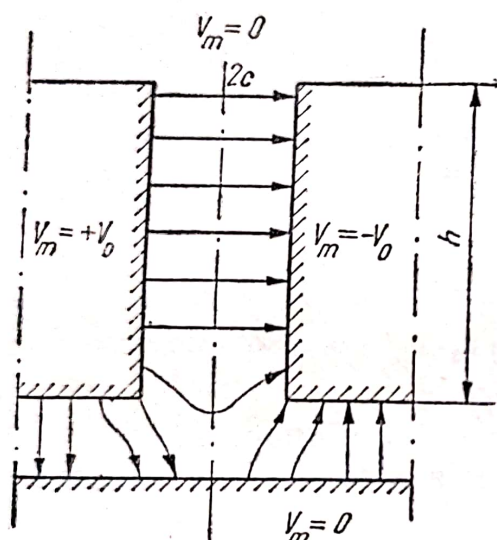


Figura 1.6.

idealizat prevăzut cu o crenelură infinit adâncă (v. fig. 1.6).

Datorită simetriei este suficient să se rezolve problema pentru domeniul (D) mărginit de contururile echipotențiale ale armăturilor și de axa neutră care este o linie echipotențială (v. fig. 1.7).

Deci câmpul devine aproximativ uniform la o distanță aproximativ egală cu $1,05 \delta$ de la muchia polului.

1.3. Se consideră două armături, dintre care una netedă, iar cealaltă conținând doi poli, unul nord iar celălalt sud (v. fig. 1.5). Se cunoaște că lățimea unui pol este mult mai mare decât lățimea întrefierului δ , iar înălțimea polului h , mult mai mare decât distanța $2c$ dintre suprafețele polilor.

Se cere să se aplice metoda transformării conforme, pentru determinarea intensității câmpului magnetic.

Se presupune permeabilitatea magnetică a fierului $\mu_{Fe} = \infty$, iar în restul domeniului $\mu = \mu_0$.

Soluție. Datorită faptului că cei doi poli sînt de nume contrar și a faptului că armăturile sînt echipotențiale ($\mu_{Fe} = \infty$) axa neutră va fi o linie echipotențială de potențial magnetic $V_m = 0$, iar suprafețele polilor vor avea potențiale magnetice egale, dar de semne contrare ($\pm V_0$) față de armătura netedă considerată de potențial nul.

Pentru că $h \gg 2c$ iar $b/2 \gg \delta$ se poate rezolva problema pe un model

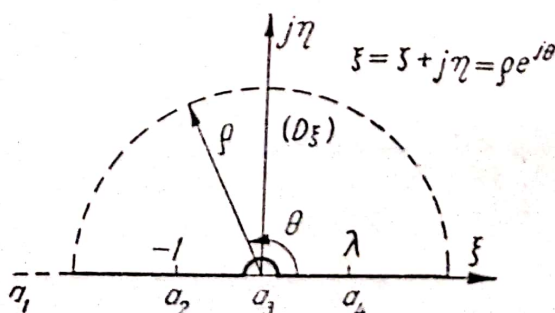
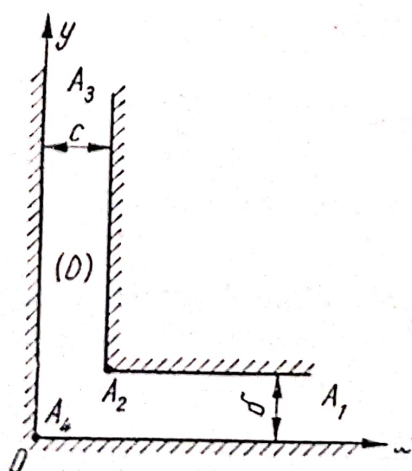


Figura 1.7.

Folosind metoda transformării conforme, se transformă domeniul (D) de variabilă $z = x + jy$ (v. fig. 1.7) în domeniul (D_ξ) de variabilă $\xi = +j\eta = \rho \cdot e^{j0}$ (v. fig. 1.7) printr-o transformare de forma $z = z(\xi)$ dată de relația Schwartz-Cristoffel:

TABELUL 1.2

$$\underline{z} = C \int \prod_{k=1}^n (\underline{\xi} - \underline{\xi}_k)^{-\frac{\gamma_k}{\pi}} d\underline{\xi} + C_1 \quad (1)$$

A_k	z_k	γ_k	$a_k(\xi_k)$
A_1	∞	π	$\pm\infty$
A_2	$c + j\delta$	$-\frac{\pi}{2}$	-1
A_3	$j\infty$	π	0
A_4	0	$\frac{\pi}{2}$	λ

unde γ_k sînt unghiurile dintre laturile succesive ale poligonului din domeniul (D). Se realizează astfel o corespondență între punctele A_k din domeniul (D) și punctele a_k din domeniul (D_ξ). Corespondența dintre punctele principale ale domeniului (D) cu punctele principale ale domeniului (D_ξ) este dată în tabelul 1.2.

Aplicînd relația (1) rezultă:

$$\begin{aligned} \underline{z} &= C \int (\underline{\xi} + 1)^{\frac{1}{2}} (\underline{\xi} - \lambda)^{-\frac{1}{2}} (\underline{\xi})^{-1} d\underline{\xi} + C_1 = \\ &= C \int \sqrt{\frac{\underline{\xi} + 1}{\underline{\xi} - \lambda}} \frac{d\underline{\xi}}{\underline{\xi}} + C_1. \end{aligned} \quad (2)$$

Cu ajutorul schimbării de variabilă $t^2 = \frac{\xi + 1}{\xi - \lambda}$ se integrează (2) și se obține:

$$\underline{z} = C \left[\ln \frac{\sqrt{\underline{\xi} + 1} + \sqrt{\underline{\xi} - \lambda}}{\sqrt{\underline{\xi} + 1} - \sqrt{\underline{\xi} - \lambda}} - \frac{2}{\sqrt{\lambda}} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\sqrt{\frac{\underline{\xi} + 1}{\underline{\xi} - \lambda}} \sqrt{\lambda} \right) \right] + C_1. \quad (3)$$

Constantele C , C_1 , λ din relația de mai sus se determină din condițiile de corespondență a punctelor:

— corespondența punctului A_2 ($z = c + j\delta$) cu $a_2(\xi = -1)$; din relația (3) se obține:

$$c + j\delta = +jC\pi + C_1, \quad (4)$$

— corespondența punctului A_4 ($z = 0$) cu $a_4(\xi = \lambda)$; din relația (3) se obține

$$0 = -C \frac{2}{\sqrt{\lambda}} \cdot \frac{\pi}{2} + C_1. \quad (5)$$

Scăzînd relațiile (4) și (5) se obține

$$c + j\delta = +jC\pi + C \frac{\pi}{\sqrt{\lambda}}, \quad (6)$$

— corespondența punctului $A_3(z = j\infty)$ cu $a_3(\xi = 0)$; din relația (2) se obține

$$\int_{c+j\infty}^{0+j\infty} dz = \lim_{\rho \rightarrow 0} C \int_{\pi}^0 \frac{\sqrt{\rho e^{j\theta} + 1}}{\sqrt{\rho e^{j\theta} - \lambda}} \frac{j\rho e^{j\theta}}{\rho e^{j\theta}} d\theta$$

sau

$$-c = C \frac{1}{j\sqrt{\lambda}} j(-\pi);$$

de unde

$$C = + \frac{c}{\pi} \sqrt{\lambda}. \quad (7)$$

Înlocuind pe C în relația (6) se obține

$$\lambda = \frac{\delta^2}{c^2}. \quad (8)$$

Înlocuind pe λ în relația (7) se obține $C = \frac{\delta}{\pi}$; din relația (4) rezultă $C_1 = c$.

Deci relația de transformare este

$$\underline{z} = \frac{\delta}{\pi} \ln \frac{\sqrt{\xi+1} + \sqrt{\xi-\lambda}}{\sqrt{\xi+1} - \sqrt{\xi-\lambda}} - 2 \frac{c}{\pi} \arctg \left(\frac{c}{\delta} \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-\lambda}} \right) + c. \quad (9)$$

Pentru domeniul (D_ξ) potențialul complex are expresia:

$$\underline{w} = j \frac{V_0}{\pi} \arccos \xi = \frac{V_0}{\pi} \operatorname{arcc} \xi. \quad (10)$$

O soluție explicită a problemei în planul (z) nu se poate obține în cazul considerat. De aceea se determină câmpul în planul (ξ):

$$\underline{H} = \left(j \frac{dw}{dz} \right)^* = -j \frac{\left(\frac{dw}{d\xi} \right)^*}{\left(\frac{dz}{d\xi} \right)^*}.$$

Calculînd pe $\left(\frac{dw}{d\xi} \right)$ din relația (10) iar pe $\left(\frac{dz}{d\xi} \right)$ din relația (2) se obține

$$\underline{H} = j \frac{V_0}{\delta} \left(\sqrt{\frac{\xi-\lambda}{\xi+1}} \frac{\xi}{1+\xi} \right)^*$$

unde

$$\lambda = \frac{\delta^2}{c^2}. \quad (11)$$

Calculul numeric se efectuează astfel: se aleg diferite valori pentru ξ cu ajutorul cărora se determină z (deci poziția punctului) din relația (9) și valoarea cîmpului din relația (11).

1.4. O bobină cu miez feromagnetic are aria secțiunii miezului feromagnetic $S = 64 \text{ cm}^2$. Fluxul magnetic prin miezul feromagnetic variază sinusoidal în timp după relația:

$$\varphi = 10,25 \cdot 10^{-3} \sin \omega t \text{ [Wb]}.$$

Dimensiunile circuitului magnetic sînt $F = 5 \text{ cm}$, $H = 20 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$ (v. fig. 1.8).

Se cere să se calculeze curba solenației de excitație în funcție de timp. Calculele se vor efectua pentru $\omega t = k \frac{\pi}{12}$ în care $k = 1, 2 \dots 6$.

Caracteristica de magnetizare a miezului este reprezentată în figura 1.9.

Lungimea liniei de cîmp se va aproxima prin segmente de dreaptă și arce de cerc.

Soluție. Pentru a determina intensitatea cîmpului magnetic corespunzător liniei de cîmp medii se calculează inducția magnetică:

$$B_m = \frac{\varphi}{S} = \frac{10,25 \cdot 10^{-3}}{64 \cdot 10^{-4}} \sin \omega t = 1,6 \sin \omega t \text{ T}.$$

Din figura 1.9 cunoscînd pe B_m se obține H_m .

Valoarea solenației se obține aplicînd legea circuitului magnetic de-a lungul unei linii de cîmp medii (fig. 1.8).

$$\theta = H_m l_m = H_m \left(2H + 2F + 2\pi \frac{b}{2} \right).$$

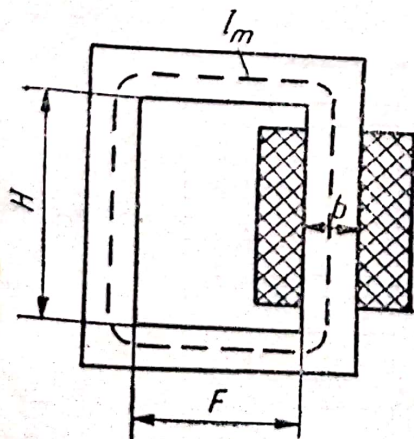


Figura 1.8.

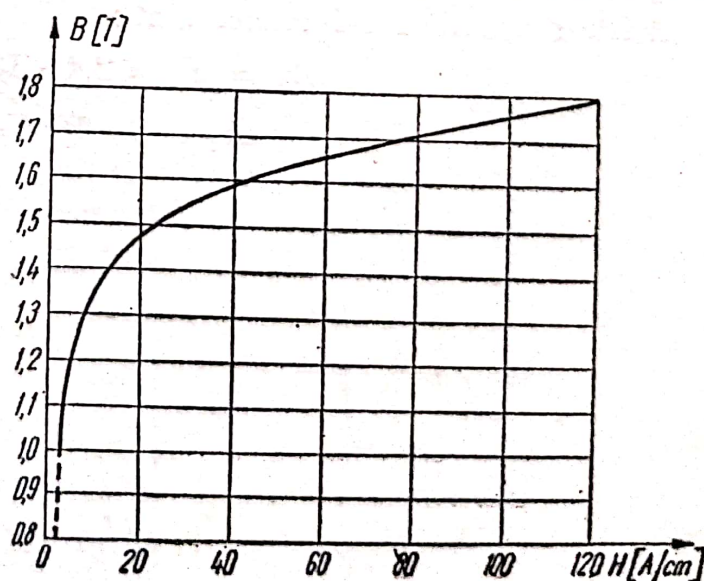


Figura 1.9.

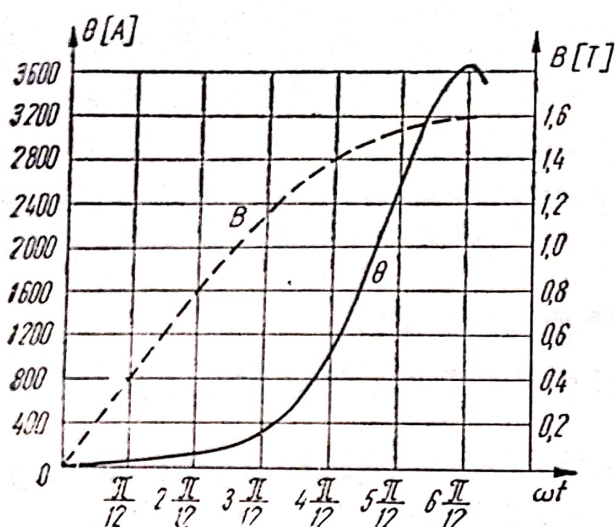


Figura 1.10.

De exemplu: la $\omega t = \frac{\pi}{12}$, rezultă $B_m = 0,415 \text{ T}$;

la această valoare a inducției corespunde din figura 1.9, valoarea $H_m = 1 \text{ A/cm}$ pentru intensitatea câmpului magnetic, iar solenția θ corespunzătoare lungimii medii a liniei de câmp $l_m = 2 \cdot 20 + 2 \cdot 5 + 2\pi \cdot \frac{8}{2} = 75,1 \text{ cm}$ este $\theta = 1 \cdot 75,1 = 75,1 \text{ A}$.

Curbele de variație a inducției magnetice și a solenției sînt reprezentate în figura 1.10, în funcție de timp.

1.5. Se consideră un circuit magnetic cu trei coloane, executat din tablă silicioasă, cu întrefieruri neglijabile. Dimensiunile circuitului magnetic sînt date în figura 1.11. Miezul central poartă o înfășurare cu $w = 850$ spire. Să se calculeze curentul I necesar pentru a produce în coloanele laterale un flux magnetic

$$\Phi_1 = \Phi_3 = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ Wb.}$$

Se neglijează fluxul de dispersie, iar miezul feromagnetic are caracteristica de magnetizare din figura 1.9.

Soluție. Fluxul în coloana centrală este $\Phi_2 = \Phi_1 + \Phi_3 = 2 \cdot 2,4 \cdot 10^{-3} = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$.

Lungimile medii ale liniilor de câmp sînt: $L_{AB} = 0,14 \text{ m}$, $L_{ACB} = L_{ADB} = 0,43 \text{ m}$.

Ariile secțiunilor coloanelor sînt:

$$A_1 = A_3 = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2.$$

$$A_2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2.$$

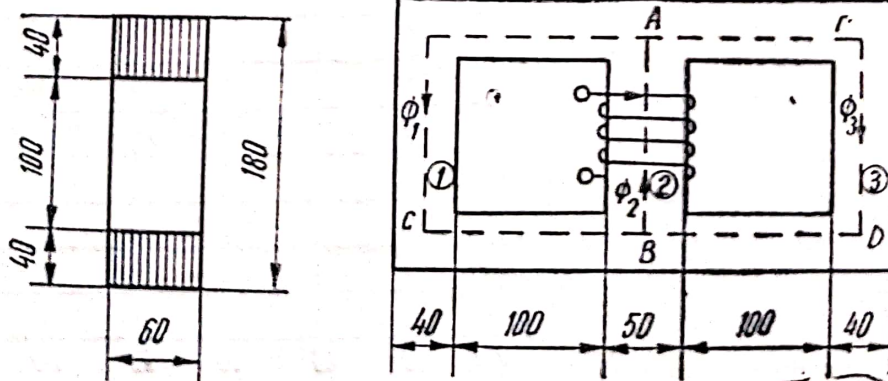


Figura 1.11.

Inducțiile magnetice în coloane au valorile :

$$B_1 = B_3 = \frac{\Phi_1}{A_1} = \frac{2,4 \cdot 10^{-3}}{2,4 \cdot 10^{-3}} = 1\text{T}$$

$$B_2 = \frac{\Phi_2}{A_2} = \frac{4,8 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-3}} = 1,6\text{T}$$

Intensitățile câmpului magnetic se determină din curba de magnetizare (fig. 1.9) corespunzător inducțiilor magnetice și au valorile :

$$H_1 = H_3 = 3\text{A/cm} = 300\text{ A/m}$$

$$H_2 = 49\text{ A/cm} = 4\,900\text{ A/m}.$$

Pentru determinarea solenației de magnetizare, aplicăm legea circuitului magnetic pe curba Γ și rezultă

$$\theta = \sum V_i = H_1 l_{ACB} + H_2 l_{AB},$$

sau

$$\theta = 300 \cdot 0,43 + 4900 \cdot 0,16 = 913.$$

Valoarea curentului este :

$$I = \frac{\theta}{w} = \frac{913}{850} = 1,074\text{ A}.$$

1.6. Pe un miez feromagnetic cu dimensiunile indicate în figura 1.12 și avînd caracteristica de magnetizare din figura 1.9 este așezată o bobină cu $w = 600$ spire.

Bobina este parcursă de un curent $I = 2\text{A}$. Neglijînd fluxul de dispersie, se cere să se determine curba de repartitie a intensității câmpului magnetic într-o secțiune a miezului și curba inducției magnetice.

Se va aproxima lungimea liniei de câmp prin segmente de dreaptă și arce de cerc.

Soluție. Aplicăm legea circuitului magnetic pe curba Γ , care se găsește la distanța x de marginea interioară a miezului magnetic și se obține

$$H \left(2L + 2F + 4 \frac{2\pi x}{4} \right) = wI$$

prin urmare :

$$H = \frac{wI}{2(L + F + \pi x)};$$

intensitatea câmpului magnetic variază invers proporțional cu distanța x .

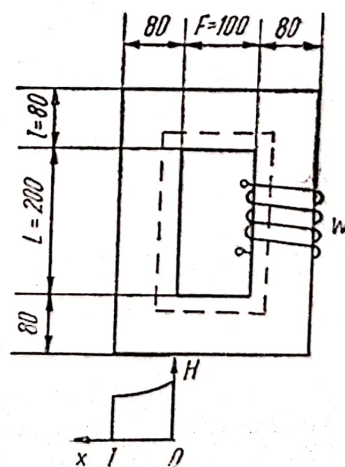


Figura 1.12.

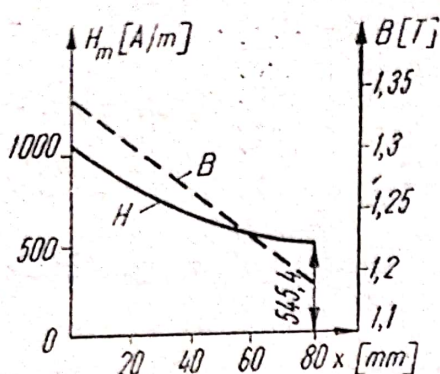


Figura 1.13.

Cu datele numerice din enunț, rezultă

$$H = \frac{600}{2(0,2 + 0,1 + \pi x)} = \frac{300}{0,3 + \pi x} \text{ [A/m]}$$

Curba de variație a intensității câmpului magnetic H este prezentată în figura 1.13.

În funcție de valoarea lui H , se determină din caracteristica de magnetizare a miezului (fig. 1.9), inducția magnetică. În figura 1.13 s-a reprezentat, cu linie întreruptă, curba inducției magnetice.

Curba inducției magnetice $B = f(x)$ reprezentată în figura 1.13 a fost calculată punct cu punct.

1.7. Miezul feromagnetic al unui transformator monofazat cu coloane, cu jug suprapus, are aria netă a secțiunii coloanei $S_{Fe,c} = 8 \text{ dm}^2$, iar aria netă a secțiunii jugului $S_{Fe,j} = 8,8 \text{ dm}^2$. Miezul feromagnetic este realizat din tole de grosime $\Delta = 0,35 \text{ mm}$, izolate cu lac și are factorul de umplere $k_{Fe} = 0,9$. Inducția magnetică în coloană are valoarea maximă $B_c = 1,6 \text{ T}$, iar lărgimea întrefierului echivalent între jug și coloană este de $\delta = 0,01 \text{ mm}$. Se cere să se calculeze:

- 1) Inducția magnetică în jug,
- 2) Tensiunea magnetică în întrefier.

Soluție. 1) Datorită dimensiunilor mici ale întrefierului și ale circuitului magnetic, se poate considera că fluxul magnetic de dispersie este neglijabil, iar inducția magnetică are aceeași valoare în coloană și în întrefier.

Prin urmare:

$$S_{Fe,c}, B_c = S_{Fe,j} B_j.$$

$$\text{Deci } B_j = B_c \frac{S_{Fe,c}}{S_{Fe,j}} = 1,6 \cdot \frac{8}{8,8} = 1,455 \text{ T}.$$

2) Dacă se neglijează evazarea, aria întrefierului este egală cu aria geometrică a coloanei; deci

$$S_\delta = \frac{S_{Fe,c}}{k_{Fe}} = \frac{8}{0,9} = 8,88 \text{ dm}^2.$$

Inducția în întrefier este

$$B_\delta = B_c \frac{S_{Fe,c}}{S_\delta} = 1,6 \frac{8}{8,88} = 1,44 \text{ T}.$$

Tensiunea magnetică în întrefier este

$$V_\delta = H_\delta \cdot \delta = \frac{B}{\mu_0} \delta = \frac{1,44}{4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot 1 \cdot 10^{-5} = 11,45 \text{ A}.$$

1.8. Într-un circuit magnetic avînd forma și dimensiunile din figura 1.14, iar caracteristica de magnetizare liniară, fluxul magnetic prin coloana laterală se închide prin celelalte două coloane. Secțiunea miezului magnetic are aria constantă și egală cu $S = 14 \text{ cm}^2$, iar permeabilitatea miezului magnetic este $\mu = 2000 \mu_0$. Se cunoaște intensitatea cîmpului magnetic în coloana 1: $H_1 = 8 \text{ A/cm}$. Se cere să se calculeze:

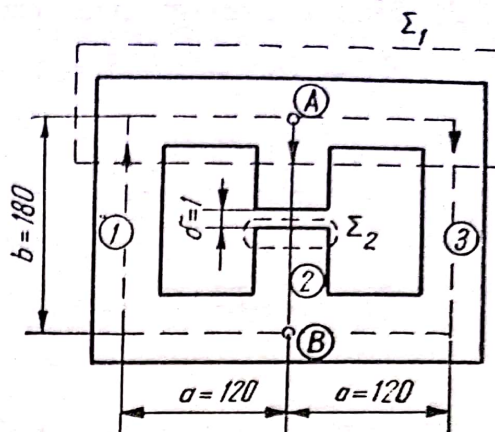


Figura 1.14.

1) intensitatea cîmpului magnetic în celelalte coloane și în întrefier;

2) fluxul magnetic în fiecare coloană. Se neglijează fluxul magnetic în afara miezului, iar inducția magnetică în miez este presupusă constantă, cîmpul fiind repartizat uniform.

Soluție. 1) Aplicăm legea fluxului magnetic pe suprafața închisă Σ_1 :

$$\int_{\Sigma_1} \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

sau:

$$B_1 - B_2 - B_3 = 0$$

respectiv, permeabilitatea miezului fiind presupusă constantă:

$$H_1 = H_2 + H_3 \quad (1)$$

unde H_1 , H_2 , H_3 sînt intensitățile cîmpului magnetic în fiecare coloană.

Aplicăm aceeași lege pe suprafața închisă Σ_2 :

$$\mu_0 H_{28} = \mu H_2 \quad (2)$$

unde H_{28} este intensitatea cîmpului magnetic în întrefier.

Diferența de potențial magnetic între punctele A și B poate fi calculată de-a lungul liniilor de cîmp prin coloana 3 și coloana 2.

$$H_3(b + 2a) = H_2 b + H_{28} \cdot \delta. \quad (3)$$

Rezolvînd sistemul format de ecuațiile (1), (2) și (3), rezultă:

$$H_2 = \frac{H_1(b + 2a)}{2b + 2a + \frac{\mu}{\mu_0} \delta} = \frac{8(18 + 24)}{2 \cdot 18 + 2 \cdot 12 + 2000 \cdot 0,1} = 1,29 \text{ A/cm},$$

$$H_3 = H_2 \frac{b + \frac{\mu}{\mu_0} \delta}{b + 2a} = 1,29 \frac{18 + 2000 \cdot 0,1}{18 + 2 \cdot 12} = 6,71 \text{ A/cm},$$

$$H_{28} = \frac{\mu}{\mu_0} H_2 = 2000 \cdot 1,29 = 2580 \text{ A/cm}.$$

2) Fluxurile magnetice rezultă:

$$\Phi_1 = B_1 S = \mu H_1 S = 2000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8 \cdot 10^2 \cdot 14 \cdot 10^{-4} = 0,282 \cdot 10^{-2} \text{ Wb.}$$

$$\Phi_2 = B_2 S = \mu H_2 S = 2000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,29 \cdot 10^2 \cdot 14 \cdot 10^{-4} = 0,045 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

$$\Phi_3 = B_3 S = \mu H_3 S = 2000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 6,71 \cdot 10^2 \cdot 14 \cdot 10^{-4} = 0,237 \cdot 10^{-2} \text{ Wb.}$$

1.9. Un transformator monofazat are miezul feromagnetic cu următoarele dimensiuni caracteristice (fig. 1.15):

- înălțimea ferestrei $H = 500 \text{ mm}$,
- lărgimea ferestrei $F = 150 \text{ mm}$,
- aria secțiunii miezului feromagnetic $S_{Fe} = 1 \text{ dm}^2$,
- lărgimea celor patru întrefieruri ale miezului $4\delta = 0,04 \text{ mm}$,
- permeabilitatea magnetică relativă a fierului $\mu_{rFe} = 200$.

Înfășurarea transformatorului are $w_1 = 500$ spire.
Se cere să se calculeze inductivitatea utilă a înfășurării.

Soluție. Inductivitatea utilă are expresia:

$$L = \frac{w_1^2}{R_m} = \frac{w_1^2}{\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{\mu_i S_i}} = \frac{w_1^2}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{rFe} S_{Fe}} + \frac{4\delta}{\mu_0 S}}$$

Circuitul magnetic al transformatorului este prezentat în figura 1.15.

În figura 1.15 este reprezentată punctat o linie de câmp medie. Presupunând secțiunea miezului un pătrat, rezultă lungimea prin fier a liniei medii:

$$l_{Fe} = 2(H + F + 2\sqrt{S_{Fe}}) = 2(500 + 150 + 2\sqrt{10^4}) = 1700 \text{ mm} = 1,7 \text{ m.}$$

Datorită dimensiunilor mici se consideră aria întrefierului egală cu aria miezului $S_\delta = S_{Fe}$.

Valoarea inductivității utile va fi:

$$L = \frac{w_1^2 \mu_0 S_{Fe}}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{rFe}} + 4\delta} = \frac{500^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-2}}{\frac{1,7}{200} + 0,04 \cdot 10^{-3}} = 0,369 \text{ H.}$$

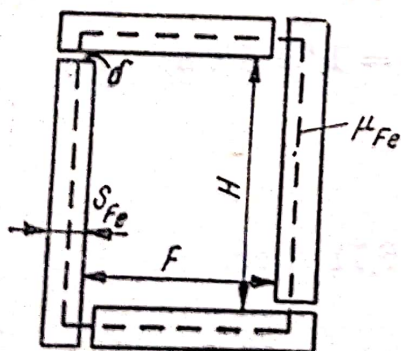


Figura 1.15.

1.10. Miezul feromagnetic al unui rotor are diametrul $D = 20 \text{ cm}$ și este prevăzut cu $Z = 30$ creștături. Lărgimea creștăturii este constantă și egală cu $b = 9 \text{ mm}$, iar adâncimea $h = 2,5 \text{ cm}$. Factorul de umplere al miezului este $k_{Fe} = 0,9$. Inducția magnetică în întrefier este $B_\delta = 0,57 \text{ T}$.

Se cere să se calculeze inducția magnetică la capătul dintelui, la mijloc și la bază, în ipoteza că fluxul magnetic corespunzător unui pas de crestătură trece numai prin dinte.

Soluție. Pasul crestăturii la capătul dintelui este

$$\tau_{co} = \frac{\pi D}{Z} = \frac{\pi 20}{30} = 2,1 \text{ cm.}$$

Fluxul din întrefier pe un pas de crestătură este: $\Phi = \tau_{co} l B_{\delta}$.

Din legea fluxului magnetic aplicată pentru o suprafață închisă Σ care trece prin dinte și întrefier (v. fig. 1.16) rezultă:

$$-\tau_{co} l B_{\delta} + b_{dx} l k_{Fe} B_{dx} = 0$$

sau

$$b_{dx} k_{Fe} B_{dx} = \tau_{co} B_{\delta}.$$

Grosimea dintelui b_{dx} la distanța x de la capătul dintelui rezultă din relația:

$$b_{dx} = \frac{\pi(D - 2x)}{Z} - b,$$

iar inducția magnetică din această zonă rezultă din legea fluxului magnetic

$$B_{dx} = \frac{\tau_{co} B_{\delta}}{b_{dx} k_{Fe}} \text{ sau } B_{dx} = \frac{\tau_{co} B_{\delta}}{\left[\frac{\pi(D - 2x)}{Z} - b \right] k_{Fe}}.$$

Introducând în ultima relație pe $x = 0$; $\frac{h}{2}$; h , rezultă inducțiile magnetice la capătul dintelui $-B_{d0}$, la mijlocul dintelui $-B_{d1}$, respectiv la baza dintelui $-B_{d2}$, după cum urmează:

$$B_{d0} = \frac{2,1}{\frac{\pi \cdot 20}{30} - 0,9} \cdot \frac{0,57}{0,9} = 1,1 \text{ T,}$$

$$B_{d1} = \frac{2,1}{\frac{\pi(20 - 2,5)}{30} - 0,9} \cdot \frac{0,57}{0,9} = 1,42 \text{ T,}$$

$$B_{d2} = \frac{2,1}{\frac{\pi(20 - 2,5 \cdot 2)}{30} - 0,9} \cdot \frac{0,57}{0,9} = 1,91 \text{ T.}$$

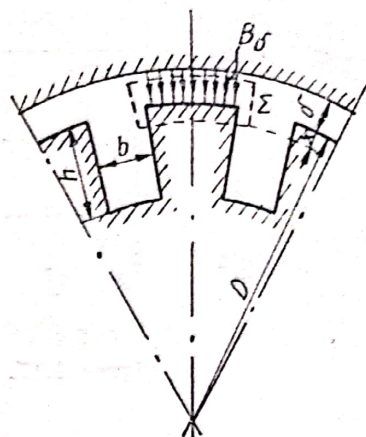


Figura 1.16.

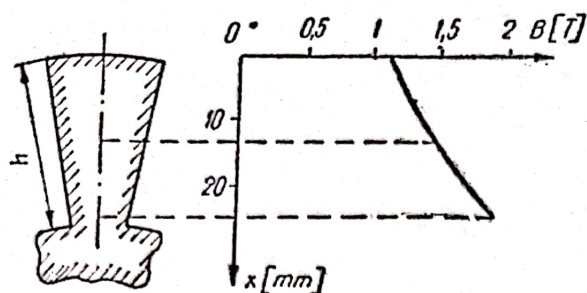


Figura 1.17.

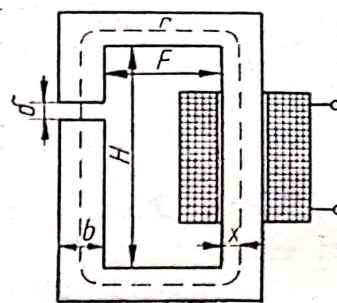


Figura 1.18.

În figura 1.17 s-a reprezentat grafic variația inducției magnetice în funcție de distanța x .

1.11. O bobină cu miez feromagnetic are următoarele dimensiuni: $F = 5 \text{ cm}$; $H = 20 \text{ cm}$; $b = 8 \text{ cm}$ (v. fig. 1.18).

Aria secțiunii miezului feromagnetic este pătrată.

Solenaiia bobinei variază sinusoidal în timp:

$$\theta = 6000 \sin \omega t.$$

Se cere să se calculeze intensitatea cîmpului magnetic și inducția în miez pentru $\delta = 0$, respectiv $0,4 \text{ mm}$.

Lungimea liniei de cîmp în miez se va aproxima prin segmente de dreaptă și arce de cerc.

Calcululele se vor efectua pentru $\omega t = k \frac{\pi}{12}$, în care $k = 1, 2, 3 \dots 6$. Caracteristica de magnetizare a materialului este dată în figura 1.9.

Soluție. Fie B și B_δ inducțiile magnetice în miez și în întrefier, iar H și H_δ intensitățile corespunzătoare. Din legea fluxului magnetic rezultă aproximativ:

$$B = B_\delta.$$

Din legea circuitului magnetic aplicată pentru un contur închis Γ care trece prin miez și întrefier (v. fig. 1.18) rezultă:

$$H_\delta \cdot \delta + H_x(2H + 2F + 2\pi x) = \theta. \quad (1)$$

1) Pentru $\delta = 0$ rezultă din relația (1)

$$H_x = \frac{\theta}{2(H + F + \pi x)} = \frac{6000}{2 \cdot 20 + 2 \cdot 5 + 2\pi x} \sin k \frac{\pi}{12}.$$

Pentru $x = 0, 1, 2, \dots, 8$ (cm) rezultă valoarea intensității câmpului magnetic H_x , iar din curba de magnetizare (fig. 1.9) se determină valoarea inducției magnetice B_x .

Pe baza calculelor efectuate, s-au trasat curbele

— $H = f(t)$ — pentru $x = 0; 4; 8$ cm — în figura 1.19;

— $H = f(x)$ — pentru $\omega t = \frac{6\pi}{12}; \frac{3\pi}{12}; \frac{\pi}{12}$ — în figura 1.20;

— $B = f(x)$ — pentru $\omega t = \frac{6\pi}{12}; \frac{3\pi}{12}; \frac{\pi}{12}$ — în figura 1.21;

— $B_{med} = f(t)$ — în figura 1.22.

Din figura 1.19 rezultă variația sinusoidală în timp a câmpului magnetic; amplitudinea sa variază în direcția transversală pe miez, invers proporțional cu lungimea liniei de câmp.

În figura 1.20 s-a reprezentat câmpul magnetic în funcție de coordonata x de la marginea interioară a miezului (câmpul magnetic în lungul secțiunii), iar în figura 1.21, inducția magnetică.

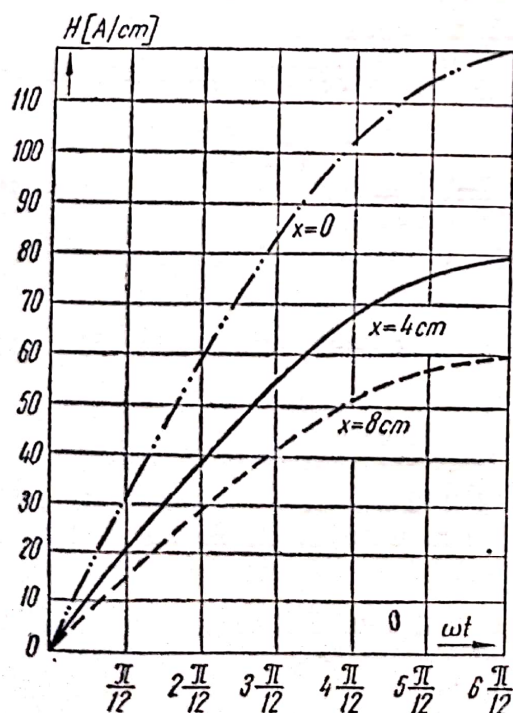


Figura 1.19.

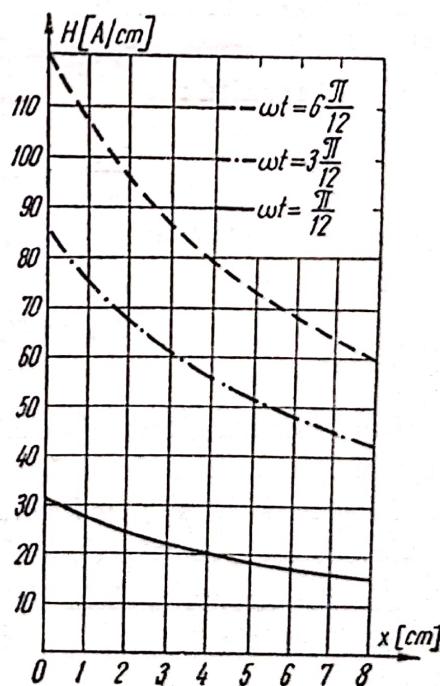


Figura 1.20.

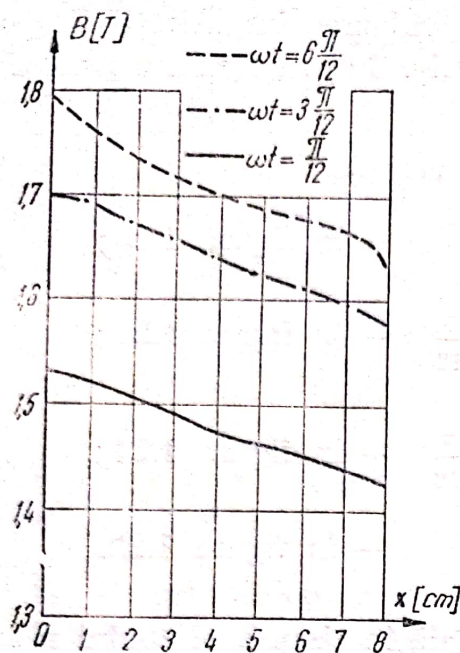


Figura 1.21.

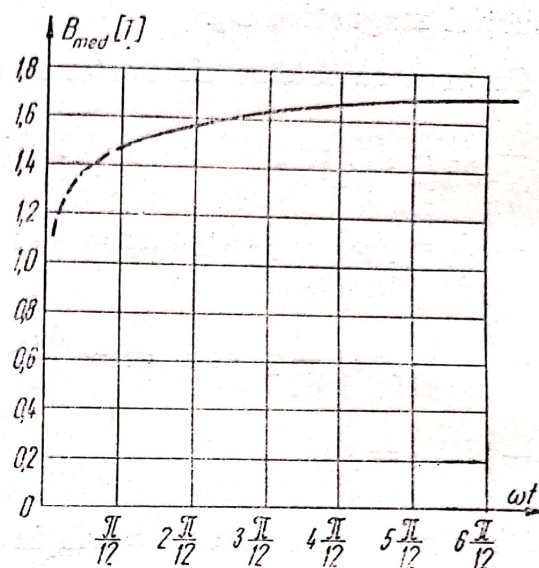


Figura 1.22.

Din figura 1.22 rezultă că, datorită nelinearității caracteristicii de magnetizare a materialului inducția magnetică și respectiv fluxul magnetic variază în funcție de timp după o curbă aplatisată.

Pentru $\delta = 0,4 \text{ mm}$ — putem admite ipoteza că în întrefier câmpul magnetic are aceeași distribuție ca și în miezul feromagnetic.

Din legea circuitului magnetic aplicată pe conturul închis Γ (v. fig. 1.18) și din legea legăturii între B și H aplicată pentru întrefier, $B = \mu_0 H_\delta$, rezultă:

$$\frac{B_x}{\mu_0} \delta + H_x (2H + 2F + 2\pi x) = 0, \quad (1)$$

sau

$$B_x + H_x \frac{2(H + F + \pi x)}{\delta} \mu_0 = 0 \frac{\mu_0}{\delta}. \quad (2)$$

Deci pentru determinarea intensității câmpului magnetic și a inducției pentru fiecare coordonată x , se reprezintă dreapta exprimată prin relația (2) în planul $B(H)$; la intersecția acesteia cu caracteristica de magnetizare se determină valorile B_x și H_x .

Fie de exemplu linia de câmp pentru $x = 4 \text{ cm}$. În acest caz ecuația dreptei va fi:

$$B_x + 2,35 \cdot 10^{-3} H_x = 18,85 \sin k \frac{\pi}{12}.$$

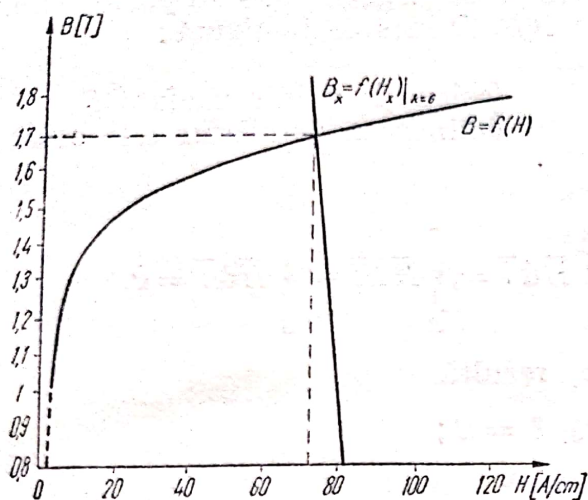


Figura 1.23.

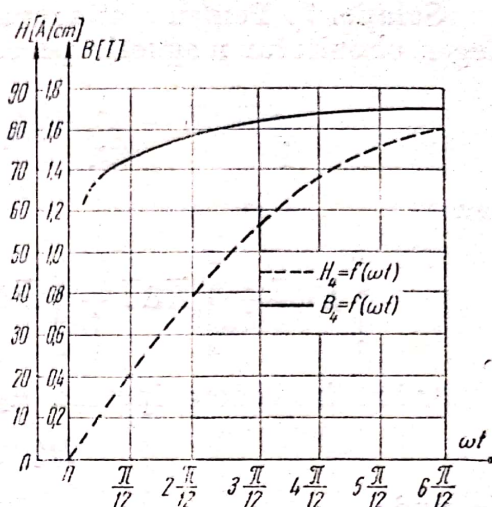


Figura 1.24.

Exemplul pentru determinarea punctului de funcționare în cazul $k = 6$ este prezentat în figura 1.23.

În figura 1.24 s-a reprezentat $H_4 = f(t)$ și $B_4 = f(t)$.

1.2. TENSIUNI INDUSE

1.12. Se dă o mașină electrică al cărui circuit magnetic are forma din figura 1.25 și la care se cunosc:

- diametrul exterior al indusului $D = 12$ cm;
- lungimea de calcul a rotorului $l_r = 10$ cm;
- întrefierul $\delta = 1$ mm;
- numărul de poli $2p = 2$;
- unghiul de deschidere al polului din stator $\alpha_p = 120^\circ$;
- turația $n = 1200$ rot/min.

Se cere să se determine:

1) Câmpul magnetic în întrefierul mașinii și variația sa la periferia rotorului știind că înfășurarea de excitație de pe stator are $w_s = 1000$ spire și este parcursă de un curent electric $I_s = 0,5$ A (se consideră $\mu_{Fe} = \infty$); se neglijează efectul marginal la muchiile polilor.

2) Tensiunea electromotoare indusă într-o bobină cu $w_r = 5$ spire și ale cărei laturi sînt așezate la periferia rotorului la un pas polar una față de cealaltă.

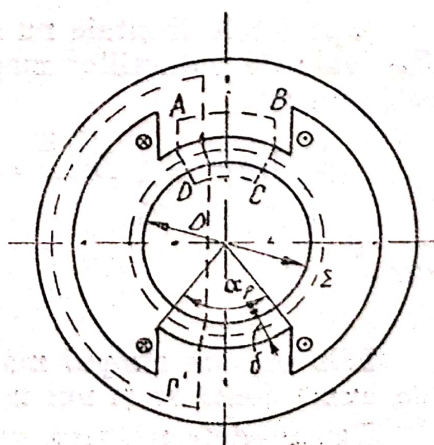


Figura 1.25.

Soluție. 1) Pentru a afla repartitia câmpului magnetic sub un pol aplicăm legea circuitului magnetic pe conturul $ABCD$ ales ca în figură:

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} d\vec{l} = \sum_{i=1}^n H_i l_i = 0 \quad (\text{solenatia prin suprafața } S \text{ delimitată de contur este nulă}),$$

sau

$$\int_C^D \vec{H} d\vec{l} + \int_A^B \vec{H} d\vec{l} + \int_B^C \vec{H} d\vec{l} + \int_D^A \vec{H} d\vec{l} = \int_B^C \vec{H} d\vec{l} - \int_A^D \vec{H} d\vec{l} = 0.$$

Avînd în vedere ipoteza $\mu_{Fe} = \infty$, rezultă

$$H'_{\delta 1} \delta - H''_{\delta 1} \delta = 0;$$

de unde

$$H'_{\delta 1} = H''_{\delta 1} = H_{\delta 1};$$

deci în întrefierul presupus uniform, câmpul magnetic este constant. Cum

$$B_{\delta} = \mu_0 H_{\delta}$$

— rezultă că inducția în întrefier este uniform repartizată sub un pol. În afara pieselor polare, în ipoteza că se neglijează efectul marginal, δ crește brusc, iar H , deci B_{δ} , poate fi considerat practic egal cu zero.

Se aplică legea fluxului magnetic unei suprafețe cilindrice Σ coaxială cu rotorul și formată din suprafețele frontale S_f și suprafața laterală a cilindrului S_l :

$$\oint_{\Sigma} \vec{B} d\vec{A} = 0$$

sau

$$\oint_{\Sigma} \vec{B} d\vec{A} = 2 \int_{S_f} \vec{B} d\vec{A} + \int_{S_l} \vec{B} d\vec{A} = 0.$$

Suprafețele frontale nu se găsesc în câmpul magnetic. Fie $B_{\delta 1}$, respectiv $B_{\delta 2}$ valorile inducțiilor magnetice sub cei doi poli; din legea fluxului magnetic rezultă

$$\oint_{\Sigma} \vec{B} d\vec{A} = \int_{S_l} \vec{B} d\vec{A} = -l \left(\frac{D}{2} + \delta \right) \alpha_p B_{\delta 1} + l \left(\frac{D}{2} + \delta \right) \alpha_p B_{\delta 2} = 0$$

sau

$$B_{\delta 1} = B_{\delta 2} = B_{\delta}.$$

Prin urmare câmpul magnetic este uniform și constant sub cei doi poli de nume contrare și nul în zona dintre poli.

Pentru determinarea valorii câmpului magnetic, se aplică legea circuitului magnetic pe curba Γ' .

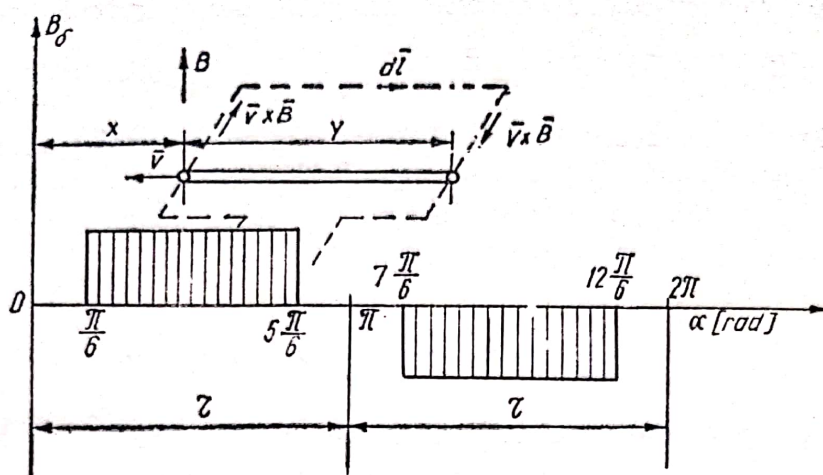


Figura 1.26.

Avînd în vedere ipoteza $\mu_{Fe} = \infty$ se obține

$$\oint_{\Gamma'} \bar{H} d\bar{l} = H_{\delta 1} \cdot \delta + H_{\delta 2} \cdot \delta = 2H_{\delta} \cdot \delta = 2w_e I_e$$

de unde rezultă

$$H_{\delta} = \frac{w_e I_e}{\delta} = \frac{1000 \cdot 0,5}{10^{-3}} = 5 \cdot 10^5 \text{ A/m.}$$

Inducția magnetică are valoarea:

$$B_{\delta} = \mu_0 H_{\delta} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^5 = 0,628 \text{ T.}$$

În figura 1.26 este reprezentată curba de variație a inducției în întrefier, presupunînd că unghiul de deschidere al polului este $\alpha_p = 120^\circ$ și în ipoteza că se neglijează efectul marginal.

2) Tensiunea electromotoare indusă într-o spiră de deschidere y , este egală cu suma t.e.m. induse în cele două laturi active înseriate:

$$U_{es} = \oint_{\Gamma} (\bar{v} \times \bar{B}_{\delta}) d\bar{l} = v l [B_{\delta}(x) - B_{\delta}(x + Y)].$$

Tensiunea electromotoare indusă în bobină este

$$U_e = w U_{es} = w v l [B_{\delta}(x) - B_{\delta}(x + Y)].$$

La bobina cu pasul diametral, $Y = \tau$ iar

$$B_{\delta}(x) = -B_{\delta}(x + \tau);$$

deci

$$U_e = 2w v l B_{\delta}(x),$$

adică variația în timp a tensiunii electromotoare în duseîn spira cu pas diametral, reproduce variația în spațiu a cîmpului magnetic în întrefier.

Pentru datele problemei, amplitudinea tensiunii induse are valoarea :

$$U_e = 2 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{\pi \cdot 12 \cdot 10^{-2} \cdot 1200}{60} \cdot 0,628 = 4,74 \text{ V.}$$

Tensiunea electromotoare indusă într-o spiră se mai poate calcula și astfel. Fluxul fascicular φ_r printr-o suprafață oarecare S_r care se sprijină pe conturul Γ , sensul elementului de arie $d\vec{A}'$ fiind asociat sensului pozitiv de parcurgere a spirei (v. fig. 1.27) are expresia

$$\varphi_r = \int_x^{x+Y} B_\delta(x) l dx = l \int_x^{x+Y} B_\delta(x) dx.$$

Tensiunea electromotoare indusă într-o spiră este

$$\begin{aligned} U_{es} &= - \frac{d\varphi_r}{dt} = - \frac{d}{dt} \left[l \int_x^{x+Y} B_\delta(x) dx \right] = \\ &= - l \left[\int_x^{x+Y} \left[\frac{\partial B_\delta(x)}{\partial t} dx + B_\delta(x+y) \frac{d(x+Y)}{dt} \right] - B_\delta(x) \frac{dx}{dt} \right] = \\ &= l v [B_\delta(x) - B_\delta(x+Y)]. \end{aligned}$$

S-a avut în vedere că spira este rigidă și turația mașinii este constantă

$$\frac{d(x+Y)}{dt} = \frac{dx}{dt} = v.$$

Expresia stabilită coincide cu expresia considerată anterior presupunând o spiră mobilă în câmpul magnetic constant.

1.13. Miezul feromagnetic al unui rotor este realizat sub forma unui tor (v. fig. 1.28) de secțiune dreptunghiulară de lungime axială $l = 10$ cm; celelalte dimensiuni rezultă din figură. Miezul poartă o înfășurare cu $N = 500$ spire, repartizate uniform și este dispus într-un câmp magnetic bipolar de amplitudine $B_\delta = 1$ [T] și repartizat sinusoidal. Miezul se învîrtește cu turația constantă $n = 3000$ rot/min.

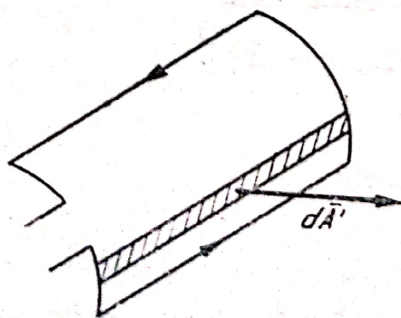


Figura 1.27.

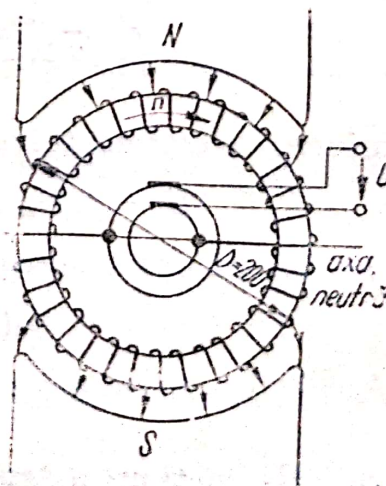


Figura 1.28.

Se cere să se calculeze tensiunea electromotoare indusă, considerându-se:

- sistemul de referință fix față de stator;
- sistemul de referință fix față de rotor.

Soluție. a) Sistemul de referință fix față de stator.

Tensiunea indusă în înfășurare este o tensiune electromotoare de mișcare și are valoarea maximă când axa prizelor coincide cu axa neutră (v. fig. 1.29).

Tensiunea electromotoare indusă în spirele $\frac{N}{2\pi} \cdot d\alpha$, situate la unghiul α în raport cu axa neutră este:

$$dU_{max} = v \cdot B_{\delta} \cdot l \cdot \sin \alpha \cdot \frac{N}{2\pi} \cdot d\alpha. \quad (1)$$

Tensiunea totală indusă în spirele cuprinse între $\alpha = 0$ și $\alpha = \pi$ este

$$U_{max} = \int_0^{\pi} v \cdot B_{\delta} l \sin \alpha \frac{N}{2\pi} d\alpha = v \cdot Bl \cdot \frac{N}{\pi}. \quad (2)$$

Viteza fiind constantă $v = \pi D n$, iar $\pi D = 2p\tau$, τ fiind pasul polar, relația obținută se poate scrie astfel:

$$U_{max} = \frac{2}{\pi} N p n \tau B_{\delta} l. \quad (3)$$

Deoarece $pn = f$ este frecvența tensiunii induse iar $\frac{2}{\pi} \tau l B_{\delta} = \Phi$ este fluxul pe pol, se poate scrie

$$U_{max} = fN \cdot \Phi. \quad (4)$$

b) Sistemul de referință fix față de rotor (fig. 1.30).

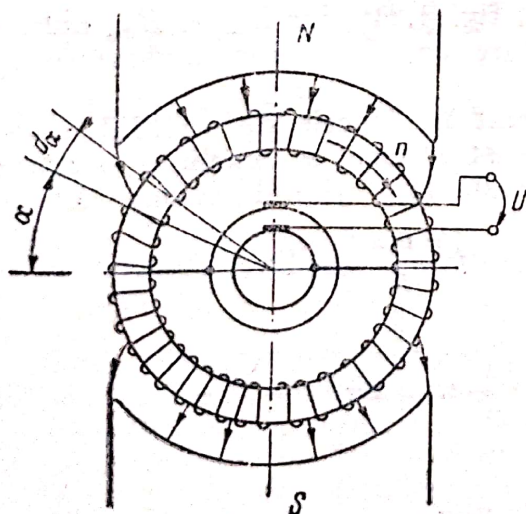


Figura 1.29.

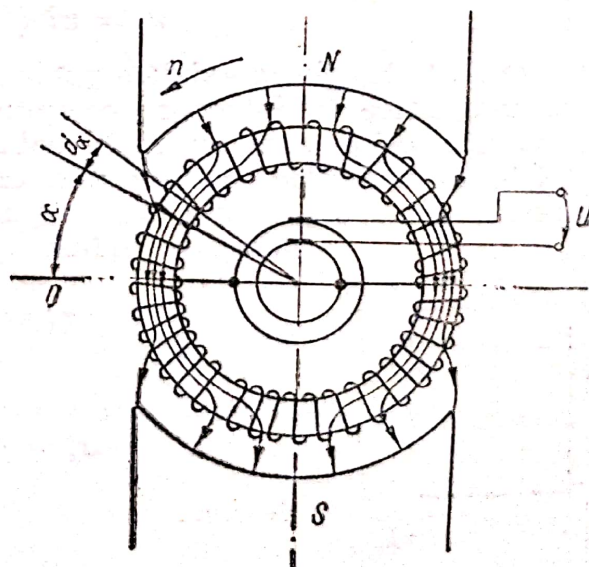


Figura 1.30.

Tensiunea electromotoare indusă în înfășurare este o tensiune electromotoare de transformare — și are valoarea maximă când fluxul total prin spirele unei căi de curent este nul — (axa prizelor coincide cu axa neutră).

Tensiunea electromotoare indusă în spirele $\frac{N}{2\pi} \cdot d\alpha$ are valoarea instantanee

$$du = - \left(\frac{N}{2\pi} d\alpha \right) \frac{d}{dt} \int_{\alpha}^{\pi/2} l \cdot B_{\delta} \sin \alpha \cdot R d\alpha = - \left(\frac{N}{2\pi} d\alpha \right) \frac{d}{dt} l \cdot \frac{D}{2} \cdot B_{\delta} \cos \alpha. \quad (5)$$

Întrucît $\alpha = 2\pi ft$, rezultă

$$U_{max} = \frac{N}{2\pi} \int_0^{\pi} 2\pi f \cdot l \cdot \frac{D}{2} \cdot B_{\delta} \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{2}{\pi} \cdot N p n \tau B_{\delta} l \quad (6)$$

expresie identică cu relația (3).

În cazul particular, cu datele din enunțul problemei, rezultă:

$$U_{max} = \frac{2}{\pi} 500 \cdot 1 \cdot \frac{3000}{60} \frac{\pi \cdot 0,2}{2} \cdot 1 \cdot 0,1 = 500 \text{ V.}$$

1.14. O bobină plană dreptunghiulară cu un număr variabil w de spire în care se induce tensiunea dată U are laturile situate în câmpul magnetic din întrefierul unei mașini electrice și este mobilă cu viteza constantă v . Câmpul magnetic din întrefier variază sinusoidal în spațiu. Se cere să se determine deschiderea optimă a bobinei, pentru care lungimea totală a spirelor bobinei este minimă.

Aplicație numerică pentru raportul $l/\tau = 0,56$ (v. fig. 1.31).

Soluție. Tensiunea electromotoare indusă în bobină cu w spire rezultă din relația:

$$u_e = wlv(B_{\delta\alpha_1} - B_{\delta\alpha_2}) \quad (1)$$

în care l este lungimea axială a bobinei (v. fig. 1.31), iar $B_{\delta\alpha_1}$ și $B_{\delta\alpha_2}$ inducțiile magnetice în întrefier corespunzătoare coordonatelor unghiulare α_1 și α_2 ale celor două laturi de bobină.

Câmpul magnetic din întrefier, exprimat în funcție de unghiul α are expresia $B_{\delta} = B_{\delta max} \sin \alpha$, iar valoarea instantanee a tensiunii electromotoare induse [expresia (1)] ținând seama că:

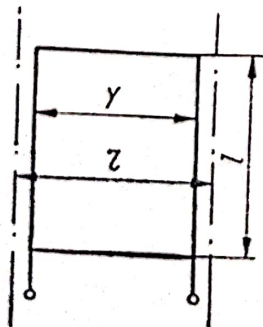


Figura 1.31.

$$\alpha_1 = p \frac{vt}{R} = p \frac{\pi D n t}{\frac{D}{2}} = 2\pi f t$$

$$\alpha_2 = p \frac{vt}{R} - \frac{Y}{\tau} \pi = 2\pi f t - \frac{Y}{\tau} \pi$$

devine:

$$u_e = wlv B_{\delta max} \left[\sin 2\pi f t - \sin \left(2\pi f t - \frac{Y}{\tau} \pi \right) \right]$$

sau :

$$u_e = w l v B_{\delta \max} \sin \frac{Y}{\tau} \frac{\pi}{2} \cos \left(2\pi f t - \frac{Y}{\tau} \frac{\pi}{2} \right). \quad (2)$$

Valoarea efectivă a tensiunii electromotoare induse în bobină este, conform expresiei (2) :

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} w v l B_{\delta \max} \sin \frac{Y}{\tau} \cdot \frac{\pi}{2}. \quad (3)$$

Lungimea conductorului bobinei este (fig. 1.31)

$$l_b = w(2Y + 2l)$$

sau folosind expresia (3) rezultă :

$$l_b = \frac{U \sqrt{2}}{v l B_{\delta \max} \sin \frac{Y}{\tau} \cdot \frac{\pi}{2}} (2Y + 2l).$$

O dată cu micșorarea deschiderii Y a bobinei, scade lungimea capătului de bobină, dar crește și numărul de spire w (deoarece la tensiunea dată, scade factorul $\sin \frac{Y}{\tau} \frac{\pi}{2}$).

Lungimea este minimă când :

$$\frac{\partial l_b}{\partial Y} = 0 \quad \text{sau} \quad \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{Y + l}{\sin \frac{Y}{\tau} \cdot \frac{\pi}{2}} \right) = 0$$

de unde rezultă

$$\sin \left(\frac{Y}{\tau} \frac{\pi}{2} \right) - \frac{Y + l}{\tau} \frac{\pi}{2} \cos \frac{Y}{\tau} \frac{\pi}{2} = 0. \quad (4)$$

Soluția ecuației (4) ne indică valoarea optimă Y_0 determinată de ecuația :

$$\operatorname{tg} \frac{Y_0}{\tau} \frac{\pi}{2} = \frac{Y_0 + l}{\tau} \frac{\pi}{2}.$$

În cazul particular $\frac{l}{\tau} = 0,56$, rezultă $\frac{Y_0}{\tau} = \frac{2}{3}$.

1.15. Un transformator are înfășurarea secundară comună cu miezul ; astfel coloana transformatorului este formată dintr-o rolă de tablă feromagnetică de grosimea $\Delta = 0,35$ mm, cu diametrul interior $D_i = 1$ cm și diametrul exterior $D_e = 15$ cm. Inducția magnetică în miez are valoarea $B = 1,6$ T. Se cere să se calculeze tensiunea indusă în această înfășurare, cunoscînd că frecvența cîmpului magnetic este $f = 50$ Hz (v. fig. 1.32).

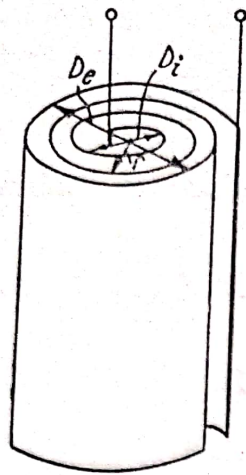


Figura 1.32.

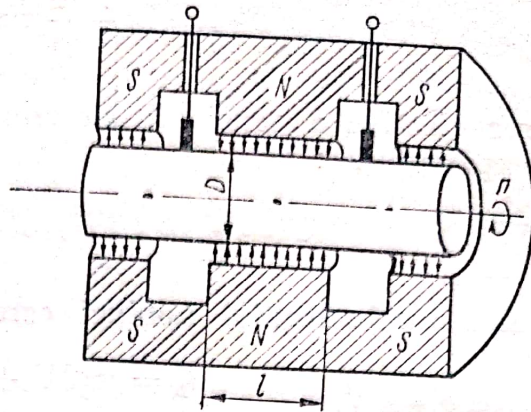


Figura 1.33.

Soluție. Numărul total de spire este

$$w = \frac{D_e - D_i}{2\Delta} = \frac{15 - 1}{2 \cdot 0,35 \cdot 10^{-1}} = 200 \text{ spire.}$$

Fie w_u numărul de spire pe unitatea de rază.

Tensiunea indusă în spirele $w_u dr$ este :

$$dU = 4,44 f \pi (r^2 - r_i^2) B w_u dr,$$

unde r este raza medie a numărului de spire elementare $w_u dr$ (v. fig. 1.32).

Tensiunea indusă în înfășurare este

$$\begin{aligned} U &= \int_{r_i}^{r_e} dU = 4,44 f \pi B w_u \int_{r_i}^{r_e} (r^2 - r_i^2) dr = \\ &= 4,44 f \pi B \frac{w}{r_e - r_i} \left[\frac{r_e^3 - r_i^3}{3} - r_i^2 (r_e - r_i) \right] = 4,44 f \pi B w \frac{r_e^2 + r_e r_i - 2 r_i^2}{3}. \end{aligned}$$

Înlocuind valorile numerice rezultă :

$$U = 4,44 \cdot 50 \cdot \pi \cdot 1,6 \cdot 200 \frac{7,5^2 + 7,5 \cdot 0,5 - 2 \cdot 0,5^2}{3} 10^4 = 446 \text{ V.}$$

1.16. O mașină unipolară cu rotorul cilindric are cu notațiile din figura 1.33 următoarele dimensiuni :

- diametrul rotorului $D = 6 \text{ cm}$;
- lungimea axială a polului interior $l = 6 \text{ cm}$.

Rotorul se învîrtește cu turația $n = 30\,000 \text{ rot/min}$, iar inducția magnetică în întrefier este $B_\delta = 0,5 \text{ T}$.

Se cere să se calculeze tensiunea indusă în rotor, care se măsoară între două perii așezate pe rotor de o parte și de alta a polului central.

Soluție. Tensiunea indusă în rotor are expresia

$$u = v \cdot l \cdot B_s \quad (1)$$

în care

$$v = \pi D n. \quad (2)$$

Prin urmare

$$u = \pi D n l B_s. \quad (3)$$

Înlocuind în relația de mai sus valorile mărimilor date prin enunțul problemei, rezultă:

$$u = \pi \cdot 6 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{30\,000}{60} \cdot 6 \cdot 10^{-2} \cdot 0,5 \approx 2,82 \text{ V.}$$

Tensiunea indusă este constantă.

1.17. Un disc din cupru avînd raza $R_e = 10 \text{ cm}$ se rotește cu turația constantă $n = 1\,000 \text{ rot/min}$ într-un câmp magnetic constant și distribuit uniform, normal pe suprafața discului și avînd inducția $B_s = 1 \text{ T}$ (v. fig. 1.34)

Se cere să se calculeze tensiunea indusă în disc măsurată între două perii, una așezată la periferia discului, iar alta pe arborele discului de rază $R_i = 1 \text{ cm}$.

Soluție. Tensiunea indusă într-un element al discului de lungime dr și situat la raza r este:

$$du = v \cdot B_s \cdot dr \quad (1)$$

în care

$$v = 2\pi r \cdot n. \quad (2)$$

Înlocuind viteza v în relația (1) se obține:

$$du = 2\pi r n B_s dr \quad (3)$$

Prin urmare, tensiunea indusă este

$$u = \int_{R_i}^{R_e} du = \pi(R_e^2 - R_i^2) n \cdot B_s. \quad (4)$$

Înlocuind datele numerice din enunțul problemei se obține:

$$u = \pi \cdot (0,1^2 - 0,01^2) \cdot \frac{1\,000}{60} = 0,517 \text{ V.}$$

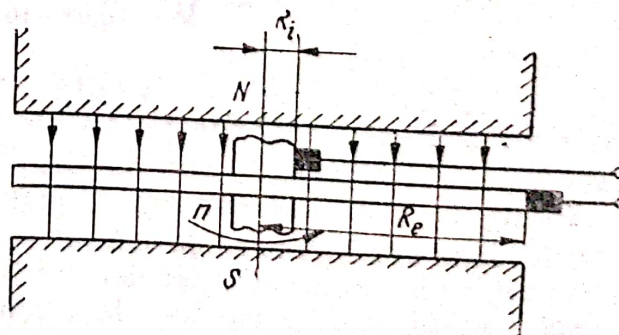


Figura 1.34.

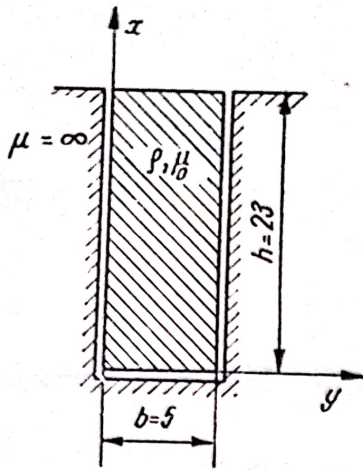


Figura 1.35.

1.18. Se consideră o bară conductoare dreaptă cu secțiune dreptunghiulară (dimensiunile sînt date în figura 1.35), parcursă axial de un curent i variabil sinusoidal în timp și situată într-o creștătură efectuată în semispațiul feromagnetic a cărui permeabilitate se presupune infinită. Se cere să se determine curba de distribuție a densității de curent în bară, precum și factorul de majorare a rezistenței barei în ipoteza că frecvența curentului este $f = 10; 20; 30; 40; 50$ Hz.

Bara este executată din aluminiu avînd rezistivitatea $\rho = 0,3 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$.

Soluție. Rezolvînd în complex ecuațiile cîmpului electromagnetic se obține expresia, în complex, a densității de curent [9]:

$$\underline{J} = \sigma \underline{E} = \frac{\gamma_0 I}{b} \frac{\text{ch } \gamma_0 x}{\text{sh } \gamma_0 h} \quad (1)$$

unde

$$\gamma_0 = (1 + j)\alpha \text{ iar}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega \mu \sigma}{2}} = \sqrt{\frac{\pi f \mu}{\rho}} \quad (1')$$

Din expresia (1) se obține modulul densității de curent, calculat la distanța x față de baza creștăturii:

$$J = \frac{\sqrt{2} \alpha I}{b} \sqrt{\frac{\text{ch } 2\alpha x + \cos 2\alpha x}{\text{ch } 2\alpha h - \cos 2\alpha h}} \quad (2)$$

Determinînd pe α din relația (1') pentru diferite frecvențe, de exemplu pentru $f = 50$ Hz:

$$\alpha = \sqrt{\frac{\pi \cdot 50 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{0,03 \cdot 10^{-6}}} = 0,81 \frac{1}{\text{cm}}$$

și înlocuind în expresia (2), rezultă relația dintre densitatea de curent și variabila x . Pentru diferite valori ale lui x se obține curba de distribuție a densității de curent în bară, pentru diferite frecvențe.

În figura 1.36 s-a reprezentat grafic densitatea de curent $J(x)$.

Din figura 1.36 reiese că odată cu creșterea frecvenței se accentuează și neuniformitatea repartiției densității de curent pe înălțimea barei. Această neuniformitate va duce la creșterea factorului de majorare a rezistenței în curent alternativ.

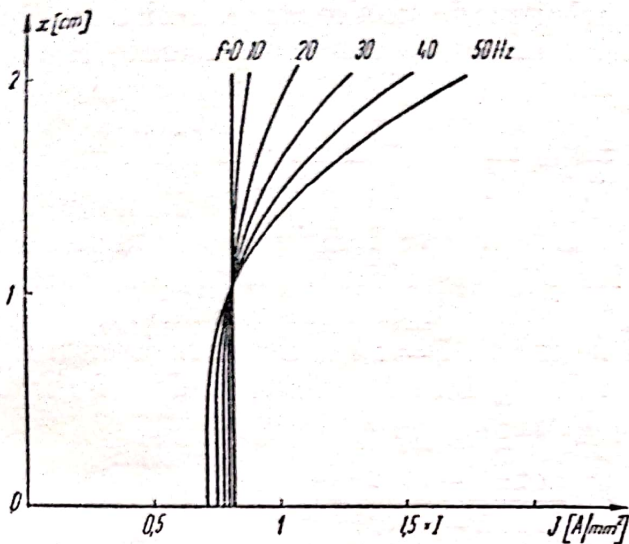


Figura 1.36.

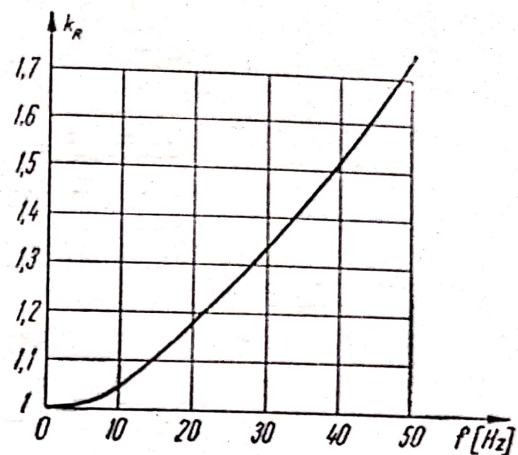


Figura 1.37.

Din expresia vectorului lui Poyting, considerînd numai partea reală să obținem expresia puterii active specifice din bară în cazul cînd este parcursă de un curent alternativ.

$$P_{ca} = \frac{2\alpha I^2}{\sigma a^2} \frac{\text{sh } 2\alpha h + \sin 2\alpha h}{\text{ch } 2\alpha h - \cos 2\alpha h}.$$

Expresia factorului de majorare a rezistenței este :

$$k_R = \frac{P_{ca}}{P_{cc}} = \frac{P_{ca}}{RI^2} = \frac{P_{ca}}{\rho \frac{1}{ah} I^2} = a \sigma h \frac{1}{I^2} P_{ca}$$

sau :

$$k_R = \alpha h \frac{\text{sh } 2\alpha h + \sin 2\alpha h}{\text{ch } 2\alpha h - \cos 2\alpha h}. \quad (3)$$

Factorul de majorare a rezistenței în curent alternativ este funcție de frecvență prin intermediul lui α — inversul adîncimii de pătrundere. În figura 1.37 s-a reprezentat grafic $k_R = F(f)$.

1.19. Un conductor umple complet o creștătură într-o armătură feromagnetică ; rezistivitatea materialului din care este confecționat conductorul este $\rho = \frac{1}{50} \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$.

Se cere să se determine înălțimea critică în funcție de frecvență.

Soluție. Un conductor de înălțime variabilă are o rezistență în curent continuu invers proporțională cu înălțimea, iar factorul de majorare a rezistenței crescător în raport cu înălțimea.

Rezistența critică în curent alternativ este rezistența electrică minimă pe care o are conductorul în curent alternativ la frecvență dată și corespunde unei anumite înălțimi a conductorului, denumită de asemenea înălțime critică.

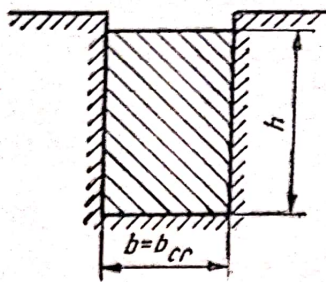


Figura 1.38.

Pentru coeficientul de majorare a rezistenței în curent alternativ, cu m conductoare așezate suprapus în creștătură s-a stabilit relația:

$$k_R = \frac{P_{ca}}{P_{cc}} = \frac{R_{ca}}{R_{cc}} = \alpha h \frac{\operatorname{sh} 2\alpha h + \sin 2\alpha h}{\operatorname{ch} 2\alpha h - \cos 2\alpha h}$$

unde $\xi = \alpha h$ în care h este înălțimea conductorului (v. fig. 1.38), iar R_{cc} reprezintă rezistența în curent continuu și R_{ca} rezistența în curent alternativ. La creșterea înălțimii h , crește $\xi = \alpha h$ astfel că rezistența R_{cc} scade fiind de forma $R_{cc} = R_{c0}/\xi$ unde R_{c0} este o rezistență de referință. În consecință:

$$R_{ca} = \frac{k_R}{\xi} R_{c0} = R_{c0} \frac{\operatorname{sh} 2\alpha h + \sin 2\alpha h}{\operatorname{ch} 2\alpha h - \cos 2\alpha h}.$$

Funcțiunea $R_{ca}(2\alpha h)$, are un minimum pentru

$$\frac{\partial R_{ca}}{\partial (2\alpha h)} = 0$$

sau

$$\operatorname{sh} 2\alpha h \sin 2\alpha h = 0.$$

respectiv

$$\sin 2\alpha h = 0.$$

Prin urmare

$$2\alpha h = \pi$$

$$\text{sau } \alpha h = \frac{\pi}{2}.$$

Rezultă expresia înălțimii critice a conductorului:

$$h_c = \frac{\pi}{2\alpha}$$

unde

$$\alpha = \sqrt{\frac{b}{b_{cr}} \frac{\pi f \mu_0}{\rho}} [\text{m}^{-1}] = 2\pi \sqrt{\frac{b}{b_{cr}} \frac{f}{\rho \cdot 10^5}} \text{cm}^{-1}.$$

Introducând datele numerice și avînd în vedere că $b \simeq b_{cr}$ se obține:

$$\alpha \approx 1 \text{ cm}^{-1}$$

și deci înălțimea critică a conductorului, în cazul dat, este:

$$h_c = \frac{\pi}{2} \text{ cm} \approx 1,57 \text{ cm}.$$

1.3. FORȚE ȘI CUPLURI ÎN CÎMPUL MAGNETIC

1.20. O spirală parcursă de curentul $I = 100$ A este situată în creștăturile unei armături feromagnetice, în prezența câmpului magnetic indus în întrefier $B = 0,8$ T. Câmpul magnetic mediu în zona conductorului este $B_c = 0,1$ T.

Lungimea axială a armăturii este $l = 30$ cm, iar laturile spirei sînt situate sub poli de polaritate diferită.

Se cere să se calculeze :

- 1) forța care se exercită asupra sistemului ;
- 2) forța care se exercită asupra spirei ;
- 3) forța care se exercită asupra pereților creștăturii.

Soluție. 1) forța care se exercită asupra sistemului este :

$$F_t = 2l I B_s = 2 \cdot 0,3 \cdot 100 \cdot 0,8 = 48 \text{ N.}$$

- 2) Forța care se exercită asupra spirei :

$$F_s = 2l I B_c = 2 \cdot 0,3 \cdot 100 \cdot 0,1 = 6 \text{ N.}$$

- 3) Forța care se exercită asupra pereților creștăturii :

$$F_c = F_t - F_s = 48 - 6 = 42 \text{ N.}$$

1.21. Se consideră sistemul electromagnetic din figura 1.39, *a* și sistemul electrostatic din figura 1.39, *b*. Suprafețele armăturilor se presupun echipotențiale. Dimensiunile caracteristice ale sistemelor sînt indicate în figură. Se cere să se calculeze valorile forțelor care se exercită asupra sistemelor, știind că inducția magnetică maximă în întrefier este $B_s = 1$ T, iar intensitatea maximă a câmpului electric în aer este $E = 30$ kV/cm.

Sistemul electrostatic este introdus apoi în ulei ; intensitatea maximă a câmpului electric poate avea valoarea $E_{max} = 100$ kV/cm, permitivitatea

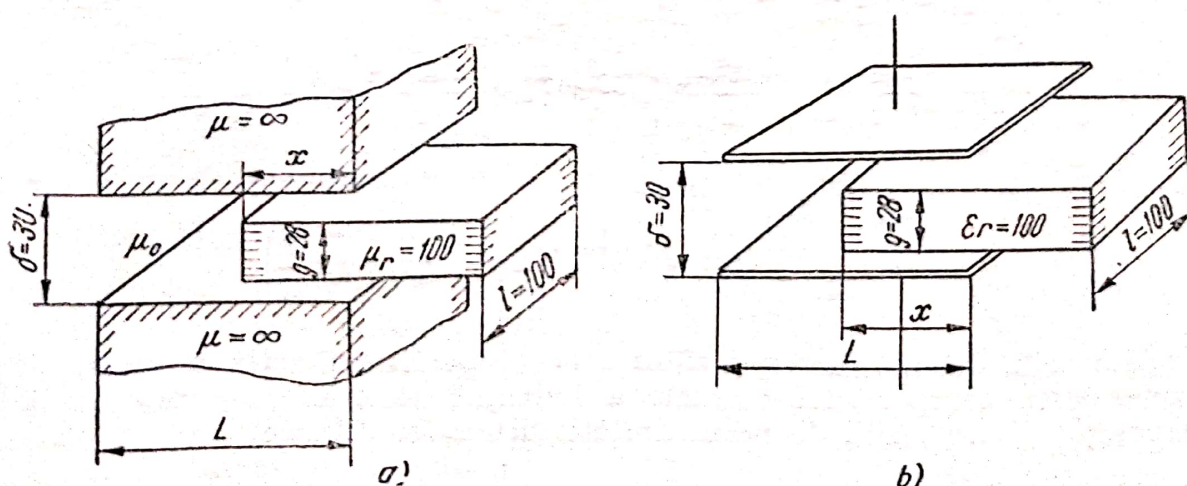


Figura 1.39.

dielectrică relativă a uleiului este $\epsilon_{ru} = 2,2$. Se cere să se determine valoarea forțelor care se exercită asupra sistemului.

Se va neglija variația energiei magnetice respectiv a energiei electrice din exteriorul armăturilor.

Soluție. În cazul sistemului electromagnetic energia magnetică înmagazinată în câmpul magnetic din întrefier (v. fig. 1.39, a) corespunzătoare celor două zone cu permeabilitate magnetică diferită, aer și material magnetic, are expresia :

$$W_m = \sum \frac{B^2}{2\mu_0} V = \frac{B_\delta^2}{2\mu_0} (L - x) \delta l + \frac{B_\delta^2}{2\mu_0} (\delta - g) l x + \frac{B_\delta^2}{2\mu_0 \mu_r} g x l \quad (1)$$

unde V reprezintă volumul de material. S-a ținut seama de conservarea componentei normale a inducției magnetice la trecerea dintr-un mediu în altul.

Valoarea forței care se exercită asupra armăturii mobile se determină cu ajutorul teoremei forțelor generalizate în ipoteza fluxului magnetic constant :

$$\begin{aligned} F_m &= - \left(\frac{\partial W_m}{\partial x} \right)_{\Phi=ct} = \frac{B_\delta^2}{2\mu_0} \delta l - \frac{B_\delta^2}{2\mu_0} (\delta - g) l - \frac{B_\delta^2}{2\mu_0 \mu_r} g l = \\ &= \frac{B_\delta^2}{2\mu_0} l \left(g - \frac{g}{\mu_r} \right) = \\ &= \frac{1}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} 100 \cdot 10^{-3} \left(28 - \frac{28}{100} \right) \cdot 10^{-3} = 1 \, 105 \, \text{N}. \end{aligned}$$

În cazul sistemului electrostatic energia electrică înmagazinată în spațiul dintre cele două armături (v. fig. 1.39, b) are expresia :

$$\begin{aligned} W_e &= \sum \frac{\epsilon E^2}{2} V = \frac{\epsilon_0 E_{max}^2}{2} (L - x) \delta l + \frac{E_{max}^2 \cdot \epsilon}{2} x (\delta - g) l + \\ &+ \frac{\epsilon_0 \epsilon_r \left(\frac{E_{max}}{\epsilon_r} \right)^2}{2} x g l = \frac{\epsilon_0 E_{max}^2}{2} l \left(L \delta - g x + g x \frac{1}{\epsilon_r} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

unde V este volumul corespunzător zonei respective. S-a ținut seama de conservarea componentei normale a inducției electrice la suprafața de separație dintre medii de permittivități dielectrice diferite

$$D_{n_0} = D_n \text{ sau } \epsilon_0 E_{max} = \epsilon_0 \epsilon_r E \text{ sau } E = \frac{E_{max}}{\epsilon_r}.$$

Valoarea forței care se exercită asupra armăturii mobile se determină cu ajutorul teoremei forțelor generalizate, potențialul electric pe plăci fiind considerat constant:

$$F_e = \left(\frac{\partial W_e}{\partial x} \right)_{V=ct.} = \frac{\epsilon_0 E_{max}^2 \cdot l}{2} \left(-g + g \frac{1}{\epsilon_r} \right) =$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} (30\,000)^2 100 \cdot 10^{-3} \left(-28 + \frac{28}{100} \right) 10^{-3} = -0,1105 \text{ N.}$$

Se observă că forța F_m care se exercită asupra armăturii mobile a sistemului electromagnetic este de aproximativ 10^4 ori mai mare decât forța F_e care se produce în cazul sistemului electrostatic.

În cazul cînd sistemul electrostatic este introdus în ulei energia electrică înmagazinată are expresia [obținută pe baza relației (2)]:

$$W_{eu} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{ru} E_{max}^2 \cdot u}{2} l \left(L\delta - gx + gx \frac{\epsilon_{ru}}{\epsilon_r} \right).$$

Valoarea forței este:

$$F_{eu} = \left(\frac{\partial W_{eu}}{\partial x} \right)_{V=ct} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{ru} E_{max}^2 \cdot u}{2} l \left(-g + g \frac{\epsilon_{ru}}{\epsilon_r} \right) =$$

$$= \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot \frac{2,2(100\,000)^2}{2} 100 \cdot 10^{-3} \left(-28 + 28 \frac{2,2}{100} \right) = -2,7 \text{ N.}$$

Și în acest caz forța în sistemul electrostatic este mult mai mică decât forța în sistemul electromagnetic.

1.22. O mașină electrică este formată din două armături cilindrice. Cîmpul magnetic în întrefier variază periodic după relația

$$B_\delta = B_{\delta max} \sin p\alpha$$

în care $B_{\delta max} = 1\text{T}$. Pînza de curent a rotorului are de asemenea o variație periodică de forma

$$A = A_{max} \sin (p\alpha + \varphi)$$

în care $A_{max} = 250 \text{ A/cm}$, iar φ este decalajul între curba pînzei de curent și curba inducției magnetice. Curbele de repartitie spațială în întrefierul mașinii ale pînzei de curent A și inducției magnetice B_δ sînt reprezentate în figura 1.40.

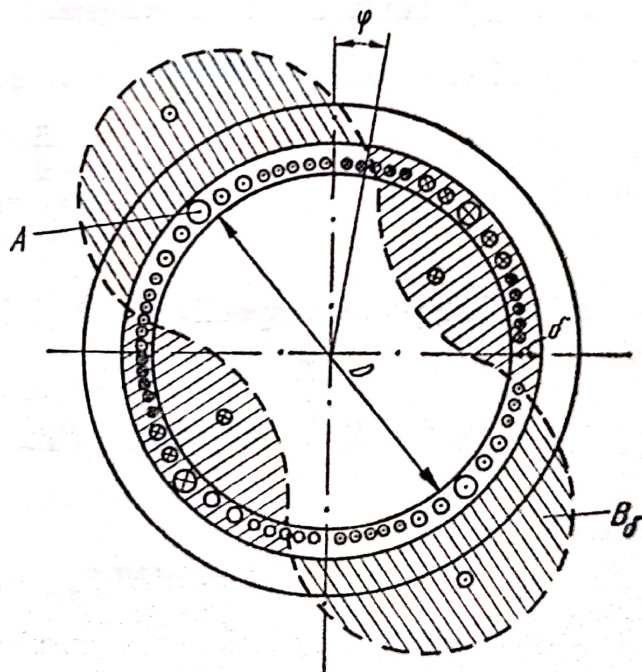


Figura 1.40.

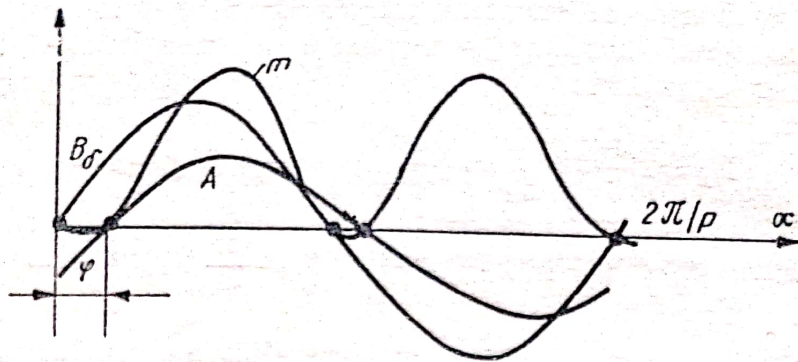


Figura 1.41.

Rotorul are următoarele dimensiuni :

- diametrul $D = 10$ cm ;
- lungimea $l = 10$ cm.

Se cere să se calculeze cuplul electromagnetic maxim care se produce în mașină.

Soluție. Densitatea forței care se exercită asupra rotorului este :

$$f = l \cdot A \cdot B_{\delta} \quad [\text{N/cm}]. \quad (1)$$

Cuplul electromagnetic care se produce pe unitatea de lungime periferică este :

$$m = R \cdot f = R \cdot l \cdot A \cdot B_{\delta}. \quad (2)$$

În figura 1.41 s-a reprezentat grafic în funcție de unghiul α câmpul magnetic B_{δ} pînza de curent A și cuplul electromagnetic.

Perioada cuplului electromagnetic este $\frac{\pi}{p}$.

Cuplul electromagnetic total care se produce în mașină este :

$$M = 2p \int_0^{\frac{\pi}{p}} m \cdot R d\alpha. \quad (3)$$

Înlocuind pe m , respectiv pe A și B_{δ} , rezultă :

$$M = 2p \int_0^{\frac{\pi}{p}} lR^2 \cdot A_{\max} \cdot B_{\delta \max} \sin(p\alpha - \varphi) \sin p\alpha d\alpha \quad (4)$$

sau

$$M = \pi l R^2 A_{\max} \cdot B_{\delta \max} \cdot \cos \varphi. \quad (5)$$

Cuplul electromagnetic este maxim pentru $\varphi = 0$

$$M_{\max} = \pi R^2 l \cdot A_{\max} B_{\delta \max}.$$

Înlocuind valorile date prin enunț pentru mărimile care intervin în expresia cuplului, rezultă:

$$M_{max} = \pi \cdot 5^2 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \cdot 10^{-2} \cdot 250 \cdot 10^2 \cdot 1 = 19,65 \text{ Nm.}$$

Cuplul electromagnetic al mașinii nu depinde de numărul de perechi de poli.

1.23. O mașină electrică este formată din două armături feromagnetice de permeabilitate magnetică foarte mare dintre care una cilindrică exterioară care produce câmpul magnetic, iar alta interioară realizată cu poli ieșiți care formează rotorul (v. fig. 1.42).

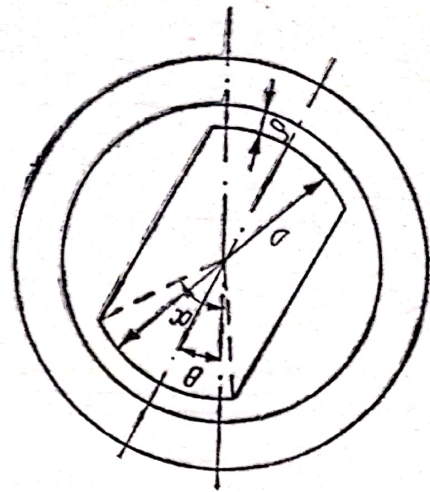


Figura 1.42.

Câmpul magnetic în întrefier în dreptul polului variază după relația

$$B_{\delta} = B_{\delta max} \sin p\theta;$$

$$\text{pentru } \theta \in \left[\frac{\alpha}{2} - \theta, \frac{\alpha}{2} + \theta \right], B_{\delta max} = 1 \text{ T.}$$

În afara polului, câmpul magnetic este considerat nul.

Rotorul are următoarele dimensiuni:

- diametrul $D = 10 \text{ cm}$,
- lungimea $l = 10 \text{ cm}$,
- unghiul corespunzător arcului polar $\alpha = \frac{1}{p} \frac{\pi}{4}$, în care p este nu-

mărul de perechi de poli.

Lărgimea întrefierului dintre armături este $\delta = 1 \text{ mm}$.

Se cere să se calculeze cuplul electromagnetic care se produce în mașină.

Soluție. Cuplul electromagnetic se calculează prin aplicarea teoremei forțelor generalizate. Se neglijează energia magnetică din miezul feromagnetic. Energia magnetică în întrefier este:

$$W_m = 2p \cdot \frac{1}{2\mu_0} \int_{\frac{\alpha}{2}-\theta}^{\frac{\alpha}{2}+\theta} B_{\delta}^2 \cdot \delta l R d\theta. \quad (1)$$

Înlocuind pe B_{δ} în relația de mai sus rezultă

$$W_m = 2p \frac{1}{2\mu_0} \int_{\frac{\alpha}{2}-\theta}^{\frac{\alpha}{2}+\theta} B_{\delta max}^2 \sin^2 p\theta \delta l R d\theta \quad (2)$$

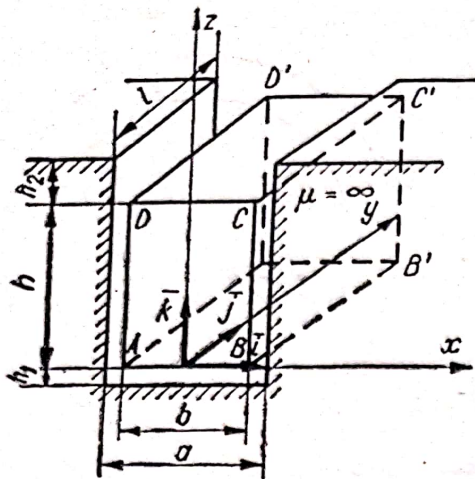


Figura 1.43.

Prin urmare

$$M_{max} = \frac{1}{\mu_0} R \delta l B_{\delta max}^2 \sin p \alpha.$$

Înlocuind valorile date prin enunț pentru mărimile care întervin în expresia cuplului, rezultă:

$$M_{max} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-1} \cdot 5 \cdot 10^{-2} 1^2 \sin \frac{\pi}{4} = 2,81 \text{ Nm}.$$

Cuplul electromagnetic al mașinii nu depinde de numărul de perechi de poli.

1.24. Într-o creștătură dreptunghiulară, deschisă, a unei mașini electrice este așezată o bară parcursă de curentul $i = 200 \text{ A}$ (v. fig. 1.43). Densitatea de curent în bară, J , se presupune repartizată uniform, iar permeabilitatea magnetică a pereților creștăturii se consideră infinită ($\mu_{Fe} = \infty$).

Lățimea creștăturii este $a = 1 \text{ cm}$.

Se cere să se determine densitatea forței care se exercită asupra barei.

Bara are permeabilitatea magnetică relativă $\mu_r = 1$.

Se neglijează efectul de margine, bara fiind presupusă de lungime foarte mare.

Soluția I. Pentru rezolvarea problemei vom folosi metoda tensiunilor maxwelliene. Pentru aceasta este necesar să se determine intensitatea câmpului magnetic pe fețele barei. Fie un sistem de coordonate ales ca în figura 1.43, curentul și densitatea de curent fiind orientate după axa y . Bara fiind considerată infinit de lungă densitatea de curent are numai componenta după axa y .

sau

$$W_m = \frac{1}{\mu_0} \delta l R B_{\delta max}^2 [2\theta - \cos p \alpha \sin 2p\theta].$$

Cuplul electromagnetic este:

$$M = \left[\frac{\partial W_m}{\partial (p \alpha)} \right]_{B_{\delta max} = \text{const.}} =$$

$$= \frac{1}{\mu_0} \delta l R B_{\delta max}^2 \sin p \alpha \sin 2p\theta.$$

Cuplul electromagnetic este maxim pentru

$$\theta = \frac{1}{p} \frac{\pi}{4}.$$

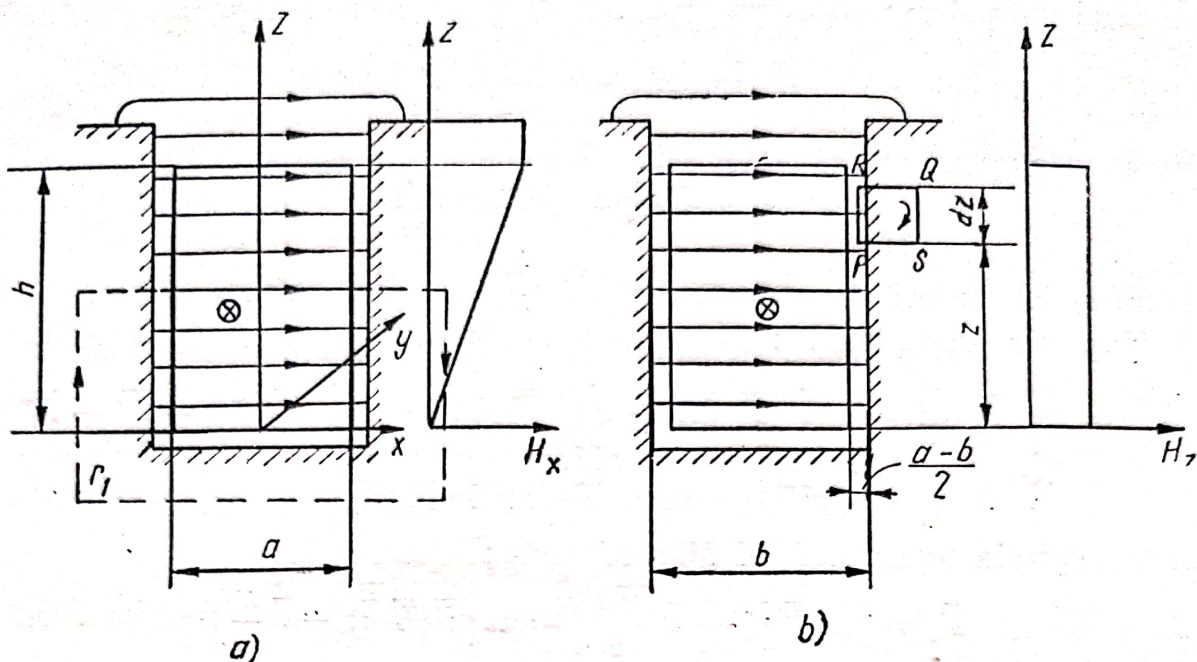


Figura 1.44.

Pentru determinarea componentei câmpului după axa x $\bar{H}_x = \bar{i} H_x(z)$ se aplică legea circuitului magnetic pe curba Γ_1 (v. fig. 1.44, a) și rezultă :

$$\begin{cases} H_x(z) = 0 & \text{pentru } z < 0 \\ H_x(z) = \frac{i}{ah} z & \text{pentru } 0 < z < h; \\ H_x(z) = \frac{i}{a} & \text{pentru } h < z < h + h_2. \end{cases}$$

Curba intensității câmpului magnetic este reprezentată în figura 1.44, a.

Componenta câmpului magnetic după axa Oz pe fața laterală a barei $BCC'B'$ (v. fig. 1.43) se determină aplicînd legea circuitului magnetic pe curba Γ_2 (v. fig. 1.44, b) și ținînd seama că în fier câmpul magnetic este nul ($\mu_{Fe} = \infty$) :

$$\underbrace{H_x(z + dz) \frac{a-b}{2}}_{\text{pe zona } RQ} - \underbrace{H_x(z) \frac{a-b}{2}}_{\text{pe zona } SP} + \underbrace{H_z(z) dz}_{\text{pe zona } PR} = 0$$

sau :

$$H_z(z) = - \frac{dH_x}{dz} \frac{a-b}{2}.$$

Analog pe fața laterală $ADD'A'$ a barei se determină :

$$H_z(z) = + \frac{dH_x}{dz} \frac{a-b}{2}.$$

Deci câmpul rezultat pe fața $BCC'B'$ este :

$$\bar{H}_1 = \bar{i} H_x - \bar{k} \frac{a-b}{2} \frac{dH_x}{dz}$$

iar pe fața $ADD'A'$:

$$\bar{H}_2 = \bar{i} H_x + \bar{k} \frac{a-b}{2} \frac{dH_x}{dz}$$

cu normalele exterioare $\bar{n}_1 = \bar{i}$, respectiv $\bar{n}_2 = -\bar{i}$.

Expresia forței va fi :

$$\bar{F} = \iint_{\Sigma_{bară}} \bar{T}_n dA = \underbrace{\iint_{DCC'D'} \bar{T}_n dA}_{\bar{F}'} + \underbrace{\iint_{BCC'B'} \bar{T}_n dA + \iint_{ADD'A'} \bar{T}_n dA}_{\bar{F}''} = \bar{F}' + \bar{F}''$$

unde expresia tensorului lui Maxwell este :

$$\bar{T}_n = \left[\bar{H}(\bar{B} \bar{n}) - \bar{n} \frac{(\bar{H}\bar{B})}{2} \right] = \mu_0 \left[\bar{H}(\bar{H} \bar{n}) - \bar{n} \frac{H^2}{2} \right]$$

Pe suprafața frontală normala este $\bar{n} = \bar{k}$ iar câmpul magnetic este orientat după axa x .

Pentru suprafața $DCC'D'$ expresia vectorului lui Maxwell este deci :

$$\bar{T}_n = -\bar{k} \mu_0 \frac{H_x^2(h)}{2}$$

iar forța produsă pe fața frontală :

$$\bar{F}' = \iint_{DCC'D'} \bar{T}_n dA = -\bar{k} \mu_0 \frac{H_x^2(h)}{2} = -\bar{k} \mu_0 \frac{i^2}{2a} l \frac{b}{a}$$

Pentru suprafețele laterale forța rezultantă este :

$$\begin{aligned} \bar{F}'' &= \iint_{BCC'B'} \bar{T}_{n1} dA + \iint_{ADD'A'} \bar{T}_{n2} dA = \\ &= \mu_0 \int_0^h \left[\bar{H}_1(\bar{H}_1 \bar{i}) - \bar{i} \frac{H_1^2}{2} - \bar{H}_2(\bar{H}_2 \bar{i}) + \bar{i} \frac{H_2^2}{2} \right] l dz \end{aligned}$$

și ținând seama că

$$H_1^2 = H_2^2 \quad \text{și} \quad \bar{H}_1 \bar{i} = \bar{H}_2 \bar{i} = H_x$$

rezultă :

$$\begin{aligned} \bar{F}'' &= \mu_0 \int_0^h (\bar{H}_1 - \bar{H}_2) H_x l dz = l \mu_0 \int_0^h (-2\bar{k}) \frac{a-b}{2} \frac{dH_x}{dz} H_x dz = \\ &= -\bar{k} \mu_0 (a-b) \int_0^{H_x(h)} \frac{1}{2} d(H_x^2) = (-\bar{k}) \frac{\mu_0 i^2}{2a} \frac{a-b}{a} l \end{aligned}$$



Forța rezultantă este :

$$\bar{F} = \bar{F}' + \bar{F}'' = -\bar{k} \mu_0 \frac{i^2}{2a} l \frac{b}{a} - \bar{k} \mu_0 \frac{i^2}{2a} \frac{a-b}{a} l = -\bar{k} \mu_0 \frac{i^2}{2a} l.$$

Forța care se produce asupra barei este o forță orientată dinspre deschiderea creștăturii spre baza acesteia ; modulul său este :

$$F = \mu_0 \frac{i^2}{2a} l.$$

Densitatea liniară de forță pe unitatea de lungime este :

$$f = \frac{F}{l} = \mu_0 \frac{i^2}{2a}.$$

În cazul problemei date valoarea densității liniare de forță este :

$$f = \mu_0 \frac{i^2}{2a} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{(200)^2}{2 \cdot 10^{-2}} = 2,51 \text{ N}.$$

Soluția II. Forța care se exercită asupra barei se poate calcula cu relația

$$d\bar{F} = i d\bar{l} \times \bar{B}.$$

Cîmpul magnetic în zona barei se poate determina prin aplicarea legii circuitului magnetic pe conturul Γ_1 din figura 1.44, a :

$$\bar{B}_z = \bar{i} \mu_0 \frac{i}{h} z \frac{1}{a} dz$$

Forța $\bar{F}$ este orientată în direcția versorului $\bar{k}$; prin urmare

$$\bar{F} = -\bar{k} l \int_0^h i \cdot \frac{i}{h} \frac{1}{a} \cdot z dz = -\bar{k} l \mu_0 \frac{i^2}{2a}.$$

Forța pe unitate de lungime are expresia

$$f = F/l = \mu_0 \frac{i^2}{2a}.$$

Capitolul 2.

TRANSFORMATORUL

2.1. INDUCTIVITĂȚI, SCHEME ECHIVALENTE ȘI DIAGrame DE FAZORI

2.1. Un transformator are tensiunea primară $U_{1n} = 110$ V și tensiunea secundară $U_{2n} = 12$ V. Tensiunea de alimentare presupusă sinusoidală are frecvența $f = 50$ Hz. Secțiunea miezului feromagnetic are aria netă $S_{Fe} = 5$ cm². Se cere să se calculeze tensiunea pe spirală și să se determine numărul de spire al înfășurării, știind că inducția magnetică în miez are valoarea maximă $B = 1$ T.

Soluție. Valoarea efectivă a tensiunii induse într-o spirală, în ipoteza că fluxul magnetic variază sinusoidal în miez este :

$$U_{sp} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} B S_{Fe} = \frac{2\pi \cdot 50}{\sqrt{2}} \cdot 1 \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 0,111 \text{ V.}$$

Numărul de spire al înfășurării secundare este :

$$w_2 = \frac{U_{2n}}{U_{sp}} = \frac{12}{0,111} \approx 108 \text{ spire.}$$

Numărul de spire al înfășurării primare este :

$$w_1 = \frac{U_{1n}}{U_{2n}} w_2 = \frac{110}{12} \cdot 108 = 990 \text{ spire.}$$

2.2. Inductivitățile proprii și mutuale ale înfășurărilor unui transformator sînt : inductivitatea proprie a înfășurării primare $L_{11} = 100$ H, inductivitatea proprie a înfășurării secundare $L_{22} = 0,45$ H, inductivitatea mutuală $L_{12} = 6,6$ H, iar raportul numerelor de spire $w_1/w_2 = 15$. Se cere să se calculeze :

- inductivitățile utile și inductivitățile de dispersie ale înfășurărilor ;
- coeficienții de cuplaj magnetic.

Soluție. a) Pentru determinarea inductivităților utile este necesar să se determine inductivitățile de dispersie ale fiecărei înfășurări :

— înfășurarea primară

$$L_{\sigma 1} = L_{11} - L_{12} \frac{w_1}{w_2} = 100 - 6,6 \cdot 15 = 1 \text{ H.}$$

— înfășurarea secundară

$$L_{\sigma 2} = L_{22} - L_{12} \frac{w_2}{w_1} = 0,45 - 6,6 \frac{1}{15} = 0,01 \text{ H.}$$

Inductivitatea utilă a înfășurării primare este:

$$L_{u1} = L_{11} - L_{\sigma 1} = 100 - 1 = 99 \text{ H.}$$

Inductivitatea utilă a înfășurării secundare este:

$$L_{u2} = L_{22} - L_{\sigma 2} = 0,45 - 0,01 = 0,44 \text{ H.}$$

b) Coeficientul parțial de dispersie pentru înfășurarea primară:

$$\sigma_{12} = \frac{L_{\sigma 1}}{L_{u1}} = \frac{L_{11}}{L_{u1}} - 1 = \frac{100}{99} - 1 = 0,01.$$

Coeficientul parțial de dispersie pentru înfășurarea secundară:

$$\sigma_{21} = \frac{L_{\sigma 2}}{L_{u2}} - 1 = \frac{0,45}{0,44} - 1 = 0,02.$$

Coeficientul total de dispersie:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 1 - \frac{1}{(1 + \sigma_{12})(1 + \sigma_{21})} = 1 - \frac{1}{(1 + 0,01)(1 + 0,02)} = 0,032.$$

2.3. Să se determine reactanța totală de dispersie a unui transformator cu înfășurări cilindrice executate:

- 1) cu bobine concentrice (fig. 2.1, a);
- 2) cu bobine concentrice divizate (fig. 2.1, b);
- 3) cu bobine biconcentrice (fig. 2.1, c).

Se consideră frecvența tensiunii de alimentare egală cu $f = 50 \text{ Hz}$.

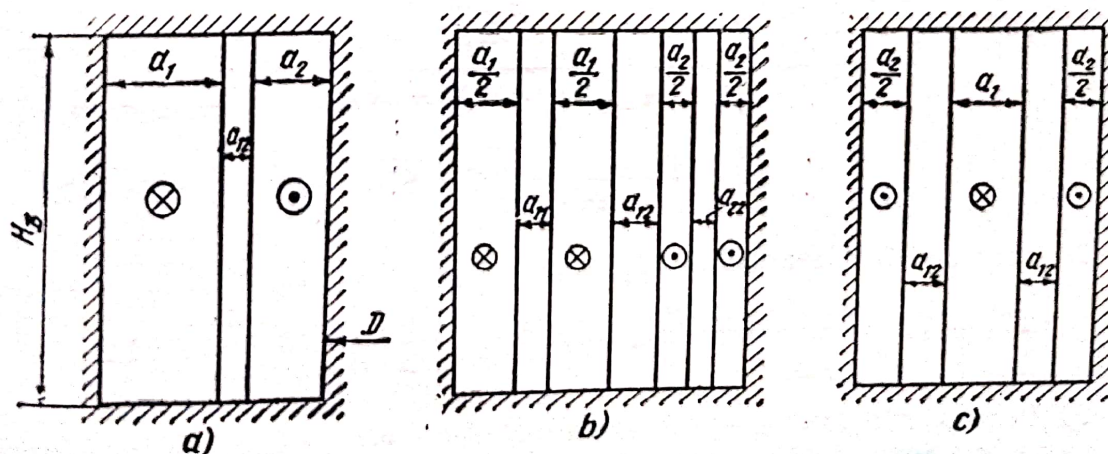


Figura 2.1.

Dimensiunile bobinelor și ferestrei transformatorului sînt următoarele :

- diametrul coloanei $D = 136$ mm,
- înălțimea înfășurării $H_B = 440$ mm,
- grosimile bobinelor $a_1 = 210$ mm; $a_{11} = 7$ mm,
 $a_2 = 100$ mm; $a_{22} = 3$ mm,
- lărgimea canalului de dispersie dintre înfășurări $a_{12} = 15$ mm;
- numărul de spire $w = 150$ spire.

Soluție. La înfășurarea cu bobine concentrice reactanța totală de dispersie are expresia :

$$X_\sigma = 2\pi f \mu_0 w_1^2 \frac{l_m}{H_B} k_R \left(a_{12} + \frac{a_1 + a_2}{3} \right) [\Omega]$$

în care lungimea echivalentă medie l_m se calculează astfel :

$$l_m = \pi \left(D + a_{12} + \frac{a_1 + 3a_2}{3} \right)$$

iar coeficientul lui Rogowski :

$$k_R = 1 - \frac{1}{2\pi \cdot x}$$

în care

$$x = \frac{H_B}{2a_{12} + a_1 + a_2}.$$

În figura 2.2 este reprezentată pe o diagramă curba de variație a intensității cîmpului magnetic H raportată la intensitatea curentului i . Pentru dimensiunile date :

$$l_m = \pi \left(D + a_{12} + \frac{a_1 + 3a_2}{3} \right) = \pi \left(13,6 + 1,5 + \frac{21 + 3 \cdot 10}{3} \right) = 97,4 \text{ cm.}$$

$$x = \frac{H_B}{2a_{12} + a_1 + a_2} = \frac{44}{2 \cdot 1,5 + 21 + 10} = 1,29;$$

$$k_R = 1 - \frac{1}{2\pi \cdot 1,29} = 0,876.$$

Cu aceste valori rezultă :

$$X_\sigma = 7,9 \frac{50 \cdot 97,4 \cdot (150)^2}{44} 0,876 \left(1,5 + \frac{21 + 10}{3} \right) \cdot 10^{-8} = 2,04 \Omega.$$

2) Pentru înfășurările executate din bobine concentrice divizate, curba de variație a intensității cîmpului magnetic este reprezentată în figura 2.3.

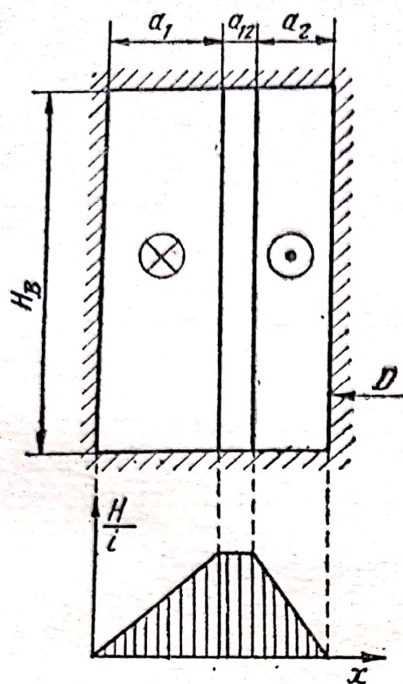


Figura 2.2.

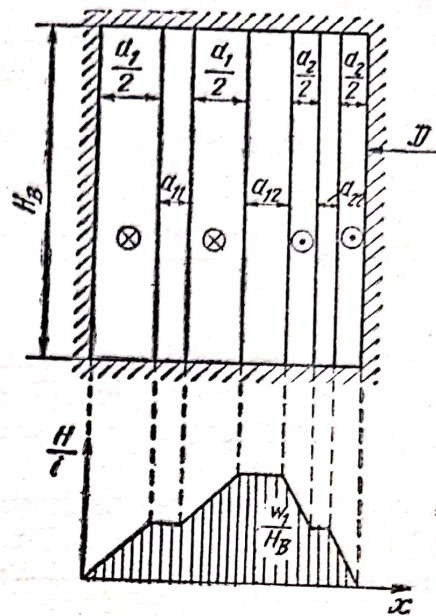


Figura 2.3.

Reactanța de dispersie are expresia:

$$X_{\sigma} = 2\pi f \cdot \mu_0 w_1^2 \frac{l_m}{H_B} k_R \cdot \left(a_{12} + \frac{a_{11} + a_{22}}{4} + \frac{a_1 + a_2}{3} \right),$$

lungimea medie l_m are în acest caz expresia

$$l_m = \pi \left[D + a_{12} + \frac{a_1 + a_{11} + 3(a_2 + a_{22})}{3} \right].$$

Pentru dimensiunile date:

$$l_m = \pi \left[13,6 + 1,5 + \frac{21 + 0,7 + 3(10 + 0,3)}{3} \right] =$$

$$= 102,47 \text{ cm};$$

$$k_R = 0,876.$$

Reactanța de dispersie este:

$$X_{\sigma} = 7,9 \frac{50 \cdot 102,47 \cdot (150)^2}{44} \cdot 0,876 \times$$

$$\times \left(1,5 + \frac{0,7 + 0,3}{4} + \frac{21 + 10}{3} \right) 10^{-8} = 2,19 \Omega.$$

3) Pentru înfășurarea executată cu bobine biconcentrice curba de variație a intensității cîmpului magnetic este reprezentată în figura 2.4.

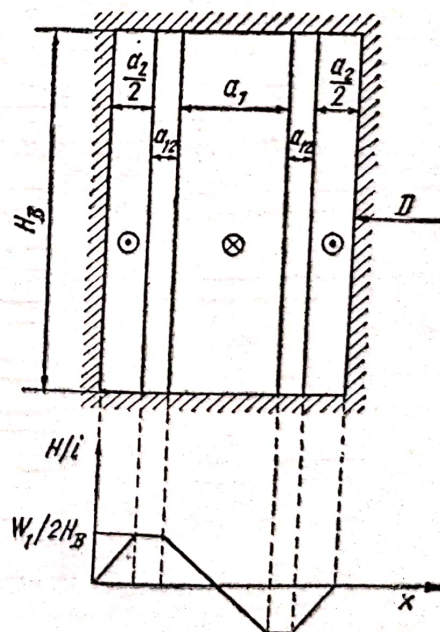


Figura 2.4.

Reactanța de dispersie are expresia :

$$X_{\sigma} = 2 \cdot 2\pi f \mu_0 \frac{l_m}{H_B} \left(\frac{w_1}{2} \right)^2 k_R \left(a_{12} + \frac{a_1 + a_2}{6} \right) [\Omega].$$

Cu lungimea medie calculată se obține pentru reactanța de dispersie valoarea :

$$X_{\sigma} = 3,95 \frac{50 \cdot 127,48 \cdot (150)^2}{44} 0,876 \cdot \left(1,5 + \frac{21 + 10}{6} \right) 10^{-6} = 0,92 \Omega.$$

Înfășurarea cu bobine biconcentrice se folosește în cazul în care înfășurarea cu bobine concentrice ar avea o reactanță de dispersie prea mare. Acest tip de înfășurare are avantajul unor forțe de scurtcircuit reduse.

2.4. Să se determine reactanța totală de dispersie a unui transformator, în cazul în care înfășurările sînt executate :

- 1) în galeți alternați simetric (fig. 2.5, a)
- 2) în galeți alternați nesimetric, însă cu un număr egal de galeți pentru primar și secundar (fig. 2.5, b).

Pentru ambele cazuri numărul de spire al înfășurării primare este $w_1 = 150$ spire, iar lungimea spirei medii $l_m = 4720$ mm.

Soluție. Curba de variație a intensității cîmpului magnetic pe înălțimea coloanei pentru înfășurarea cu galeți alternați simetric este reprezentată în figura 2.6.

Pentru micșorarea distanțelor de izolare în partea inferioară și superioară a bobinajului se montează semibobina aparținînd înfășurării de joasă tensiune.

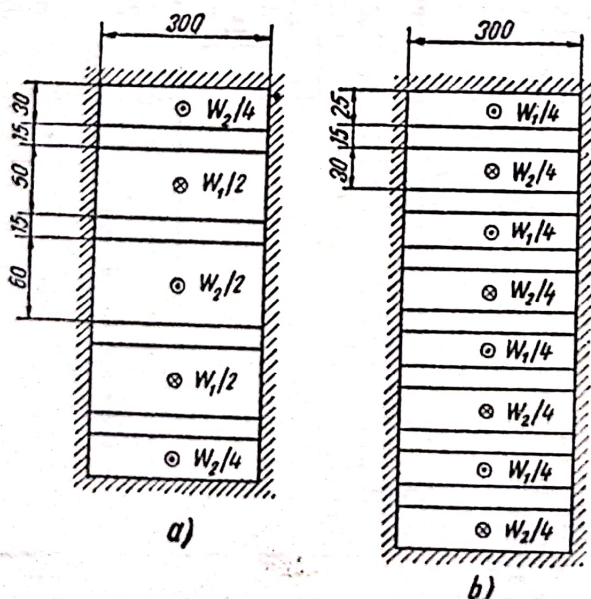


Figura 2.5.

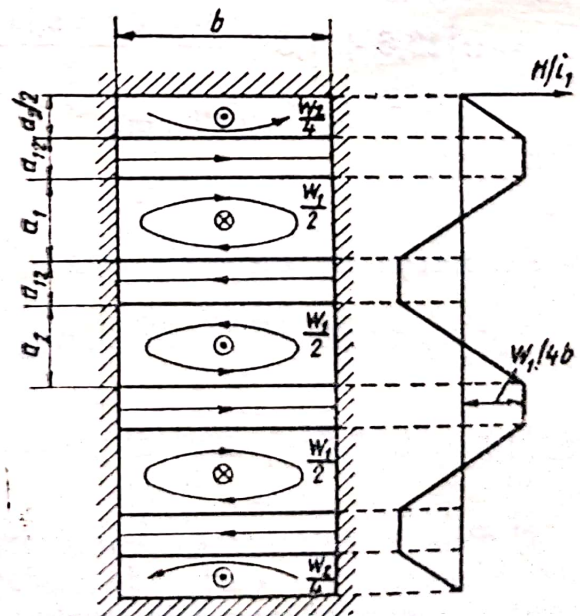


Figura 2.6.

Reactanța totală de dispersie este :

$$X_{\sigma} = 2\pi f \mu_0 \frac{l_m w_1^2}{2qb} k_R \left(a_{12} + \frac{a_1 + a_2}{6} \right)$$

unde: a_1, a_2, a_{12}, b, w_1 , au semnificațiile din figura 2.6, iar

$$k_R = 1 - \frac{1}{\frac{2\pi b}{2a_{12} + a_1 + a_2}}$$

este coeficientului lui Rogowski

unde :

l_m este lungimea spirei medii

q — numărul de bobine primare complete, egal cu numărul de bobine secundare complete.

Aplicație pentru cazul numeric dat :

— coeficientul lui Rogowski are valoarea :

$$k_R = 1 - \frac{1}{\frac{2\pi \cdot 300}{2 \cdot 15 + 50 + 60}} = 0,9257 ;$$

— reactanța totală de dispersie este :

$$X_{\sigma} = 2\pi 50 \cdot 4\pi 10^{-7} \frac{4,72 \cdot 150^2}{2 \cdot 2 \cdot 0,3} \cdot 0,9257 \left(15 + \frac{50 + 60}{6} \right) 10^{-3} = 1,077 \Omega.$$

Se observă că valoarea reactanței de dispersie poate fi micșorată dacă se divide în mod corespunzător bobinajul (se micșorează a_1 și a_2 și crește q).

2) În cazul înfășurării cu $q = 4$ și avînd galeții alternați nesimetric ca în figura 2.7 rezultă pentru coeficientul lui Rogowski valoarea :

$$k_R = 1 - \frac{1}{\frac{2\pi \cdot 300}{2 \cdot 15 + 30 + 25}} = 0,9618.$$

Cu acesta, reactanța totală de dispersie este :

$$\begin{aligned} X_{\sigma} &= 2\pi f \mu_0 \frac{l_m w_1^2}{4qb} k_R \left(a_{12} + \frac{a_1 + a_2}{3} \right) = \\ &= 2\pi 50 \cdot 4\pi 10^{-7} \frac{4,72 \cdot 150^2}{4 \cdot 4 \cdot 0,3} 0,9618 \times \\ &\times \left(15 + \frac{30 + 25}{3} \right) 10^{-3} = 0,2797 \Omega. \end{aligned}$$

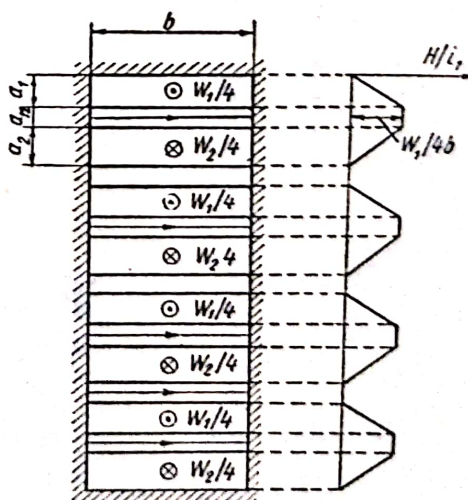


Figura 2.7.

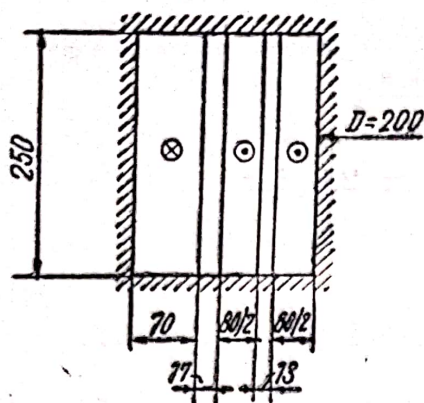


Figura 2.8.

2.5. Să se determine reactanța de dispersie totală, raportată la primar, a unui transformator trifazat, în ipoteza că primarul este conectat în stea, iar secundarul în zig-zag. Aplicație la cazul particular al unui transformator având dimensiunile și caracteristicile specificate în fig. 2.8.

Soluție. Folosirea conexiunii zig-zag pentru secundar are avantajul de a înlătura deplasarea punctului neutru al diagramei de faze a tensiunilor secundare, în cazul când apar sarcini nesimetrice conectate între o fază și nul.

În figura 2.9 a sînt reprezentate schemele de conexiuni ale înfășurărilor. În figura 2.9 b, este reprezentată diagrama curenților și solenațiilor înfășurării secundare; s-a notat cu $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ solenația corespunzătoare unei jumătăți din înfășurarea fazei respective.

Dacă se neglijează curentul de mers în gol, solenația rezultantă a secundarului pe fiecare coloană este egală și în opoziție de fază cu solenația corespunzătoare a primarului.

În figura 2.9 c este reprezentată la o scară mărită, diagrama solenațiilor fazei c în ipoteza că $w_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} w_1$. Din figura 2.9, c rezultă că cele două componente ale solenației fazei c, $\left| \frac{w_1}{\sqrt{3}} I_a \right|$ și $\left| \frac{w_1}{\sqrt{3}} I_c \right|$, au fiecare câte o componentă în opoziție de fază cu solenația fazei C a primarului, valoarea ei fiind $\frac{w_1}{2} I_c$ și câte o componentă defazată față de solenația fazei C cu 90° , valoarea ei fiind $\frac{w_1}{2\sqrt{3}} I_c$.

Datorită acestor componente și reactanța de dispersie totală va avea două componente.

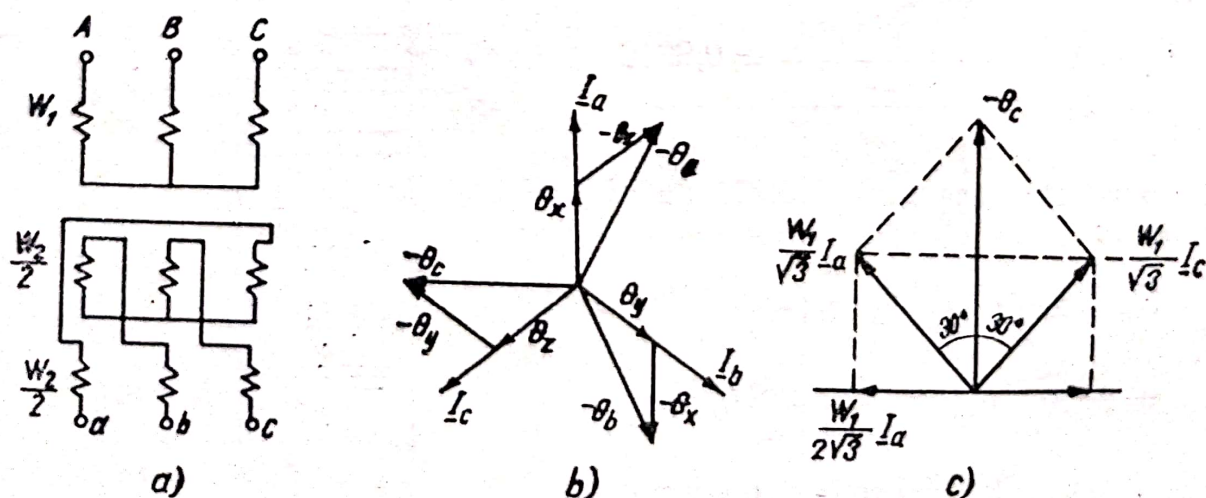


Figura 2.9.

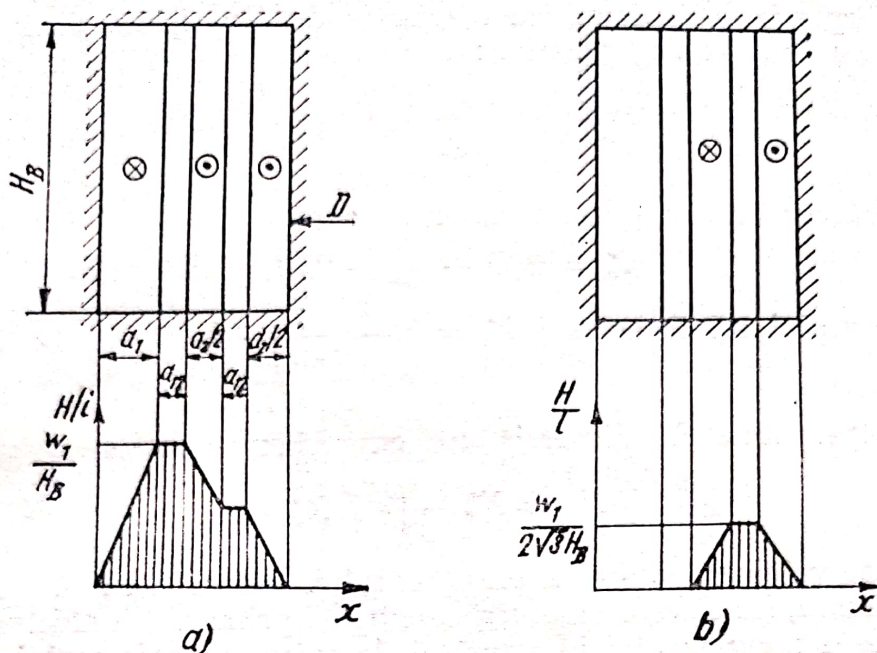


Figura 2.10.

În figura 2.10, *a* este reprezentată înfășurarea precum și curba de variație a cîmpului magnetic în fereastră în ipoteza prezenței numai a componentelor solenațiilor în opoziție de fază cu solenația înfășurării primarului.

Acestor componente le corespunde o reactanță de dispersie egală cu reactanța unei înfășurări cilindrice cu bobine divizate pe secundar:

$$X'_\sigma = 2\pi f \mu_0 w_1^2 \frac{l'_m}{H_B} \cdot k'_R \left(a_{12} + \frac{a_{23}}{4} + \frac{a_1 + a_2}{3} \right)$$

unde :

— lungimea medie echivalentă a spirelor este :

$$l'_m = \pi \left(D + a_{12} + \frac{a_1 + 3a_{22} + 3a_2}{3} \right),$$

— coeficientului lui Rogowski :

$$k'_R = 1 - \frac{1}{\frac{2\pi H_B}{2a_{12} + a_1 + a_2}}.$$

În figura 2.10, *b* este reprezentată înfășurarea și curba de variație a cîmpului magnetic în fereastră în ipoteza că sînt prezente numai componentele solenațiilor defazate cu 90° față de solenația înfășurării primare (cele două componente sînt în opoziție de fază). În acest caz apare o reac-

tanță de dispersie echivalentă cu reactanța de dispersie a unei înfășurări cilindrice cu bobine concentrice:

$$X''_{\sigma} = 2\pi f \mu_0 w_2^2 \frac{l''_m}{4H_B} k''_R \left(a_{22} + \frac{a_2}{3} \right) [\Omega],$$

unde

— lungimea medie a spirelor este:

$$l''_m = \pi(D + a_{22} + 2a_2),$$

iar coeficientului lui Rogowski $k''_R = 1 - \frac{1}{\frac{\pi H_B}{a_{22} + a_2}}$.

Reactanța totală de dispersie are expresia:

$$X_{\sigma} = X'_{\sigma} + \left(\frac{I''_z}{I_c} \right)^2 X''_{\sigma},$$

unde I''_z este valoarea componentei curentului, defazată cu 90° față de solenajia primară, iar I_c este valoarea curentului primar. S-a efectuat de fapt o raportare a secundarului la numărul de spire al primarului. Rezultă:

$$X_{\sigma} = X'_{\sigma} + \frac{1}{3} \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2 X''_{\sigma},$$

sau

$$X_{\sigma} = 2\pi f \mu_0 w_1^2 \left[\frac{m}{H_B} k'_R \left(a_{12} + \frac{a_{22}}{4} + \frac{a_1 + a_2}{3} \right) + \frac{l''_m}{H_B} k''_R \left(\frac{a_{22}}{12} + \frac{a_2}{36} \right) \right].$$

Pentru valorile numerice date rezultă:

$$l''_m = \pi \left(20 + 1,7 + \frac{7 + 3 \cdot 1,3 + 3 \cdot 8}{3} \right) = 104,66 \text{ cm}$$

$$k'_R = 1 - \frac{1}{\frac{2\pi \cdot 25}{2 \cdot 1,7 + 7 + 8}} = 0,882$$

$$l''_m = \pi(20 + 1,3 + 2 \cdot 8) = 117,12 \text{ cm.}$$

$$k''_R = 1 - \frac{1}{\frac{\pi \cdot 25}{1,3 + 8}} = 0,881.$$

Prin urmare:

$$\begin{aligned} X_{\sigma} &= 2\pi 50 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 120^2 \times \\ &\times \left[\frac{104,66}{25} \cdot 0,882 \left(1,7 + \frac{1,3}{4} + \frac{7+8}{3} \right) 10^{-2} + \right. \\ &\left. + \frac{117,12}{25} \cdot 0,881 \left(\frac{1,3}{12} + \frac{8}{36} \right) 10^{-2} \right] = 1,55 \Omega. \end{aligned}$$

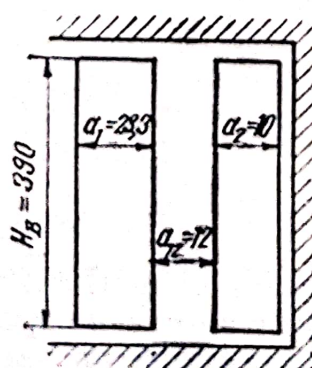


Figura 2.11.

2.6. Un transformator trifazat este proiectat să funcționeze la frecvența $f = 50 \text{ Hz}$. Transformatorul are înfășurările cilindrice concentrice, dimensiunile fiind arătate în figura 2.11 Înfășurarea primară, de

fază, are $w_1 = 2\,940$ spire și este executată cu conductor de cupru avînd aria secțiunii $s_{cu\,1} = 0,95\text{ mm}^2$ și lungimea medie a spirei $l_{m1} = 730\text{ mm}$, iar înfășurarea secundară de fază are $w_2 = 68$ spire, fiind executată cu conductor de cupru avînd aria secțiunii $s_{cu\,2} = 41\text{ mm}^2$ și lungimea spirei medii $l_{m2} = 540\text{ mm}$.

Se cere să se determine :

1) Rezistența și reactanța de dispersie a înfășurării primare și rezistența și reactanța de dispersie a înfășurării secundare ;

2) Valorile raportate la secundar ale rezistenței și reactanței primare. Se va considera rezistivitatea cuprului $\rho_{20^\circ} = 0,017\ \Omega\text{ mm}^2/\text{m}$.

Soluție. 1) Rezistența înfășurării primare este

$$R_1 = \rho \frac{l_{m1}}{s_{cu\,1}} w_1 = 0,017 \frac{0,73}{0,95} 2940 = 38,4\ \Omega.$$

Rezistența înfășurării secundare este

$$R_2 = \rho \frac{l_{m2}}{s_{cu\,2}} w_2 = 0,017 \frac{0,54}{41} 68 = 0,0152\ \Omega.$$

Pentru determinarea reactanțelor este necesar să se calculeze coeficientul lui Rogowski :

$$k_R = 1 - \frac{a_{12} + a_1 + a_2}{\pi H_B} = 1 - \frac{12 + 23,3 + 10}{\pi 390} = 0,963.$$

Reactanța de dispersie a înfășurării primare este :

$$\begin{aligned} X_{\sigma_1} &= 2\pi f \mu_0 w_1^2 \frac{l_{m1}}{H_B} k_R \left(\frac{a_{12}}{2} + \frac{a_1}{3} \right) = \\ &= 2\pi 50 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} (2\,940)^2 \frac{0,73}{0,39} \cdot 0,963 \left(\frac{12}{2} + \frac{23,3}{3} \right) 10^{-3} = 84,5\ \Omega. \end{aligned}$$

Reactanța de dispersie a înfășurării secundare este :

$$\begin{aligned} X_{\sigma_2} &= 2\pi f \mu_0 w_2^2 \frac{l_{m2}}{H_B} k_R \left(\frac{a_{12}}{2} + \frac{a_2}{3} \right) = \\ &= 2\pi 50 \cdot 4\pi 10^{-7} \cdot 68^2 \frac{0,54}{0,39} 0,963 \left(\frac{12}{2} + \frac{10}{3} \right) 10^{-3} = 0,0227\ \Omega. \end{aligned}$$

2) Pentru a determina valorile raportate, este necesar să se determine factorul de raportare : $k = \frac{w_1}{w_2} = \frac{2\,940}{68} = 43,1$.

Rezistența înfășurării primare raportată la înfășurarea secundară are valoarea :

$$R'_1 = \frac{1}{k^2} R_1 = \frac{1}{(43,1)^2} 38,4 = 0,0206\ \Omega.$$

Reactanța înfășurării primare raportată la înfășurarea secundară are valoarea :

$$X'_{\sigma_1} = \frac{1}{k^2} \cdot X_{\sigma_1} = \frac{1}{(43,1)^2} \cdot 84,5 = 0,0459 \Omega.$$

2.7. Să se determine mărimile necesare construcției diagramei tensiunilor unui transformator monofazat avînd puterea nominală $S_n = 100$ kVA, tensiunile nominale $U_{1n}/U_{2n} = 2/0,5$ kV, frecvența nominală $f = 50$ Hz, factorul de putere al circuitului secundar $\cos \varphi_2 = 0$ și următorii parametri ai înfășurărilor :

$$R_1 = 2,2 \Omega ; R_2 = 0,12 \Omega ; L_{11} = 2,4 \text{ H} ;$$

$$L_{12} = 0,57 \text{ H} ; L_{22} = 0,15 \text{ H}.$$

Soluție. Diagrama de tensiuni a transformatorului în teoria fizică se obține prin reprezentarea grafică în planul complex a ecuațiilor transformatorului :

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_{11}\underline{I}_1 + jX_{12}\underline{I}_2,$$

$$- \underline{U}_2 = jX_{12}\underline{I}_1 + \underline{Z}_{22}\underline{I}_2.$$

Pentru reprezentare grafică este necesar să se calculeze următoarele mărimi :

— curentul nominal primar

$$I_1 = \frac{S_n}{U_1} = \frac{100 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^3} = 50 \text{ A},$$

— curentul nominal secundar

$$I_2 = \frac{S_n}{U_2} = \frac{100 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 10^3} = 200 \text{ A},$$

— reactanța proprie a înfășurării primare :

$$X_{11} = \omega \cdot L_{11} = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 2,4 = 7,53 \cdot 10^2 \Omega,$$

— reactanța proprie a înfășurării secundare :

$$X_{22} = \omega \cdot L_{22} = 2\pi \cdot 50 \cdot 0,15 = 0,0471 \cdot 10^3 \Omega,$$

— reactanța mutuală :

$$X_{12} = \omega L_{12} = 2\pi \cdot 50 \cdot 0,57 = 0,179 \cdot 10^3 \Omega.$$

Ordinea de succesiune în construcție a fazorilor din diagramă, reiese din figura 2.12.

La construcția diagramei s-a ales ca origine de fază fazorul $\underline{U}_2$.

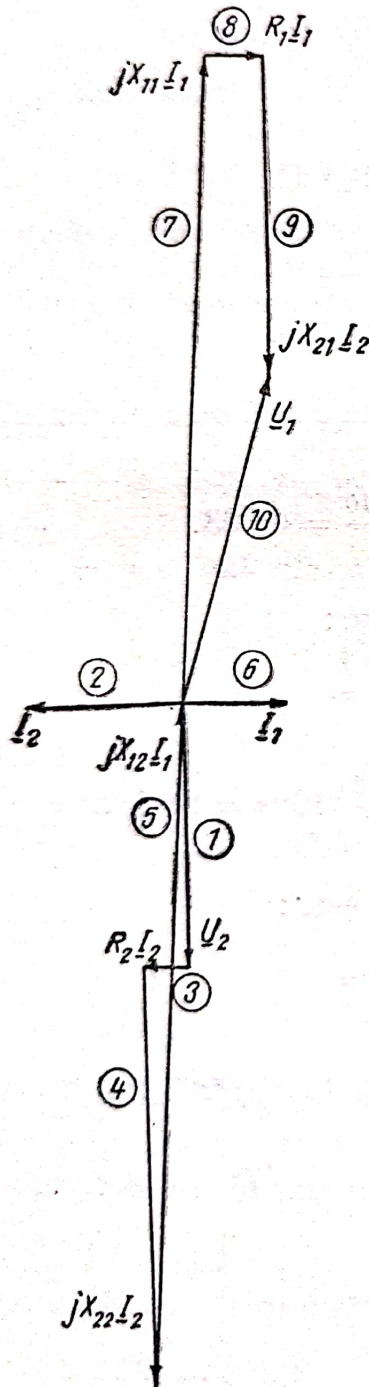


Figura 2.12.

Valorile tensiunilor reprezentate în diagramă sînt :

$$U_2 = 500 \text{ V},$$

$$R_1 I_1 = 2,2 \cdot 50 = 110 \text{ V},$$

$$R_2 I_2 = 0,12 \cdot 200 = 24 \text{ V},$$

$$X_{11} I_1 = 7,53 \cdot 10^3 \cdot 50 = 37,65 \cdot 10^3 \text{ V},$$

$$X_{22} I_2 = 0,0471 \cdot 10^3 \cdot 200 = 0,942 \cdot 10^4 \text{ V}.$$

$$X_{12} I_1 = 0,179 \cdot 10^3 \cdot 50 = 0,895 \cdot 10^3 \text{ V},$$

$$X_{12} I_2 = 0,179 \cdot 10^3 \cdot 200 = 3,58 \cdot 10^4 \text{ V}.$$

Se observă diferența mare dintre valorile diferitelor tensiuni care trebuie reprezentate în diagramă. De aceea, diagrama din figura 2.12 nu s-a executat la scară.

2.8. La bornele unui transformator monofazat de putere nominală $S_n = 100 \text{ kVA}$, tensiunea nominală $U_{1n} = 10 \text{ kV}$ și frecvență nominală $f = 50 \text{ Hz}$ este conectată o rezistență $R = 2,5 \Omega$. Parametrii înfășurărilor sînt: rezistența înfășurării primare $R_1 = 50 \Omega$, rezistența înfășurării secundare $R_2 = 0,12 \Omega$, inductivitatea proprie a înfășurării primare $L_{11} = 60 \text{ H}$; inductivitatea proprie a înfășurării secundare $L_{22} = 0,15 \text{ H}$; inductivitatea mutuală $L_{12} = 2,97 \text{ H}$.

Să se determine :

- 1) curenții prin înfășurări;
- 2) factorul de putere al transformatorului pe partea de înaltă tensiune.

Soluție. 1) Pentru determinarea curenților este necesar să se calculeze reactanțele înfășurărilor :

— reactanța proprie a înfășurării primare

$$X_{11} = 2\pi f \cdot L_{11} = 2\pi \cdot 50 \cdot 60 = 188,5 \cdot 10^2 \Omega,$$

— reactanța proprie a înfășurării secundare :

$$X_{22} = 2\pi f \cdot L_{22} = 2\pi \cdot 50 \cdot 0,15 = 0,471 \cdot 10^2 \Omega,$$

— reactanța mutuală :

$$X_{12} = X_{21} = 2\pi f \cdot L_{12} = 2\pi \cdot 50 \cdot 2,97 = 9,33 \cdot 10^2 \Omega.$$

Curentul prin înfășurarea de înaltă tensiune, în calculul complex, considerînd pe $-U_1$ în axa reală, se obține din rezolvarea sistemului de ecuații care caracterizează funcționarea transformatorului :

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_{11} \underline{I}_1 + jX_{12} \underline{I}_2$$

$$\underline{U}_2 = -jX_{12} \underline{I}_1 - \underline{Z}_{22} \underline{I}_2 = \underline{Z}_s \underline{I}_2, \quad (1)$$

Prin urmare :

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_{11} + \frac{X_{12}^2}{\underline{Z}_{22} + \underline{Z}_s}} = \frac{10^4}{(50 + j 188,5 \cdot 10^2) + \frac{(9,33 \cdot 10^2)^2}{(0,12 + j 0,471 \cdot 10^2) + 2,5}} = 8,2 - j 3,07 \text{ A.}$$

Deci valoarea efectivă a curentului este : $I_1 = 8,75 \text{ A}$, iar valoarea instantanee este : $i_1 = 8,75 \cdot \sqrt{2} \sin (2\pi \cdot 50t - 20^\circ 30')$.

Curentul prin înfășurarea de joasă tensiune are expresia :

$$\underline{I}_2 = -\underline{I}_1 \frac{jX_{12}}{\underline{Z}_{22} + \underline{Z}_s} = -(8,2 - j 3,07) \frac{j 9,33 \cdot 10^2}{(0,12 + j 0,471 \cdot 10^2) + 2,5} = 165 + j 51,8,$$

iar valoarea sa efectivă este $I_2 = 174,3 \text{ A}$.

2) Din relația (2) rezultă factorul de putere pe partea de înaltă tensiune :

$$\cos \varphi_1 = \frac{\operatorname{Re}(\underline{I}_1)}{|\underline{I}_1|} = \frac{8,2}{8,75} = 0,937.$$

2.9. La încercarea în gol a unui transformator monofazat avînd puterea aparentă nominală $S_n = 10\,000 \text{ kVA}$, tensiunile nominale $U_{1n}/U_{2n} = 35/6 \text{ kV}$ s-au măsurat : puterea activă $P_0 = 22 \text{ kW}$ și curentul de mers în gol $I_0 = 10 \text{ A}$. La încercarea în scurtcircuit la curent nominal s-au măsurat pierderile în scurtcircuit $P_{sc} = 75 \text{ kW}$ și tensiunea de scurtcircuit $U_{sc} = 500 \text{ V}$. Măsurătorile s-au efectuat pe partea de joasă tensiune.

Se cere să se determine parametrii schemei echivalente în „T” a transformatorului cu considerarea pierderilor în miez (se presupune că rezistența, respectiv reactanța de dispersie a înfășurării de înaltă tensiune, raportate la înfășurarea de joasă tensiune, sînt egale cu rezistența, respectiv reactanța de dispersie a înfășurării de joasă tensiune).

Soluție. Pentru determinarea parametrilor schemei echivalente este necesar să se cunoască :

— factorul de putere la încercarea în gol :

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{U_{2n} I_0} = \frac{22 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^3 \cdot 10} = 0,366,$$

— componenta activă a curentului de mers în gol :

$$I_{0a} = I_0 \cos \varphi_0 = 10 \cdot 0,366 = 3,66 \text{ A},$$

— componenta reactivă a curentului de mers în gol :

$$I_{0\mu} = \sqrt{I_0^2 - I_{0a}^2} = \sqrt{10^2 - 3,66^2} = 9,3 \text{ A},$$

- curentul nominal pe partea de joasă tensiune a transformatorului:

$$I_{2n} = \frac{S_n}{U_{2n}} = \frac{10\,000 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^3} = 1\,666,67 \text{ A},$$

- factorul de putere la scurtcircuit:

$$\cos \varphi_{sc} = \frac{P_{sc}}{U_{sc} I_{2n}} = \frac{75 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 1\,666,67 \cdot 10^3} = 0,09,$$

- impedanța echivalentă la scurtcircuit:

$$Z_e = \frac{U_{sc}}{I_{2n}} = \frac{500}{1\,666,67} = 0,3 \text{ } \Omega,$$

- rezistența echivalentă la scurtcircuit:

$$R_e = \frac{P_{sc}}{I_{2n}^2} = \frac{75 \cdot 10^3}{(1\,666,67)^2} = 0,027 \text{ } \Omega,$$

- Reactanța echivalentă la scurtcircuit:

$$X_e = \sqrt{Z_e^2 - R_e^2} = \sqrt{0,3^2 - 0,027^2} = 0,2985 \text{ } \Omega.$$

Rezultă parametrii schemei echivalente:

- rezistența înfășurării de joasă tensiune:

$$R_2 = \frac{R_e}{2} = \frac{0,027}{2} = 0,0135 \text{ } \Omega,$$

- rezistența raportată a înfășurării de înaltă tensiune:

$$R'_1 = R_2 = 0,0135 \text{ } \Omega,$$

- reactanța de dispersie a înfășurării de joasă tensiune:

$$X_{\sigma 2} = \frac{X_e}{2} = \frac{0,2985}{2} = 0,149 \text{ } \Omega.$$

- reactanța de dispersie, raportată, a înfășurării de înaltă tensiune:

$$X'_{\sigma 1} = X_{\sigma 2} = 0,149 \text{ } \Omega,$$

- rezistența ramurei de magnetizare, în ipoteza schemei paralel:

$$R_m \simeq \frac{U_{2n}}{I_{sc}} = \frac{6\,000}{3,66} = 1\,639,34 \text{ } \Omega,$$

- reactanța ramurii de magnetizare:

$$X_m \simeq \frac{U_{2n}}{I_{0\mu}} = \frac{6\,000}{9,3} = 645,16 \text{ } \Omega.$$

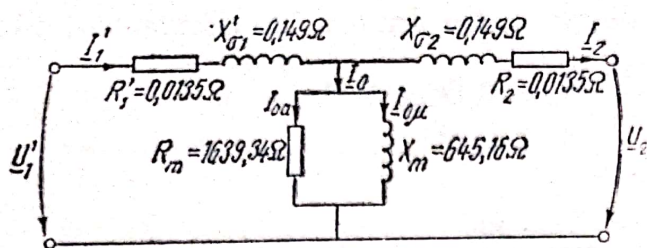


Figura 2.13.

În figura 2.13 este reprezentată schema echivalentă a transformatorului cu parametri calculați.

2.10. Parametrii înfășurărilor și ai circuitului magnetic ai unui transformator monofazat avînd puterea aparentă nominală $S_n = 1\,000\text{ kVA}$, tensiunile $U_{1n}/U_{2n} = 15\,000/500\text{ V}$, sînt:

$$R_1 = 2\,\Omega,$$

$$R_2 = 0,002\,\Omega,$$

$$R_m = 8\,000\,\Omega.$$

$$X_{\sigma 1} = 6,4\,\Omega,$$

$$X_{\sigma 2} = 0,007\,\Omega,$$

$$X_m = 4\,000\,\Omega.$$

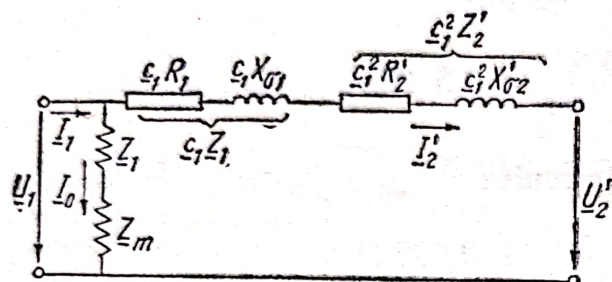


Figura 2.14.

Să se calculeze parametri schemei echivalente cu circuitul de magnetizare conectat la bornele primare.

Soluție. Pentru schema echivalentă din figura 2.14 se determină:

$$\underline{c}_1 = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_m} = 1 + \frac{R_1 + jX_{\sigma 1}}{\frac{jR_m X_m}{R_m + jX_m}} = 1 + \frac{2 + j6,4}{\frac{j \cdot 8\,000 \cdot 4\,000}{8\,000 + j4\,000}} = 1,00185 + j\,0,0003.$$

Coeficientul de raportare a secundarului la primar, neglijînd căderile de tensiune în transformator, este:

$$k \simeq \frac{U_1}{U_2} = \frac{15\,000}{500} = 30.$$

Parametrii secundari raportați la primar:

$$R'_2 = k^2 R_2 = 900 \cdot 0,002 = 1,8\,\Omega$$

$$X'_{\sigma 2} = k^2 X_{\sigma 2} = 900 \cdot 0,007 = 6,3\,\Omega.$$

Parametrii schemei echivalente cu circuitul de magnetizare scos la borne sînt:

$$\underline{c}_1 \underline{Z}_1 = (1,00185 + j\,0,0003)(2 + j\,6,4) = (2 + j\,6,4)\,\Omega$$

$$\underline{c}_1^2 \underline{Z}'_2 = (1,00185 + j\,0,0003)^2(1,8 + j\,6,3) = (1,77 + j\,6,33)\,\Omega$$

$$\underline{Z}_1 = (2 + j\,6,4)\,\Omega$$

$$\underline{Z}_m = \frac{jR_m X_m}{R_m + jX_m} = \frac{j \cdot 8\,000 \cdot 4\,000}{8\,000 + j4\,000} = (1\,600 + j\,3\,200)\,\Omega.$$

2.11. Un transformator monofazat avînd puterea aparentă nominală $S_n = 630$ kVA, tensiunile nominale $U_{1n}/U_{2n} = 6/0,4$ kV și tensiunea de scurtcircuit $u_{sc} = 6\%$ funcționează în sarcină nominală. Se cere să se calculeze căderea de tensiune în transformator pentru cazurile cînd defazajul dintre curentul și tensiunea secundară are valorile: $\varphi = 0$; $\frac{\pi}{2}$; $-\frac{\pi}{2}$ știind că pierderile în scurtcircuit ale transformatorului sînt $P_{sc} = 10$ kW. Pentru cazurile respective de funcționare să se construiască diagramele de fazori ale tensiunilor transformatorului.

Soluție. Pentru determinarea căderii de tensiune în transformator este necesar să cunoaștem componentele tensiunii de scurtcircuit:

— componenta activă a tensiunii de scurtcircuit:

$$u_{sca} = \frac{R_e I_{1n}}{U_{1n}} 100 = \frac{R_e I_{1n}^2}{U_{1n} I_{1n}} 100 = \frac{P_{sc}}{S_n} 100 = \frac{10}{630} 100 = 1,59\%,$$

— componenta reactivă a tensiunii de scurtcircuit:

$$u_{scr} = \sqrt{u_{sc}^2 - u_{sca}^2} = \sqrt{6^2 - 1,59^2} = 5,8\%.$$

Căderea de tensiune în transformator are expresia:

$$\Delta u = \beta(u_{sca} \cos \varphi + u_{scr} \sin \varphi) + \frac{\beta^2}{200} (u_{scr} \cos \varphi - u_{sca} \sin \varphi)^2,$$

în care factorul de încărcare $\beta = \frac{I_2}{I_{2n}}$.

Pentru cazul dat, factorul de încărcare are valoarea $\beta = 1$; dacă $\varphi = 0$ (sarcină rezistivă) rezultă:

$$\Delta u = 1,59 + \frac{1}{200} (5,8)^2 = 1,76 \%.$$

Diagrama de fazori corespunzătoare acestui regim de funcționare este reprezentată în figura 2.15, a.

Pentru $\varphi = \frac{\pi}{2}$, (sarcină inductivă), căderea de tensiune este:

$$\Delta u = 5,8 + \frac{1}{200} (-1,59)^2 = 5,81\%.$$

Diagrama de fazori este reprezentată în figura 2.15, b.

Pentru $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ (sarcină capacitivă) se obține:

$$\Delta u = -5,8 + \frac{1}{200} (+1,59)^2 = -5,79\%.$$

Diagrama de fazori este reprezentată în figura 2.15, c.

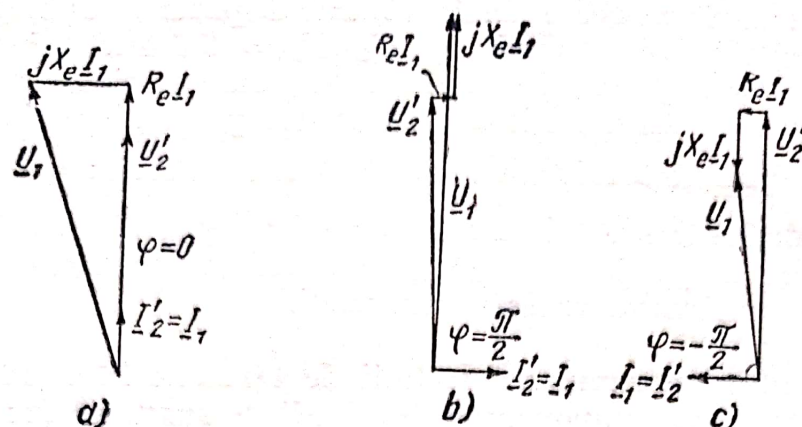


Figura 2.15.

Pentru construcția diagramelor a fost necesar să se determine următoarele mărimi:

— curentul nominal

$$I_{1n} = I'_2 = \frac{S_n}{U_{1n}} = \frac{630}{6} = 105 \text{ A},$$

— rezistența echivalentă la scurtcircuit:

$$R_e = \frac{P_{sc}}{I_{1n}^2} = \frac{10 \cdot 10^3}{105^2} = 0,91 \text{ } \Omega,$$

— impedanța echivalentă la scurtcircuit:

$$Z_e = \frac{u_{sc} \% U_{1n}}{100 I_{1n}} = \frac{6 \cdot 6000}{100 \cdot 105} = 3,42 \text{ } \Omega.$$

— reactanța echivalentă la scurtcircuit:

$$X_e = \sqrt{Z_e^2 - R_e^2} = \sqrt{3,42^2 - 0,91^2} = 3,3 \text{ } \Omega.$$

— căderile de tensiune:

$$R_e I_{1n} = 0,91 \cdot 105 = 95,5 \text{ V}$$

$$X_e I_{1n} = 3,3 \cdot 105 = 346,5 \text{ V},$$

$$-U'_2 = U_{1n} = 6000 \text{ V}.$$

Diagramele au fost construite avînd ca origine de fază fazorul $\underline{U}'_2$.

2.12. Un transformator trifazat are puterea aparentă nominală $S_n = 400 \text{ kVA}$, tensiunile $U_{1n}/U_{2n} = 35/6 \text{ kV}$, frecvența $f = 50 \text{ Hz}$, curentul în gol $I_0 = 0,056 I_{1n}$, pierderile la funcționarea în gol $P_0 = 1820 \text{ W}$, pierderile în scurtcircuit $P_{sc} = 8300 \text{ W}$; transformatorul funcționează pe o sarcină inductivă simetrică conectată în stea avînd rezistența pe fază $R_s = 20 \text{ } \Omega$. Transformatorul debitează un curent $I_s = 35 \text{ A}$ la o tensiune $U = 5800 \text{ V}$.

Raportul dintre pierderile în înfășurarea primară și pierderile în înfășurarea secundară este $q = 1,06$, iar reactanțele de dispersie primară și secundară sînt $X_{\sigma 1} = 80 \, \Omega$ și $X_{\sigma 2} = 2,72 \, \Omega$. Știind că schemele de conexiune ale transformatorului sînt Yy , să se determine schema electrică echivalentă în T , pe fază a transformatorului.

Soluție. Curentul nominal al transformatorului este:

$$I_{1n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{1n}} = \frac{400 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 35 \cdot 10^3} = 6,58 \, \text{A}.$$

Rezultă valoarea curentului de mers în gol $I_0 = 0,056 I_n = 0,368 \, \text{A}$, și a impedanței echivalente pe fază la mersul în gol:

$$Z_0 \simeq \frac{U_{1n}}{\sqrt{3} \cdot I_0} = \frac{35\,000}{\sqrt{3} \cdot 0,368} = 55\,000 \, \Omega.$$

Considerînd că la funcționarea în gol pierderile în înfășurarea primară sînt neglijabile, iar tensiunea indusă de fluxul magnetic prin miez, este aproximativ egală cu tensiunea la borne, rezultă:

— rezistența ramurii de magnetizare, în ipoteza schemei serie din figura 2.16:

$$R_0 = \frac{P_0}{m I_0^2} = \frac{1\,820}{3(0,368)^2} = 4\,490 \, \Omega.$$

— reactanța ramurii de magnetizare:

$$X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2} = \sqrt{(55\,000)^2 - (4\,490)^2} = 54\,100 \, \Omega.$$

Considerînd că pierderile în scurtcircuit sînt egale cu pierderile în înfășurări și știind că raportul pierderilor în înfășurări este q se obține sistemul:

$$\begin{cases} P_{j1} + P_{j2} = P_{sc} = 8\,300 \, \text{W} \\ q = \frac{P_{j1}}{P_{j2}} = 1,06. \end{cases}$$

Rezolvînd acest sistem se obțin pierderile în înfășurări:

$P_{j1} = 4\,280 \, \text{W}$ — pierderile în înfășurarea primară;

$P_{j2} = 4\,020 \, \text{W}$ — pierderile în înfășurarea secundară.

Se pot calcula astfel:

— rezistența înfășurării primare:

$$R_1 = \frac{P_{j1}}{m I_{1n}^2} = \frac{4\,280}{3 \cdot (6,58)^2} = 33,2 \, \Omega,$$

— curentul nominal al înfășurării secundare:

$$I_{2n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{2n}} = \frac{400 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3} = 38,5 \, \text{A},$$

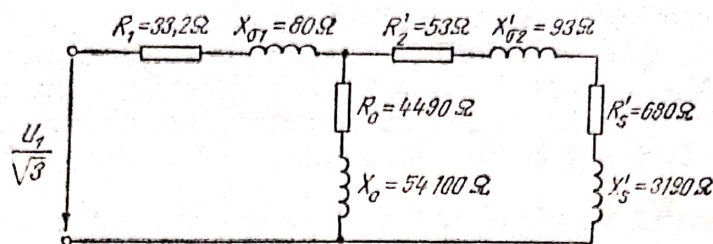


Figura 2.16.

— rezistența înfășurării secundare :

$$R_2 = \frac{P_{j2}}{mI_{2n}^2} = \frac{4\,020}{3(38,5)^2} = 1,56 \, \Omega.$$

— raportul de transformare :

$$k = \frac{U_{1n}}{U_{2n}} = \frac{35}{6} = 5,84$$

egal cu raportul de înfășurare în cazul conexiunii Yy,

— rezistența secundară raportată la primar

$$R_2' = k^2 R_2 = (5,84)^2 \cdot 1,56 = 53 \, \Omega$$

— reactanța de dispersie secundară raportată la primar

$$X_{02}' = k^2 X_{02} = (5,84)^2 \cdot 2,72 = 93 \, \Omega.$$

— rezistența de sarcină raportată la primar :

$$R_s' = k^2 R_s = (5,84)^2 \cdot 20 = 680 \, \Omega$$

— reactanța de sarcină :

$$X_s = \sqrt{\left(\frac{U_2}{\sqrt{3} \cdot I_2}\right)^2 - R_s'^2} = \sqrt{\left(\frac{5\,800}{\sqrt{3} \cdot 35}\right)^2 - (20)^2} = 93,3 \, \Omega,$$

— reactanța de sarcină raportată :

$$X_s' = k^2 X_s = (5,84)^2 \cdot 93,3 = 3\,190 \, \Omega.$$

Schema echivalentă în T este reprezentată în figura 2.16.

2.13. Pentru un transformator trifazat avînd puterea nominală $S_n = 400$ kVA, și tensiunile nominale $U_{1n}/U_{2n} = 6/0,4$ kV cu înfășurări din aluminiu se cunosc, de pe plăcuța indicatoare, următoarele date :

Grupa de conexiuni Yy₀ — 12 ;

Curentul de mers în gol $i_0 = 2,7\%$;

Pierderile la funcționarea în gol $P_0 = 1$ kW ;

Tensiunea de scurtcircuit $u_{sc} = 6\%$;

Pierderile în scurtcircuit $P_{sc} = 8,3$ kW.

Să se determine parametrii schemelor echivalente și factorii de putere ai transformatorului la funcționarea în gol, respectiv în scurtcircuit.

Soluție. Curentul nominal pe fază pe partea de înaltă tensiune (conexiunea Y) este:

$$I_{1nf} = I_{1n} = \frac{S_n}{3U_{1nf}} = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_{1n}} = \frac{400 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3} = 38,6 \text{ A.}$$

Curentul de mers în gol este:

$$I_0 = I_{1n} \frac{i_0\%}{100} = \frac{38,6 \cdot 2,7}{100} = 1,04 \text{ A.}$$

Impedanța echivalentă a circuitului magnetic în raport cu înfășurarea de înaltă tensiune este:

$$Z_m = \frac{U_{1nf}}{I_0} = \frac{\frac{6000}{\sqrt{3}}}{1,04} = 3340 \Omega.$$

În cazul în care circuitul de magnetizare este format dintr-o rezistență și o reactanță conectate în serie, parametrii schemei echivalente la funcționarea în gol sînt:

— rezistența echivalentă corespunzătoare pierderilor în miez:

$$R_m = \frac{P_0}{3I_0^2} = \frac{1000}{3 \cdot 1,04^2} = 309 \Omega.$$

— reactanța echivalentă corespunzătoare fluxului magnetic util:

$$X_m = \sqrt{Z_m^2 - R_m^2} = \sqrt{3340^2 - 309^2} \approx 3330 \Omega.$$

Factorul de putere la funcționarea în gol este:

$$\cos \varphi_0 = \frac{R_m}{Z_m} = \frac{309}{3340} = 0,0925.$$

Schema echivalentă a transformatorului la funcționarea în gol este reprezentată în figura 2.17, a.

Tensiunea de scurtcircuit a transformatorului, exprimată în [V] este:

$$U_{1scf} = \frac{U_{1nf} \cdot u_{sc}\%}{100} = \frac{\frac{6000}{\sqrt{3}} \cdot 6}{100} = 208 \text{ V.}$$

Impedanța echivalentă de scurtcircuit are valoarea:

$$Z_s = \frac{U_{1scf}}{I_{1n}} = \frac{208}{38,6} = 5,4 \Omega.$$

iar rezistența echivalentă de scurtcircuit este:

$$R_s = \frac{P_{sc}}{3I_{1n}^2} = \frac{8300}{3 \cdot 38,6^2} = 2,64 \Omega.$$

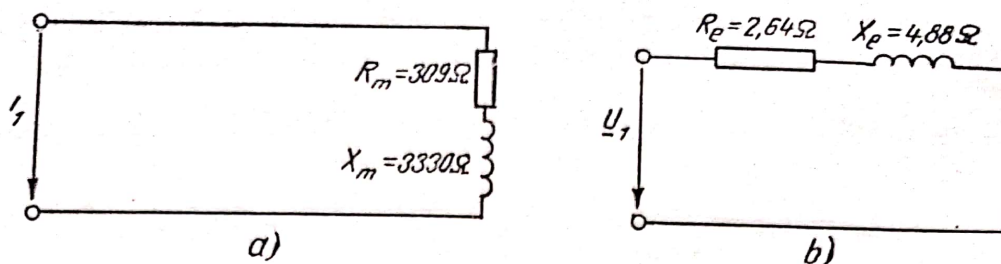


Figura 2.17.

Rezultă reactanța echivalentă de scurtcircuit :

$$X_e = \sqrt{Z_e^2 - R_e^2} = \sqrt{5,4^2 - 2,64^2} = 4,88 \Omega.$$

Schema echivalentă a transformatorului la funcționarea în scurtcircuit este reprezentată în figura 2.17, b.

Factorul de putere la scurtcircuit este :

$$\cos \varphi_{sc} = \frac{R_e}{Z_e} = \frac{2,64}{5,4} = 0,488.$$

2.14. Pentru un transformator trifazat cu schema de conexiune Yy — 12 se cunosc următoarele date nominale : puterea $S_n = 35$ kVA, tensiunile $U_{1n}/U_{2n} = 6/0,4$ kV, pierderile de scurtcircuit $P_{sc} = 0,83$ kW și tensiunea de scurtcircuit $u_{sc} = 4\%$.

Neglijînd curentul de mers în gol, să se determine următoarele :

- 1) parametrii schemei echivalente la funcționarea în scurtcircuit a transformatorului;
- 2) factorul de putere la scurtcircuit ($\cos \varphi_{sc}$)
- 3) laturile triunghiului de scurtcircuit în procente și în volți;
- 4) căderea de tensiune în transformator la funcționarea în sarcină nominală, inductivă, cu factorul de putere $\cos \varphi_2 = 0,707$.

Soluție. 1) Valorile efective ale curenților și tensiunilor pe fază ale transformatorului sînt :

$$U_{1nf} = \frac{U_{1n}}{\sqrt{3}} = \frac{6000}{\sqrt{3}} = 3460 \text{ V}; \quad I_{1nf} = I_{1n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{1n}} = \frac{35}{\sqrt{3} \cdot 6} = 3,37 \text{ A}$$

$$U_{2nf} = \frac{U_{2n}}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 231 \text{ V}; \quad I_{2nf} = I_{2n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{2n}} = \frac{35}{\sqrt{3} \cdot 0,4} = 50,5 \text{ A}.$$

Valoarea tensiunii de scurtcircuit pe fază a transformatorului în cazul alimentării pe partea de înaltă tensiune este :

$$U_{1scf} = U_{1nf} \cdot \frac{u_{sc}\%}{100} = 3460 \cdot \frac{4}{100} = 138,4 \text{ V}.$$

Impedanța de scurtcircuit a transformatorului are valoarea :

$$Z_e = \frac{U_{1scf}}{I_{1n}} = \frac{138,4}{3,37} = 41,1 \, \Omega.$$

Rezistența de scurtcircuit este :

$$R_e = \frac{P_{sc}}{3I_{1n}^2} = \frac{830}{3 \cdot 3,37^2} = 24,4 \, \Omega.$$

Rezultă reactanța de scurtcircuit :

$$X_e = \sqrt{Z_e^2 - R_e^2} = \sqrt{41,1^2 - 24,4^2} = 33,1 \, \Omega.$$

2) Factorul de putere la scurtcircuit este :

$$\cos \varphi_{sc} = \frac{R_e}{Z_e} = \frac{24,4}{41,1} = 0,594.$$

3) Laturile triunghiului de scurtcircuit al transformatorului (fig. 2.18) sînt următoarele :

$$\overline{AB} = U_{scr} = X_e \cdot I_{1n} = 33,1 \cdot 3,37 = 111,5 \, V$$

$$u_{scr} = \frac{U_{scr}}{U_{1n}} 100 = \frac{113}{3460} \cdot 100 = 3,22 \, \%$$

$$\overline{BO} = U_{sca} = R_e \cdot I_{1n} = 24,4 \cdot 3,37 = 82,2 \, V$$

$$u_{sca} = \frac{U_{sca}}{U_{1n}} 100 = \frac{82,2}{3460} \cdot 100 = 2,38 \, \%.$$

4) Căderea de tensiune în transformator pentru $\beta = 1$ și $\cos \varphi_2 = 0,707$ inductiv este :

$$\begin{aligned} \Delta u \% &= (u_{sca} \cdot \cos \varphi_2 + u_{scr} \sin \varphi_2) + \frac{1}{200} (u_{scr} \cdot \cos \varphi_2 - u_{sca} \sin \varphi_2)^2 = \\ &= (2,38 \cdot 0,707 + 3,22 \cdot 0,707) + \frac{1}{200} (3,22 \cdot 0,707 - 2,38 \cdot 0,707)^2 = \\ &= 3,96 \, \%. \end{aligned}$$

2.15. Un transformator trifazat are următoarele date nominale : puterea $S_n = 63 \, \text{kVA}$, tensiunile $U_{1n}/U_{2n} = 15/0,4 \, \text{kV}$ și frecvența $f = 50 \, \text{Hz}$. Grupa de conexiuni este $Yy - 12$. La sarcină nominală, pentru un factor de putere $\cos \varphi_2 = 0,8$, transformatorul are randamentul $\eta = 0,95$. Știind că pierderile în fier au valoarea $P_{Fe} = 410 \, \text{W}$, raportul pierderilor în înfășurări este $\frac{P_{j1}}{P_{j2}} = 1,3$, reactanța de dispersie a înfășurării primare are valoarea $X_{\sigma 1} = 76 \, \Omega$ și reactanța de dispersie a înfășurării secundare are valoarea $X_{\sigma 2} = 0,03 \, \Omega$, se cere să se determine schema echivalentă la scurt-

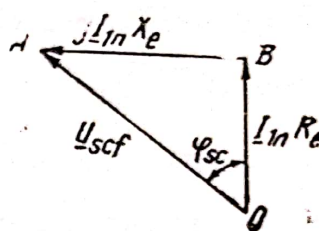


Figura 2.18.

circuit, în ipoteza că încercarea se face alimentînd transformatorul pe la bornele înfășurării de joasă tensiune.

Se neglijează căderea de tensiune în transformator.

Soluție. Valoarea pierderilor totale în transformator, obținută din expresia cunoscută a randamentului, $\eta = \frac{S_n \cos \varphi_2}{S_n \cos \varphi_2 + P_t}$ este :

$$P_t = \frac{S_n(1 - \eta) \cos \varphi_2}{\eta} = \frac{63 \cdot 10^3(1 - 0,95)0,8}{0,95} = 2\,650 \text{ W.}$$

Pierderile în înfășurări sînt :

$$P_j = P_t - P_{Fe} = 2\,650 - 410 = 2\,240 \text{ W.}$$

Deoarece în cazul acestei probleme :

$$P_{j1} + P_{j2} = P_j$$

$$P_{j1} = 1,3 P_{j2}$$

rezultă :

— pierderile în înfășurarea secundară :

$$P_{j2} = \frac{P_j}{1 + \frac{P_{j1}}{P_{j2}}} = \frac{2\,240}{1 + 1,3} = 973 \text{ W,}$$

— pierderile în înfășurarea primară :

$$P_{j1} = P_j - P_{j2} = 2\,240 - 973 = 1\,267 \text{ W.}$$

Curenții nominali sînt :

$$I_{1nf} = I_{1n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{1n}} = \frac{63 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 15 \cdot 10^3} = 2,43 \text{ A}$$

$$I_{2nf} = I_{2n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{2n}} = \frac{63 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 0,4 \cdot 10^3} = 90,85 \text{ A.}$$

Raportul de transformare, egal cu raportul numerelor de spire în cazul conexiunii Yy, este :

$$k = \frac{U_{1n}}{U_{2n}} = \frac{15}{0,4} = 37,5.$$

Alimentarea efectuîndu-se pe la bornele înfășurării de joasă tensiune, în schema echivalentă, mărimile primare se raportează la secundar.

Rezistența înfășurării secundare are valoarea :

$$R_2 = \frac{P_{j2}}{3I_{2n}^2} = \frac{973}{3 \cdot 90,85^2} = 0,03955 \, \Omega.$$

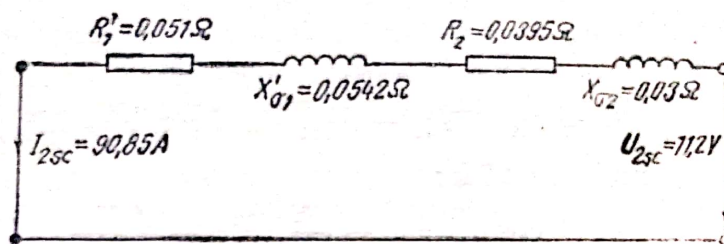


Figura 2.19.

Rezistența raportată a înfășurării primare este :

$$R'_1 = R_1 \frac{1}{k^2} = \frac{P_{j1}}{3I_{1n}^2} \cdot \frac{1}{k^2} = \frac{1267}{3 \cdot 2,43^2} \cdot \frac{1}{37,5^2} = 0,051 \Omega.$$

Curentul de scurtcircuit la încercarea în laborator trebuie să fie egal cu curentul nominal $I_{2sc} = I_{2n} = 90,85$ A; deci valoarea efectivă a tensiunii de scurtcircuit este :

$$U_{2sc} = I_{2n} \sqrt{(R_2 + R'_1)^2 + (X_{02} + X'_{01})^2}$$

în care reactanța de dispersie a înfășurării primare raportată la secundar este :

$$X'_{01} = \frac{1}{k^2} X_{01} = \frac{76}{(37,5)^2} = 0,0542 \Omega.$$

Rezultă :

$$U_{2sc} = 90,85 \sqrt{(0,03955 + 0,051)^2 + (0,03 + 0,0542)^2} = 11,2 \text{ V.}$$

Schema echivalentă cu valorile calculate este prezentată în figura 2.19.

2.16. Un transformator trifazat avînd puterea nominală $S_n = 100$ kVA, tensiunea nominală pe partea de înaltă tensiune $U_{1n} = 15$ kV și conexiunea Yy-12, funcționează în gol. Curenții de mers în gol corespunzători celor trei faze sînt : $I_{10} = I_{30} = 0,8$ A și $I_{20} = 0,55$ A, valorile pierderilor active în fier, corespunzătoare circuitului magnetic al coloanelor laterale sînt $P_{Fe1} = P_{Fe3} = 250$ W, iar componentele active ale curenților fazelor 1 și 3 sînt $I_{10a} = I_{30a} = 0,0756 I_{10}$;

Se cere să se determine :

- 1) diagrama de fazori a curenților de mers în gol;
- 2) puterea activă de circulație la mersul în gol între fazele de pe coloanele laterale.

Transformatorul este alimentat cu un sistem de tensiuni trifazat simetric.

Soluție. 1) Transformatorul avînd conexiunea stea, curenții de mers în gol trebuie să satisfacă relația :

$$\underline{I}_{10} + \underline{I}_{20} + \underline{I}_{30} = 0$$

care în planul complex reprezintă un triunghi (în cazul dat, triunghiul ABC este isoscel — v. fig. 2.20).

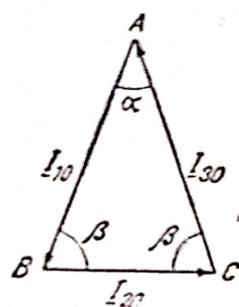


Figura 2.20.

Pentru a determina valorile unghiurilor acestui triunghi se aplică teorema cosinusului:

$$I_{20}^2 = I_{10}^2 + I_{30}^2 - 2I_{10} \cdot I_{30} \cos \alpha = 2I_{10}^2(1 - \cos \alpha)$$

de unde rezultă:

$$\cos \alpha = 1 - \frac{I_{20}^2}{2I_{10}^2} = 1 - \frac{0,55^2}{2 \cdot 0,8^2} = 0,764$$

$$\text{deci } \alpha = 40^\circ, \text{ iar } \beta = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ.$$

Diagrama curenților de mers în gol, considerînd curențul de pe faza 1 drept origine de fază este prezentată în figura 2.21.

2) Deoarece sistemul tensiunilor de alimentare formează un sistem simetric se poate considera că fluxurile formează un sistem trifazat simetric. Față de acest sistem se poate fixa sistemul trifazat al curenților de mers în gol. Vom preciza poziția curențului de mers în gol al fazei 1 (v. fig. 2.22): componenta activă a curențului de mers în gol este în fază cu tensiunea de alimentare, iar componenta reactivă defazată cu $\frac{\pi}{2}$ în urmă, deci în fază cu fluxul (la mers în gol se poate considera că tensiunea electromotoare $\underline{E}_0$ este în opoziție de fază cu tensiunea de alimentare $\underline{U}_{1nf}$).

Rezultă defazajul dintre curențul de mers în gol și tensiunea de alimentare (fig. 2.22)

$$\varphi_{10} = 90^\circ - \gamma = 90^\circ - \arcsin \frac{I_{10s}}{I_{10}} = 90^\circ - \arcsin 0,0756 = 85^\circ 40'.$$

Puterea activă totală absorbită de faza 1 este:

$$P_{10} = U_{1nf} \cdot I_{10} \cdot \cos \varphi_{10} = \frac{15 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} 0,8 \cdot \cos 85^\circ 40' = 562,24 \text{ W}$$

iar puterea de circulație între coloanele 1 și 3 are valoarea:

$$P = P_{10} - P_{Fe1} = 562,24 - 250 = 312,24 \text{ W}.$$

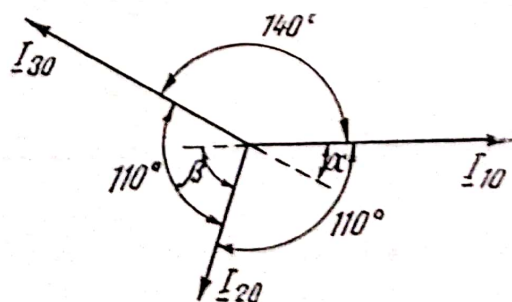


Figura 2.21.

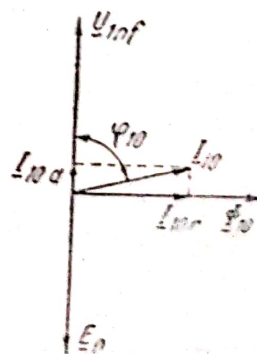


Figura 2.22.

2.17. Un transformator de putere trifazat, are următoarele date nominale: puterea $S_n = 1\,000\text{ kVA}$, tensiunile $U_{1n}/U_{2n} = 6\,000 \pm 5\%/400\text{ V}$; înfășurarea primară este conectată în stea, iar înfășurarea secundară în triunghi. Se cere:

1) Să se calculeze mărimile pe fază corespunzătoare tuturor treptelor de reglaj știind că puterea debitată rămâne constantă și egală cu puterea nominală.

2) Știind că la încercarea în scurtcircuit pe partea de înaltă tensiune s-au măsurat pe priza nominală următoarele: pierderile $P_{sc} = 4,3\text{ kW}$, tensiunea $U_{sc} = 186\text{ V}$, curentul $I_{sc} = 50\text{ A}$, să se calculeze tensiunea de scurtcircuit a transformatorului și componentele acesteia.

Soluție 1.1) Pentru priza nominală.

Pentru înfășurarea de înaltă tensiune conectată în stea, tensiunea și curentul de fază au valorile:

$$U_{1nf} = \frac{U_{1n}}{\sqrt{3}} = \frac{6\,000}{\sqrt{3}} = 3\,460\text{ V}$$

$$I_{1nf} = I_{1n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{1n}} = \frac{1\,000 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6\,000} = 96,4\text{ A.}$$

Pentru înfășurarea de joasă tensiune conectată în triunghi, tensiunea și curentul de fază sînt:

$$U_{2nf} = U_{2n} = 400\text{ V}$$

$$I_{2nf} = \frac{I_{2n}}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{2n}}}{\sqrt{3}} = \frac{1\,000 \cdot 10^3}{3 \cdot 400} = 844\text{ A.}$$

1.2) Pentru priza de $+5\%$. Deoarece tensiunea primară a transformatorului este dată, rezultă că mărimile pe fază calculate corespunzător prizei nominale nu se schimbă.

Alimentînd cu aceeași tensiune o înfășurare cu numărul de spire majorat ($w_1 + 5\% w_1$), tensiunea electromotoare indusă pe spiră se reduce, avînd ca rezultat o reducere corespunzătoare a tensiunii secundare a transformatorului.

Neglijînd căderile de tensiune interioare ale transformatorului rezultă:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{U_{1nf}}{U_{2nf}} = \frac{3\,460}{400} = 8,65.$$

În noua situație

$$\frac{1,05 w_1}{w_2} = \frac{U_{1nf}}{U'_{2f}}$$

de unde

$$U'_{2f} = U_{1nf} \cdot \frac{w_2}{1,05 w_1} = \frac{3\,460}{1,05 \cdot 8,65} = 381\text{ V.}$$

Curentul de fază corespunzător crește și are valoarea :

$$I'_{2f} = \frac{S_n}{3 U'_{2f}} = \frac{1\,000 \cdot 10^3}{3 \cdot 381} = 876 \text{ A.}$$

1.3) Pentru priza de -5% . Tensiunea de fază are valoarea :

$$U''_{2f} = U_{1nf} \frac{w_2}{0,95 w_1} = \frac{3\,460}{0,95 \cdot 8,65} = 420 \text{ V}$$

iar curentul pe fază corespunzător scade și are valoarea :

$$I''_{2f} = \frac{S_n}{3 U''_{2f}} = \frac{1\,000 \cdot 10^3}{3 \cdot 420} = 794 \text{ A.}$$

2) Impedanța de scurtcircuit are valoarea :

$$Z_e = \frac{U_{scf}}{I_{scf}} = \frac{186}{\sqrt{3} \cdot 50} = 2,15 \, \Omega.$$

iar rezistența de scurtcircuit este :

$$R_e = \frac{P_{sc}}{3 I_{scf}^2} = \frac{4,3 \cdot 10^3}{3 \cdot 50^2} = 0,574 \, \Omega.$$

Rezultă tensiunea de scurtcircuit :

$$u_{sc} = \frac{Z_e \cdot I_{1nf}}{U_{1nf}} 100 = \frac{2,15 \cdot 96,4}{3\,460} 100 = 6\%,$$

precum și componentele acesteia :

— componenta activă :

$$u_{sca} = \frac{R_e \cdot I_{1nf}}{U_{1nf}} 100 = \frac{0,574 \cdot 96,4}{3\,460} 100 = 1,6\%,$$

— componenta reactivă :

$$u_{scr} = \sqrt{u_{sc}^2 - u_{sca}^2} = \sqrt{36 - 2,56} = 5,78 \, \%.$$

2.18. La încercarea în scurtcircuit a unui transformator trifazat avînd $S_n = 100 \text{ kVA}$, $U_{1n}/U_{2n} = 6/0,4 \text{ kV}$ și schema de conexiune Yz , s-au măsurat, la tensiunea $U_{sc} = 230 \text{ V}$, pierderile $P_{sc} = 2\,400 \text{ W}$.

Știind că temperatura la care s-a efectuat proba a fost $\theta = 20^\circ\text{C}$ să se determine tensiunea de scurtcircuit și componentele sale, la această temperatură și la temperatura de referință standardizată pentru clasa de izolație A [75°C]. Înfășurările sînt realizate cu conductor de cupru (coeficientul de variație a rezistenței cu temperatura : $\alpha = 0,004 \text{ } 1/^\circ\text{C}$).

Soluție. Tensiunea de scurtcircuit la temperatura $\theta = 20^\circ\text{C}$ are valoarea

$$u_{sc\,20^\circ} = \frac{U_{sc}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{230}{6\,000} \cdot 100 = 3,83\%.$$

Componenta activă a tensiunii de scurtcircuit la 20°C este

$$u_{sca\ 20^{\circ}} = \frac{P_{sc}}{S_n} \cdot 100 = \frac{2\,400 \cdot 100}{100 \cdot 10^3} = 2,4\%.$$

Prin urmare componenta reactivă a tensiunii de scurtcircuit este

$$u_{scr\ 20^{\circ}} = \sqrt{u_{sc}^2 - u_{sca}^2} = \sqrt{3,83^2 - 2,4^2} = 2,98\%.$$

Componenta reactivă a tensiunii de scurtcircuit, determinată de reac-tanța de dispersie totală X_{σ} este constantă în funcție de temperatură; componenta activă variază cu temperatura datorită variației rezistenței cu temperatura. Prin urmare:

$$u_{scr\ 75^{\circ}} = u_{scr\ 20^{\circ}} = 2,98\% \quad \text{și}$$

$$u_{sca\ \theta} = \frac{R_{sc\ \theta} \cdot I_{1\ nf}}{U_{1\ nf}} \cdot 100.$$

Dar

$$R_{sc\ \theta} = R_{sc\ 20^{\circ}} \cdot [1 + \alpha_{cu} (\theta - 20)].$$

Deci:

$$\frac{u_{sca\ 75^{\circ}}}{u_{sca\ 20^{\circ}}} = \frac{R_{sc\ 20^{\circ}} [1 + \alpha_{cu} (75 - 20)]}{R_{sc\ 20^{\circ}}}.$$

Rezultă componenta activă a tensiunii de scurtcircuit pentru tempera-tura de 75°C :

$$u_{sca\ 75^{\circ}} = u_{sca\ 20^{\circ}} \cdot (1 + 0,004 \cdot 55) = 2,4 \cdot 1,21 = 2,9\%$$

precum și valoarea tensiunii de scurtcircuit la 75°C :

$$u_{sc\ 75^{\circ}} = \sqrt{u_{sca}^2 + u_{scr}^2} = \sqrt{2,9^2 + 2,98^2} = 4,16\%$$

Valoarea relativă a tensiunii de scurtcircuit la temperatura înfășurării diferă de $u_{sc\ 75^{\circ}}$ cu:

$$\varepsilon = \frac{u_{sc\ 75^{\circ}} - u_{sc\ 20^{\circ}}}{u_{sc\ 75^{\circ}}} \cdot 100 = \frac{4,16 - 3,83}{4,16} \cdot 100 = 7,93\%.$$

Din exemplul de mai sus, rezultă necesitatea prescrierii temperaturii pentru care se determină tensiunea de scurtcircuit a transformatorului.

2.19. Pentru un transformator trifazat avînd puterea nominală $S_n = 1\,000\text{ kVA}$ și tensiunile nominale $U_{1n}/U_{2n} = 6/0,4\text{ kV}$ se cunosc de pe plăcuța indicatoare următoarele:

- grupa de conexiune $Yy - 12$;
- tensiunea de scurtcircuit $u_{sc} = 6\%$;
- pierderile în regim de scurtcircuit $P_{sc} = 14,1\text{ kW}$.

Se cere să se determine curentul care se stabilește în secundarul trans-formatorului la conectarea între bornele secundare a unei sarcini inductive echilibrate avînd următorii parametrii:

$$R_{2f} = 0,3\ \Omega \quad \text{și} \quad L_{2f} = 0,1\text{ mH}.$$

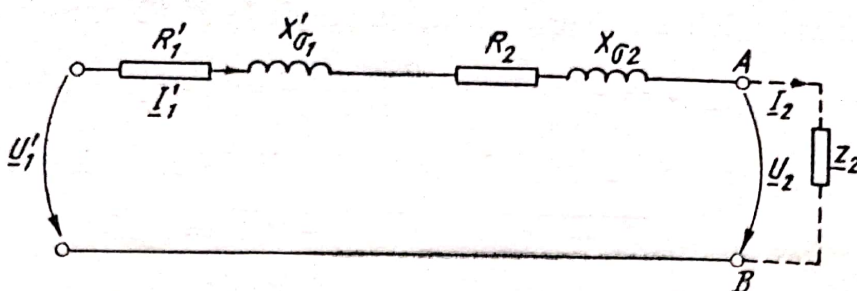


Figura 2.23.

Soluție. Se consideră schema echivalentă Kapp a transformatorului, raportată la secundar (fig. 2.23). Conform teoremei lui Thévenin, curentul de sarcină în secundarul transformatorului este:

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{ABO}}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_{ABsc}} \quad (1)$$

în care:

— $\underline{U}_{ABO}$ este tensiunea care se stabilește între bornele AB când sarcina exterioară este deconectată

$$\underline{U}_{ABO} = U_{2n} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 231 \text{ V}$$

$\underline{Z}_2$ este impedanța laturii exterioare

$$\underline{Z}_2 = R_2 + jX_2 = 0,3 + j \cdot 314 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3} = 0,3 + j 0,0314,$$

— $\underline{Z}_{ABsc}$ este impedanța echivalentă a rețelei pasivizate, în raport cu bornele AB (fig. 2.24).

Deci, $\underline{Z}_{ABsc}$ reprezintă impedanța de scurtcircuit a transformatorului, raportată la bornele secundare:

$$\underline{Z}_{ABsc} = R_e + jX_e,$$

în care

$$R_e = \frac{P_{sc}}{3I_{2nf}^2}$$

unde

$$I_{2nf} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{2n}} = \frac{1\,000}{\sqrt{3} \cdot 0,4} = 1\,443,4 \text{ A.}$$

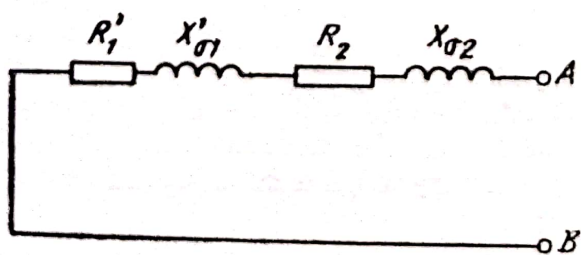


Figura 2.24.

Deci rezistența echivalentă este:

$$R_e = \frac{14\,100}{3 \cdot 1443,4^2} = 0,0022 \Omega$$

iar impedanța echivalentă:

$$Z_e = \frac{U_{sc}}{I_{2nf}} = \frac{0,06 \cdot 231}{1443,4} = 0,0096.$$

Rezultă valoarea reactanței echivalente :

$$X_e = \sqrt{0,0096^2 - 0,0022^2} = 0,0093 \Omega.$$

Prin urmare impedanța echivalentă la scurtcircuit are expresia :

$$\underline{Z}_{ABsc} = 0,0022 + j 0,0093 \Omega,$$

iar curentul secundar [conform (1)] are valoarea :

$$\underline{I}_2 = \frac{231}{0,3 + j0,0314 + 0,0022 + j 0,0093} = \frac{231}{0,3022 + j 0,0407}.$$

Determinînd valoarea efectivă a curentului de sarcină :

$$I_2 = \frac{231}{\sqrt{0,3022^2 + 0,0407^2}} = 757,6 \text{ A}$$

și defazajul

$$\varphi = \arctg \frac{0,0407}{0,302} = 7^\circ 40'.$$

rezultă expresia curentului pe fază în secundarul transformatorului

$$i_2 = I_2 \sqrt{2} \sin (\omega t - \varphi) = 757,6 \sqrt{2} \sin (\omega t - 7^\circ 40').$$

2.20. Să se determine locul geometric al fazorului curentului printr-un transformator de putere avînd parametrii $R_{1e} = 4 \Omega$ și $X_{1e} = 10 \Omega$, știind că transformatorul este conectat la o sursă de tensiune sinusoidală, a cărei valoare efectivă este $U = 10\,000 \text{ V}$ și frecvența $f = 50 \text{ Hz}$, iar receptorul pe care debitează transformatorul are reactanța $X' = 20 \Omega$ și rezistența R' variabilă (valori raportate la primar).

Soluție. Din schema echivalentă a transformatorului (fig. 2.25), în care s-a neglijat ramura de magnetizare rezultă :

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{R_{1e} + R' + j(X_{1e} + X')}$$

Dacă se consideră în axa imaginară fazorul $\underline{U}_1 = jU_1$, rezultă :

$$\underline{I}_1 = \frac{10^4 j}{4 + R' + j(10 + 20)} = \frac{j 10^4}{R' + 4 + 30 j}.$$

Locul geometric al extremității fazorului $\underline{I}_1$ cînd parametrul R' variază între limitele $\pm \infty$ este un cerc, care trece prin originea sistemului de axe de coordonate. Diametrul cercului rezultă din relația :

$$\underline{I}_{1max} = I_1|_{R'=-4} = \frac{j 10^4}{j 30} = \frac{10^4}{30}.$$

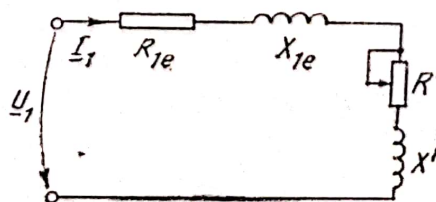


Figura 2.25.

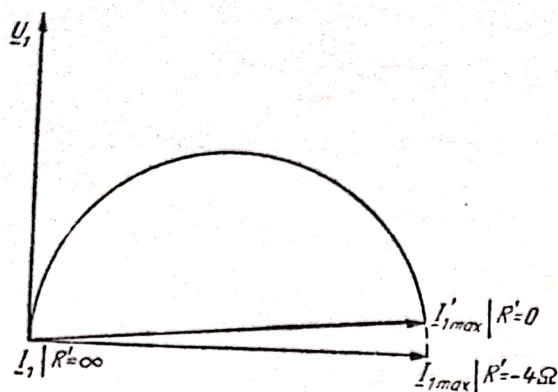


Figura 2.26.

Prin urmare, centrul cercului este situat în axa reală. Deoarece rezistența R' poate lua valori numai între 0 și ∞ locul geometric este arcul de cerc cuprins între fazorii:

$$I_{1' \max} = \frac{j 10^4}{4 + j 30} \text{ și } I_1 = 0.$$

În figura 2.26 s-a reprezentat grafic locul geometric al curentului primar.

2.21. Un transformator trifazat cu grupa de conexiuni $Dy - 11$, alimentează un receptor inductiv la tensiunea $U_2 = 380 \text{ V}$; iar curentul debitat la factorul de putere $\cos \varphi_2 = 0,8$ este $I_2 = 150 \text{ A}$. Transformatorul este alimentat la rețeaua de 6 kV și are în acest regim randamentul $\eta = 97,5\%$ și factorul de putere în primar $\cos \varphi_1 = 0,78$. Pierderile de mers în gol ale transformatorului sînt $P_0 = 350 \text{ W}$.

Se cere să se determine:

- 1) Curentul de fază în circuitul primar;
- 2) Pierderile în înfășurări P_j ;
- 3) Rezistența și reactanța de dispersie echivalente raportate la secundar, în cazul în care se neglijează curentul de mers în gol al transformatorului.

Soluție. 1) Puterea activă secundară este:

$$P_2 = \sqrt{3} \cdot U_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 150 \cdot 0,8 \cdot 10^{-3} = 79 \text{ kW}.$$

Puterea activă primară rezultă:

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{79}{0,975} = 81 \text{ kW},$$

iar curentul pe fază în circuitul primar are valoarea:

$$I_{1f} = \frac{P_1}{3U_{1n} \cos \varphi_1} = \frac{8 \cdot 10^3}{3 \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 0,78} = 5,77 \text{ A}.$$

2) Pierderile în înfășurări sînt:

$$P_j = P_1 - P_2 - P_0 = 81 - 79 - 0,35 = 1,65 \text{ kW}.$$

3) Rezistența echivalentă a transformatorului, raportată la secundar, este:

$$R_{2e} = \frac{P_j}{3I_2^2} = \frac{1650}{3 \cdot 150^2} = 2,45 \cdot 10^{-2} \Omega,$$

iar reactanța de dispersie echivalentă rezultă din relația :

$$X_{2e} = (R_{2e} + Z_2 \cos \varphi_2) \operatorname{tg} \varphi_1 - Z_2 \sin \varphi_2,$$

în care $Z_2 = \frac{U_{2f}}{I_2} = \frac{380}{\sqrt{3} \cdot 150} = 1,47 \Omega$ este impedanța receptorului.

Deci valoarea reactanței de dispersie echivalente este :

$$X_{2e} = 8 \cdot 10^{-2} \Omega.$$

2.22. Un transformator trifazat de putere nominală $S_n = 100$ kVA, avînd grupa de conexiuni Dy — 11, are la funcționarea în sarcină nominală tensiunea secundară $U_{2n} = 380$ V, și factorul de putere $\cos \varphi_2 = 0,89$. Știind că transformatorul are următorii parametri: raportul de transformare $k = 39,5$, rezistența înfășurării primare $R_1 = 15 \Omega$, rezistența înfășurării secundare $R_2 = 3 \cdot 10^{-3} \Omega$, reactanța de dispersie a înfășurării primare $X_{\sigma 1} = 35 \Omega$, reactanța de dispersie a înfășurării secundare $X_{\sigma 2} = 0,6 \cdot 10^{-2} \Omega$, se cere să se determine tensiunea la bornele înfășurării primare în ipoteza că transformatorul debitează puterea nominală.

Se va neglija curentul de mers în gol.

Soluție. În ipoteza neglijării curentului de mers în gol diagrama de fazori simplificată a transformatorului este prezentată în figura 2.27. Pe această diagramă $R_e = R_1 + R'_2$ reprezintă rezistența echivalentă la scurtcircuit, iar $X_e = X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2}$ — reactanța echivalentă la scurtcircuit.

Conexiunea fiind Dy, raportul numerelor de spire (factorul de raportare) este diferit de raportul de transformare :

$$k = \frac{U_{e\Delta}}{U_{eY}} = \frac{U_{f\Delta}}{\sqrt{3} \cdot U_{fY}} \text{ sau } \sqrt{3}k = k_w$$

unde k_w reprezintă raportul numărului de spire. Deci valorile tensiunii, rezistenței și reactanței secundare raportate la primar sînt :

$$U'_2 = k_w U_{2f} = \sqrt{3}k \frac{U_{2n}}{\sqrt{3}} = k U_{2n} = 39,5 \cdot 380 = 15\,000 \text{ V}$$

$$R'_2 = k_w^2 R_2 = 3k^2 R_2 = 3 \cdot (39,5)^2 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 14 \Omega$$

$$X'_{\sigma 2} = k_w^2 X_{\sigma 2} = 3k^2 X_{\sigma 2} = 3(39,5)^2 \cdot 0,6 \cdot 10^{-2} = 27,99 \Omega.$$

Rezultă valoarea rezistenței și reactanței echivalente :

$$R_e = R_1 + R'_2 = 15 + 14 = 29 \Omega$$

$$X_e = X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2} = 35 + 27,99 = 62,99 \Omega.$$

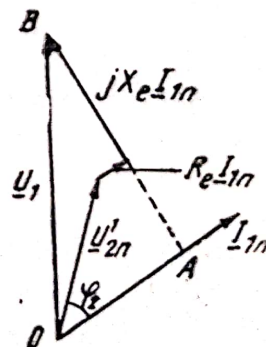


Figura 2.27.

Modulul tensiunii $\underline{U}_1$ rezultă din triunghiul dreptunghic OAB cu laturile :

$$OA = U'_{2n} \cos \varphi_2 + R_e I_{1nf}$$

$$AB = U'_{2n} \sin \varphi_2 + X_e I_{1nf}$$

unde curentul nominal pe fază are valoarea :

$$I_{1nf} = \frac{S_n}{3U'_{2nf}} = \frac{100 \cdot 10^3}{3 \cdot 15 \cdot 10^3} = 2,22 \text{ A.}$$

Deci tensiunea necesară pentru alimentarea transformatorului este :

$$\begin{aligned} U_1 &= \sqrt{(U'_{2n} \cos \varphi_2 + R_e I_{1nf})^2 + (U'_{2n} \sin \varphi_2 + I_{1nf} X_e)^2} = \\ &= \sqrt{(15 \cdot 10^3 \cdot 0,89 + 29 \cdot 2,22)^2 + (15 \cdot 10^3 \cdot 0,465 + 62,99 \cdot 2,22)^2} = \\ &= 15 \text{ } 100 \text{ V.} \end{aligned}$$

2.23. Un transformator trifazat avînd puterea nominală $S_n = 10 \text{ kVA}$ tensiunile nominale $U_{1n}/U_{2n} = 6/0,4 \text{ kV}$, schema de conexiuni Yy este încercat la scurtcircuit, fiind alimentat pe partea de înaltă tensiune.

Să se determine puterea absorbită de transformator în cazul cînd este alimentat cu tensiunea de scurtcircuit nominală. Se cunosc pierderile în fier, în cazul alimentării cu tensiune nominală $P_{Fe n} = 70 \text{ W}$, rezistența pe fază a înfășurării primare $R_1 = 85 \Omega$, rezistența pe fază a înfășurării secundare $R_2 = 0,1 \Omega$ și reactanța de dispersie a înfășurării secundare $X_{\sigma 2} = 0,15 \Omega$. Se consideră că pierderile în miezul feromagnetic variază cu pătratul tensiunii de alimentare.

Soluție. Transformatorul absoarbe la încercarea în scurtcircuit o putere activă corespunzătoare pierderilor în înfășurări și pierderilor în fier. Deci :

$$P_{sc} = P_{jsc} + P_{Fe sc}.$$

Curentul nominal de fază primar este :

$$I_{1nf} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{1n}} = \frac{10}{\sqrt{3} \cdot 6} = 0,965 \text{ A.}$$

Curentul nominal de fază secundar este

$$I_{2nf} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{2n}} = \frac{10}{\sqrt{3} \cdot 0,4} = 14,4 \text{ A.}$$

Raportul de transformare are valoarea :

$$k = \frac{U_{1n}}{U_{2n}} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{6000}{400} = 15.$$

Deoarece încercarea se efectuează la tensiunea nominală de scurtcircuit, curenții în primar și secundar sînt egali cu curenții nominali. Deci pierderile în înfășurări au valoarea :

$$P_{jsc} = 3(R_1 I_{1nf}^2 + R_2 I_{2nf}^2) = 3(85 \cdot 0,965^2 + 0,1 \cdot 1,44^2) = 299,85 \text{ W.}$$

Considerînd că pierderile în fier variază proporțional cu patratul tensiunii, rezultă pierderile în miez la scurtcircuit.

$$P_{Fe\ sc} = P_{Fe\ n} \left(\frac{U_{esc}}{U_{en}} \right)^2$$

unde U_{esc} este tensiunea indusă la scurtcircuit — vezi figura 2.28, iar

U_{en} este tensiunea indusă la mers în gol (pierderile nominale în miez se determină din încercarea în gol).

Considerînd că la mersul în gol căderea de tensiune pe înfășurarea de înaltă tensiune este neglijabilă, rezultă:

$$U_{en} = U_{1nf} = \frac{U_{1n}}{\sqrt{3}}.$$

Din figura 2.28 aplicînd teorema a II-a a lui Kirchhoff pe ochiul format de circuitul secundar, se obține:

$$U_{esc} = I_2'(R_2' + jX_{\sigma 2}')$$

sau

$$\begin{aligned} U_{esc} &= I_2' \sqrt{R_2'^2 + X_{\sigma 2}'^2} = I_{2n} \frac{1}{k} \sqrt{k^2 R_2'^2 + k^2 X_{\sigma 2}'^2} = \\ &= I_{2n} \sqrt{R_2^2 + X_{\sigma 2}^2} = 14,4 \sqrt{0,1^2 + 0,15^2} = 2,59 \text{ V}. \end{aligned}$$

Deci pierderile în miez la scurtcircuit au valoarea:

$$P_{Fe\ sc} = P_{Fe\ n} \left(\frac{U_{esc} \sqrt{3}}{U_{1n}} \right)^2 = 70 \left(\frac{2,59 \sqrt{3}}{6\ 000} \right)^2 = 0,0000525 \text{ W} \approx 0.$$

Prin urmare, puterea activă absorbită la scurtcircuit este aproximativ egală cu pierderile în înfășurări:

$$P_{sc} \approx 299,85 \text{ W}.$$

2.24. Un transformator trifazat are următoarele date nominale: $S_n = 430 \text{ kVA}$; tensiunile $U_{1n}/U_{2n} = 15/0,4 \text{ kV}$; frecvența $f = 50 \text{ Hz}$; tensiunea de scurtcircuit $u_{sc} = 6\%$; transformatorul are grupa de conexiuni $Yy_0 - 12$. Știind că reactanța de dispersie a înfășurării primare este $X_{\sigma 1} = 25 \Omega$ și reactanța de dispersie a înfășurării secundare este $X_{\sigma 2} = 0,015 \Omega$, să se determine căderea de tensiune în transformator în ipoteza că acesta funcționează la sarcina nominală, factorul de putere secundar fiind $\cos \varphi_2 = 0,8$.

Soluție. Căderea de tensiune în transformator pentru $\beta = \frac{I_2}{I_{2n}} = 1$ are expresia:

$$\Delta u = (u_{sca} \cos \varphi_2 + u_{scr} \sin \varphi_2) + \frac{1}{200} (u_{scr} \cos \varphi_2 - u_{sca} \sin \varphi_2)^2.$$

Pentru a calcula căderea de tensiune este necesar să cunoaștem următoarele mărimi:

— reactanța echivalentă la scurtcircuit

$$\begin{aligned} X_{sc} &= X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2} = X_{\sigma 1} + (k)^2 X_{\sigma 2} = X_{\sigma 1} + \left(\frac{U_{1n}}{U_{2n}}\right)^2 X_{\sigma 2} = \\ &= 25 + \left(\frac{15}{0,4}\right)^2 \cdot 0,015 = 46,05 \, \Omega, \end{aligned}$$

— curentul nominal

$$I_{1n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_{1n}} = \frac{430 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 15 \cdot 10^3} = 16,68 \, \text{A},$$

— componenta reactivă a tensiunii de scurtcircuit:

$$u_{scr} = \frac{I_{1n} X_{sc}}{U_{1n}} 100 = \frac{16,68 \cdot 46,05}{15 \cdot 10^3} 100 = 5,12\%$$

— componenta activă a tensiunii de scurtcircuit:

$$u_{sca} = \sqrt{u_{sc}^2 - u_{scr}^2} = \sqrt{6^2 - 5,12^2} = 3,14\%.$$

Rezultă căderea de tensiune în transformator:

$$\Delta u_n = (3,14 \cdot 0,8 + 5,12 \cdot 0,6) + \frac{(5,12 \cdot 0,8 - 3,14 \cdot 0,6)^2}{200} = 5,611\%$$

$$\Delta U = \frac{\Delta u_n}{100} U_{1n} = \frac{5,611}{100} \cdot 15 \cdot 10^3 = 841 \, \text{V}.$$

2.25. Un transformator are puterea nominală $S_n = 10\,000 \, \text{kVA}$. Pierderile nominale în miez sînt $P_{Fe n} = 18 \, \text{kW}$, iar pierderile nominale în înfășurări sînt $P_{jn} = 80 \, \text{kW}$. Se cere să se calculeze:

1) randamentul transformatorului în regim nominal, la factorul de putere $\cos \varphi_2 = 1$;

2) randamentul maxim al transformatorului;

3) puterea pe care o debitează transformatorul la funcționarea cu randament maxim.

Soluție. 1) Randamentul nominal al transformatorului are valoarea:

$$\eta_n = \frac{S_n \cos \varphi_2}{S_n \cos \varphi_2 + P_{Fe n} + P_{jn}} = \frac{10\,000}{10\,000 + 18 + 80} = 0,99, \quad (1)$$

2) Randamentul maxim al transformatorului se obține atunci cînd factorul de încărcare are valoarea:

$$\beta = \sqrt{\frac{P_{Fe n}}{P_{jn}}} = \sqrt{\frac{18}{80}} = 0,475. \quad (2)$$

Expresia de calcul pentru randamentul maxim se obține înlocuind în relația (1) pe β calculat din relația (2):

$$\eta_{max} = \frac{S_n \cos \varphi_2}{S_n \cos \varphi_2 + 2 \sqrt{P_{Fe n} \cdot P_{jn}}} = \frac{10\,000}{10\,000 + 2 \sqrt{18 \cdot 80}} = 0,9924$$

3) Factorul de încărcare pentru randamentul maxim este:

$$\beta = \frac{S}{S_n} = 0,475.$$

Deci puterea debitată la randamentul maxim este:

$$S = \beta S_n = 0,475 \cdot 10\,000 = 4\,750 \text{ kVA}.$$

2.26. Un transformator trifazat are puterea nominală $S_n = 1\,000 \text{ kVA}$ și randamentul nominal $\eta_n = 98\%$ la factorul de putere $\cos \varphi_2 = 1$. Știind că randamentul maxim are loc la $\beta_{max} = \frac{1}{3}$ din sarcina nominală, se cere să se calculeze:

- 1) pierderile nominale ale transformatorului;
- 2) randamentul transformatorului pentru sarcina nominală și factorul de putere $\cos \varphi_2 = 0,8$.

Soluție. 1) Randamentul la o sarcină oarecare are expresia:

$$\eta = \frac{\beta S \cos \varphi_2}{\beta S \cos \varphi_2 + \beta^2 P_{scn} + P_{0n}} \quad (1)$$

unde P_{scn} reprezintă pierderile nominale la scurtcircuit, iar P_{0n} pierderile nominale la funcționarea în gol.

Prin urmare, cu $\beta = 1$ și factorul de putere $\cos \varphi_2 = 1$ rezultă

$$\eta_n = \frac{S_n}{S_n + P_{scn} + P_{0n}}. \quad (2)$$

Valoarea lui β_{max} corespunzătoare randamentului maxim rezultă din relația:

$$\beta_{max}^2 \cdot P_{scn} = P_{0n}. \quad (3)$$

Din ecuația (2) rezultă:

$$S_n(1 - \eta_n) = \eta_n(P_{scn} + P_{0n})$$

prin urmare:

$$P_{scn} + P_{0n} = S_n \frac{1 - \eta_n}{\eta_n}. \quad (4)$$

Înlocuind pe P_{0n} din relația (3) în (4) se obține :

$$(1 + \beta_{max}^2) P_{scn} = S_n \frac{1 - \eta_n}{\eta_n}.$$

de unde rezultă valoarea pierderilor nominale la scurtcircuit

$$P_{scn} = \frac{S_n}{1 + \beta_{max}^2} \frac{1 - \eta_n}{\eta_n} = \frac{1000}{1 + \frac{1}{9}} \cdot \frac{1 - 0,98}{0,98} = 18,37 \text{ kW}$$

și valoarea pierderilor nominale la funcționarea în gol :

$$P_{0n} = \beta_{max}^2 \cdot P_{scn} = \frac{1}{9} \cdot 18,37 \simeq 2,04 \text{ kW}.$$

2) Pentru $\beta = 1$ și factorul de putere $\cos \varphi_2 = 0,8$, randamentul conform relației (1) este :

$$\eta = \frac{1000 \cdot 0,8}{1000 \cdot 0,8 + 18,37 + 2,04} = 97\%.$$

2.27. Un transformator avînd puterea nominală $S_n = 63 \text{ kVA}$ are randamentul maxim $\eta_{max} = 0,92$ la puterea $S = 18 \text{ kVA}$. Se cere să se calculeze :

1) randamentul la sarcină nominală cu factorul de putere $\cos \varphi_2 = 1$.

2) randamentul transformatorului pentru cazul funcționării la puterea nominală cu tensiunea la borne redusă cu 10% față de tensiunea nominală. Se presupune că pierderile în miez variază proporțional cu pătratul tensiunii la borne.

Soluție, 1) Pentru determinarea randamentului la sarcină nominală este necesar să determinăm pierderile în fier la tensiune nominală ($P_{Fe n}$) și pierderile în înfășurări (P_{jn}) la sarcină nominală.

Randamentul maxim al transformatorului are expresia :

$$\eta_{max} = \frac{S_n \cos \varphi_2}{S_n \cos \varphi_2 + 2 \sqrt{P_{Fe n} \cdot P_{jn}}}. \quad (1)$$

Condiția de obținere a randamentului maxim este :

$$\beta_{max} = \frac{S}{S_n} = \sqrt{\frac{P_{Fe n}}{P_{jn}}}. \quad (2)$$

Din relațiile (1) și (2) rezultă sistemul :

$$\begin{cases} \sqrt{P_{Fe n} \cdot P_{jn}} = \frac{S_n \cos \varphi_2 - \eta_{max} S_n \cos \varphi_2}{2 \cdot \eta_{max}} = 2,72 \cdot 10^3, \\ \sqrt{\frac{P_{Fe n}}{P_{jn}}} = \frac{S}{S_n} \end{cases}$$

sau înlocuind valorile cunoscute și rezolvînd:

$$\begin{cases} \sqrt{P_{Fe n} \cdot P_{jn}} = 2\,720 \\ \sqrt{\frac{P_{Fe n}}{P_{jn}}} = 0,286. \end{cases} \quad (3')$$

Rezolvînd sistemul (3') se obține:

$$P_{Fe n} = 0,78 \text{ kW},$$

$$P_{jn} = 9,5 \text{ kW}.$$

Randamentul transformatorului la tensiune nominală și sarcină nominală ($\beta = 1$) este:

$$\eta_n = \frac{S_n \beta \cos \varphi_2}{S_n \beta \cos \varphi_2 + P_{Fe n} + \beta^2 P_{jn}} = \frac{63}{63 + 0,78 + 9,5} = 0,86.$$

2) În cazul în care tensiunea la borne este redusă, iar transformatorul debitează puterea nominală, se modifică pierderile în transformator astfel:

— pierderile în fier scad: $P_{Fe} = (0,9)^2 P_{Fe n}$, deoarece scade tensiunea cu 10%;

— pierderile în înfășurări cresc: $P_j = (1,1)^2 P_{jn}$ deoarece crește curentul cu 10%.

La puterea nominală ($\beta = 1$) și factorul de putere $\cos \varphi_2 = 1$, randamentul transformatorului va fi:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{S_n}{S_n + P_{Fe} + P_j} = \frac{S_n}{S_n + (0,9)^2 P_{Fe n} + (1,1)^2 P_{jn}} = \\ &= \frac{63}{63 + 0,81 \cdot 0,78 + 1,21 \cdot 9,5} = 0,835 \end{aligned}$$

sau în procente

$$\eta = 0,835 \cdot 100 = 83,5\%.$$

2.28. Un transformator trifazat are următoarele date nominale: puterea nominală $S_n = 63 \text{ kVA}$, tensiunile nominale $U_{1n}/U_{2n} = 15/0,4 \text{ kV}$; frecvența nominală $f = 50 \text{ Hz}$; conexiunea Yy . Parametrii schemei echivalente sînt: rezistența înfășurării primare $R_1 = 16 \Omega$; rezistența înfășurării secundare $R_2 = 0,0078 \Omega$; reactanța de dispersie a înfășurării primare $X_{\sigma 1} = 35 \Omega$; reactanța de dispersie a înfășurării secundare $X_{\sigma 2} = 0,015 \Omega$. La încercarea în gol a transformatorului s-au măsurat curentul în gol $I_0 = 0,18 \text{ A}$ și pierderile în gol $P_0 = 520 \text{ W}$.

Se cere să se determine tensiunea secundară, curentul în secundarul transformatorului, factorul de putere al receptorului și randamentul în cazul în care curentul primar are valoarea nominală, iar factorul de putere primar este $\cos \varphi_1 = 0,707$.

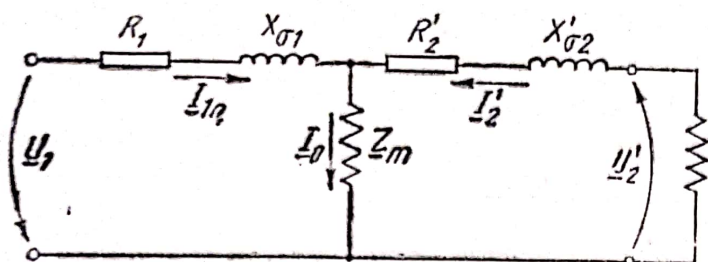


Figura 2.29.

Soluție. Schema echivalentă a transformatorului este prezentată în figura 2.29.

Curentul secundar raportat are expresia

$$\underline{I}'_2 = \frac{\underline{U}_1 - \underline{I}_1(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_m)}{\underline{Z}_m}$$

Pentru efectuarea calculelor alegem fazorul tensiunii de fază primare în axa reală.
Rezultă:

— tensiunea de fază primară

$$\underline{U}_{1n} = U_{1nf} = \frac{15\,000}{\sqrt{3}} = 8\,680 \text{ V},$$

— curentul de fază nominal pentru primar

$$\underline{I}_{1n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_{1n}} e^{-j\varphi_1} = \frac{63}{\sqrt{3} \cdot 15} e^{-j \arccos 0,707} = 2,415 e^{-j45^\circ} \text{ A}$$

— impedanța înfășurării primare

$$\underline{Z}_1 = \sqrt{R_1^2 + X_1^2} e^{j\varphi_{z1}} = \sqrt{16^2 + 35^2} e^{j \arctg \frac{X_1}{R_1}} = 38,5 e^{j65^\circ 24'} \Omega.$$

— rezistența ramurii de magnetizare

$$R_m = \frac{P_0}{3 I_0^2} = \frac{520}{3 \cdot 0,18^2} = 5\,330 \Omega.$$

— impedanța circuitului de magnetizare

$$\underline{Z}_m \approx \frac{U_{1n}}{I_0} = \frac{8\,680}{0,18} = 48\,100 \Omega,$$

— impedanța complexă a circuitului de magnetizare

$$\underline{Z}_m = Z_m e^{j\varphi} = Z_m e^{j \arccos \frac{R_m}{Z_m}} = 48\,100 e^{j83^\circ 36'} \Omega,$$

— curentul înfășurării secundare raportate

$$\begin{aligned} \underline{I}'_2 &= \frac{\underline{U}_1 - \underline{I}_{1n}(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_m)}{\underline{Z}_m} = \\ &= \frac{8\,680 - 2,415 e^{-j45^\circ} (38,5 e^{j62^\circ 24'} + 48\,100 e^{j83^\circ 36'})}{48\,100 e^{j83^\circ 36'}} = 2,34 \cdot e^{j136^\circ 36'} \text{ A}, \end{aligned}$$

— valoarea reală a curentului debitat de transformator

$$I_2 = \frac{U_{1n}}{U_{2n}} I'_2 = \frac{15}{0,4} 2,34 = 88 \text{ A}.$$

Tensiunea secundară rezultă din relația :

$$\underline{U}'_2 = \underline{I}_1 \underline{Z}_2 - \frac{(\underline{U}_1 - \underline{I}_1 \underline{Z}_1)(\underline{Z}_m + \underline{Z}'_2)}{\underline{Z}_m},$$

unde $\underline{Z}'_2$ este impedanța înfășurării secundare raportată la înfășurarea primară :

$$\begin{aligned} \underline{Z}'_2 &= k^2 \sqrt{R_2^2 + X_{\sigma 2}^2} e^{j\varphi_{22}} = k^2 \sqrt{R_2^2 + X_{\sigma 2}^2} e^{j \arctg \frac{X_{\sigma 2}}{R_2}} = \\ &= \left(\frac{15}{0,4}\right)^2 \sqrt{0,78^2 + 1,5^2 \cdot 10^{-2}} e^{j \arctg \frac{0,015}{0,0078}} = 23,6 e^{j 62^\circ 36'}. \end{aligned}$$

Valoarea tensiunii secundare raportate este :

$$\begin{aligned} \underline{U}'_2 &= 2,415 e^{-j 45^\circ} \cdot 23,6 e^{j 62^\circ 36'} - \\ &- \frac{(8\,680 - 2,415 e^{-j 45^\circ} \cdot 38,5 e^{j 65^\circ 24'}) (48 \cdot 100 e^{j 83^\circ 36'} + 23,6 e^{j 62^\circ 36'})}{48 \cdot 100 e^{j 83^\circ 36'}} \approx \\ &\approx 8395,8 e^{j 180^\circ}, \end{aligned}$$

iar valoarea reală a tensiunii secundare este :

$$U_2 = \frac{U_{2n}}{U_{1n}} U'_2 = \frac{0,4}{15} 8\,395,8 = 224 \text{ V.}$$

Factorul de putere al circuitului receptor rezultă :

$$\cos \varphi_2 = \cos(\varphi_{U2} - \varphi_{I2}) = \cos(180^\circ - 136^\circ 24') = 0,724$$

iar randamentul cu care funcționează transformatorul are valoarea :

$$\eta = \frac{3 U_{f2} I_{f2} \cos \varphi_2}{3 U_{f1} I_{f1} \cos \varphi_1} = \frac{3 \cdot 224 \cdot 88 \cdot 0,724}{3 \cdot \frac{15\,000}{\sqrt{3}} \cdot 2,415 \cdot 0,707} = 0,968$$

2.2. SCHEME ȘI GRUPE DE CONEXIUNI

2.29. Un transformator trifazat are înfășurarea primară conectată în stea, iar înfășurarea secundară în triunghi. Numerele de spire pe fază ale înfășurărilor sînt : $w_1 = 300$ și $w_2 = 20$. Se cere să se calculeze raportul de transformare al transformatorului.

Soluție. Raportul de transformare este definit ca raportul dintre tensiunile de linie pe partea de înaltă tensiune și tensiunile de linie pe partea de joasă tensiune :

$$k = \frac{U_{1l}}{U_{2l}}.$$

Notînd tensiunea indusă într-o spiră $U_{sp} = 4,44 f \Phi_m$, și neglijînd căderea de tensiune în primarul transformatorului, obținem la funcționarea în gol:

$$U_{1f0} \simeq E_1 = w_1 U_{sp}$$

$$U_{2f0} \simeq E_2 = w_2 U_{sp}$$

Expresia tensiunii de linie pentru conexiunea stea este:

$$U_{1l} = \sqrt{3} U_{1f0} = \sqrt{3} w_1 U_{sp}$$

iar pentru conexiunea triunghi este:

$$U_{2l} = U_{2f0} = w_2 U_{sp}$$

Rezultă raportul de transformare:

$$k = \frac{U_{1l}}{U_{2l}} = \frac{\sqrt{3} w_1 U_{sp}}{w_2 U_{sp}} = \frac{\sqrt{3} \cdot 300}{20} = 26.$$

2.30. Un transformator trifazat cu schema de conexiune Dz_0 , are raportul de transformare (definit ca raportul tensiunilor de linie) $k_z = 15$. Se cere să se determine rapoartele de transformare ale transformatorului, la schimbarea conexiunii secundare din conexiunea zig-zag, în conexiunea stea, respectiv triunghi.

Să se construiască schemele înfășurărilor și diagramele de fazori corespunzătoare și să se precizeze grupele de conexiuni posibile de realizat.

Soluție. Pentru conexiunea zig-zag, tensiunea pe coloană, deci tensiunea corespunzătoare unei jumătăți a înfășurării este:

$$U_c = \frac{U_{2lz}}{3}$$

în care U_{2lz} reprezintă tensiunea de linie a secundarului transformatorului.

Pentru realizarea conexiunii stea sau triunghi, cele două jumătăți de pe aceeași coloană se conectează adițional, deci:

$$U_{2f} = \frac{2U_{2lz}}{3}.$$

Tensiunea de linie în cazul conexiunii stea:

$$U_{2Y} = \sqrt{3} U_{2f} = \frac{2U_{2lz}}{\sqrt{3}}$$

iar raportul de transformare are valoarea:

$$k_y = \frac{U_1}{U_{2ly}} = \frac{U_1}{\frac{2U_{2lz}}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{2} k_z = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 15 = 13.$$

Tensiunea de linie, în cazul conexiunii triunghi este :

$$U_{2\Delta} = U_{2f} = \frac{2U_{21z}}{3}$$

iar raportul de transformare are valoarea :

$$k_{\Delta} = \frac{U_1}{U_{2\Delta}} = \frac{U_1}{\frac{2U_{2z}}{3}} = \frac{3}{2} k_z = \frac{3}{2} \cdot 15 = 22,5.$$

Schemele înfășurărilor, grupele de conexiuni și diagramele de fazori corespunzătoare, posibile de realizat, sînt prezentate în tabelul 2.1.

TABELUL 2.1

Schema și grupa de conexiune	Schema de înfășurare	Diagrama de fazori	Schema și grupa de conexiune	Schema de înfășurare	Diagrama de fazori
$Dz-12$ ($Dz-0$)			$Dy-5$		
$Dz-6$			$Dd-12$		
$Dy-11$			$Dd-6$		

2.31. Un transformator trifazat cu schema de conexiuni $Yz-5$ are miezul feromagnetic cu aria secțiunii coloanei $S_{Fe} = 1 \text{ dm}^2$ și inducția

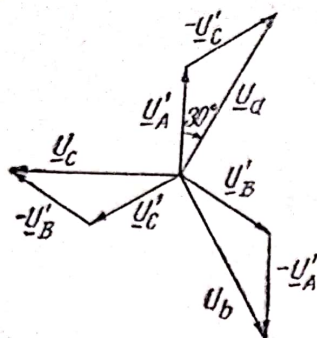


Figura 2.30.

magnetică în miez $B_m = 1,5 \text{ T}$. Transformatorul funcționează la frecvența $f = 50 \text{ Hz}$, la tensiunile $U_{1n}/U_{2n} = 6000/220 \text{ V}$.

Se cere să se determine numărul de spire, al înfășurărilor.

Soluție. Numărul de spire al unei înfășurări se calculează cu relația :

$$w = \frac{U_f}{4,44 f B_m S_{Fe}}$$

Pentru realizarea conexiunii zig-zag înfășurarea se împarte în două părți egale, care se așează pe două coloane diferite. Conectarea celor două jumătăți ale înfășurării se face în așa fel încît tensiunile electromotoare ale înfășurării se face în așa fel încît tensiunile electromotoare ale lor să se compună fazorial.

În cazul prezentat în figura 2.30 :

$$\begin{aligned} \underline{U}_a &= \underline{U}'_A - \underline{U}'_C \\ \underline{U}_b &= \underline{U}'_B - \underline{U}'_A \\ \underline{U}_c &= \underline{U}'_C - \underline{U}'_B \end{aligned}$$

unde

$$U_a = U_{2f} = \frac{U_{2n}}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ V}.$$

Tensiunea pe coloană pentru care se determină numărul de spire ale unei jumătăți a înfășurării este :

$$U'_A = U_a/2 \cdot 1/(\cos 30^\circ) = U_a/\sqrt{3} = U_f/\sqrt{3} = U_l/3.$$

Tensiunea pentru care se determină numărul total de spire ale înfășurării de joasă tensiune este :

$$U_{2xc} = 2U'_A = \frac{2}{\sqrt{3}} U_{2f} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 127 = 146,5 \text{ V}.$$

Numărul de spire ale înfășurării de joasă tensiune rezultă :

$$w_2 = \frac{U_{2xc}}{4,44 f B_m S_{Fe}} = \frac{146,5}{4,44 \cdot 50 \cdot 1,5 \cdot 1 \cdot 10^{-2}} \approx 44 \text{ spire}.$$

Pentru înfășurarea de înaltă tensiune, cu conexiunea stea, tensiunea pe fază este :

$$U_{1f} = \frac{U_{1n}}{\sqrt{3}} = \frac{6000}{\sqrt{3}} = 3460 \text{ V}.$$

Numărul de spire rezultă din relația :

$$w_1 = w_2 \cdot \frac{U_{1f}}{U_{2fc}}$$

sau

$$w_1 = w_2 \frac{U_{1n}/\sqrt{3}}{2 U_{2f}/\sqrt{3}} = w_2 \frac{U_{1n}}{2 U_{2f}}.$$

Prin urmare

$$w_1 = 44 \frac{6\,000}{2 \cdot 127} = 1\,004 \text{ spire.}$$

2.32. Să se determine toate grupele de conexiune din care pot face parte transformatoarele avînd :

- 1) schema de conexiune Y_y ;
- 2) schema de conexiune Y_d .

Înfășurările primare și secundare au același sens de bobinare.

Soluție. 1) Grupa de conexiune este determinată de defazajul dintre fazorii tensiunilor de linie din primarul și secundarul transformatorului.

În figura 2.31, *a*, sînt reprezentate schemele de conexiune Y_y ale primarului și secundarului (secundarul are două variante de conectare). În figura 2.31, *b*, sînt arătate grupele posibile pentru varianta I de conectare a secundarului, iar în figura 2.31, *c* sînt arătate grupele posibile pentru varianta II de conectare a secundarului. Modificarea grupelor, la aceeași variantă de conectare a secundarului se obține prin permutări circulare ale înfășurărilor fazelor.

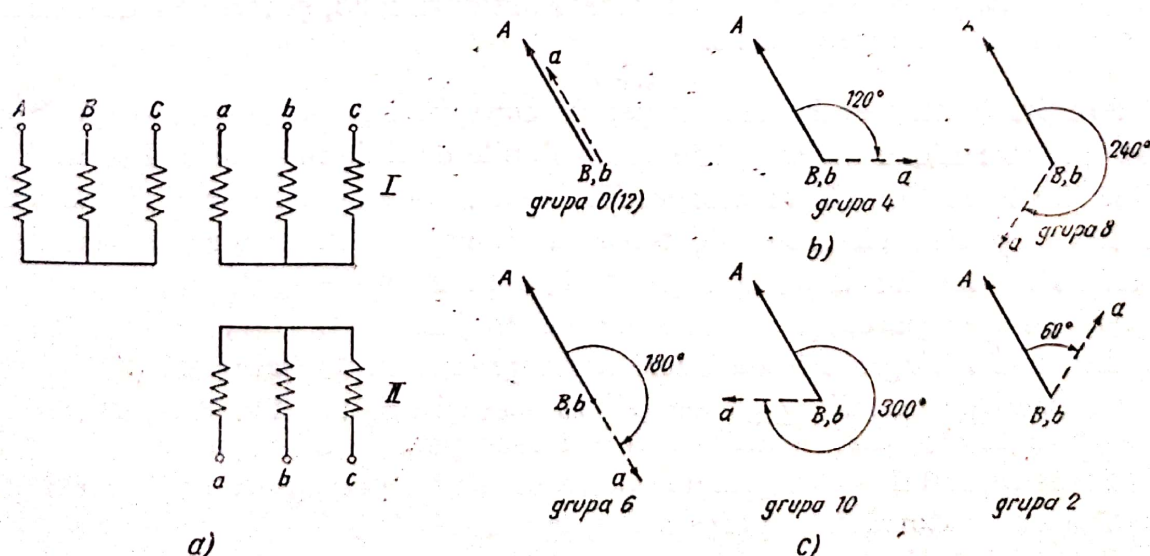


Figura 2.31.

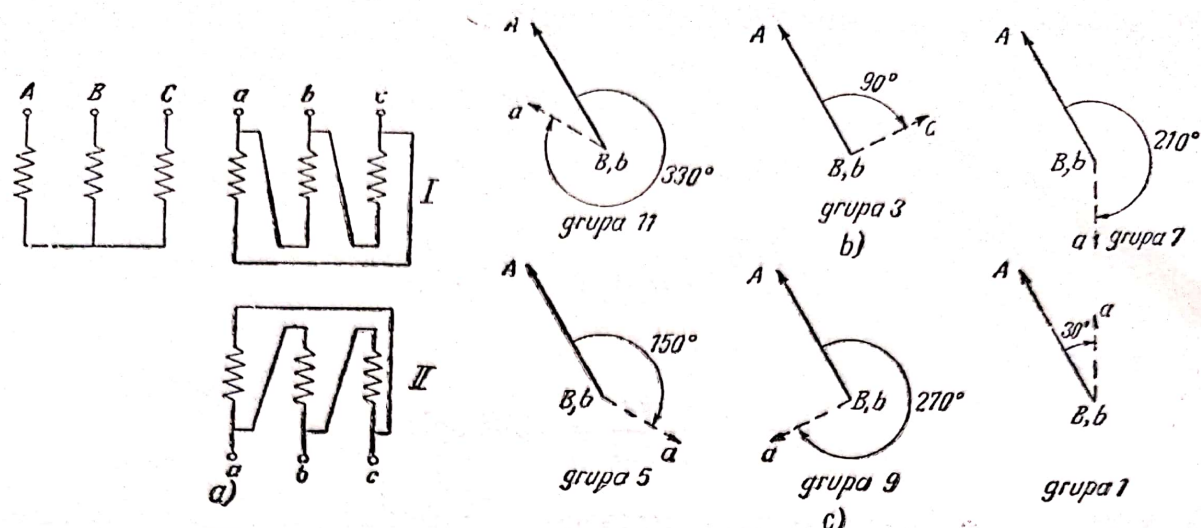


Figura 2.32.

Se observă că schema de conexiune Y_y permite realizarea numai de grupe pare.

2) Pentru schema de conexiune Yd modul de conectare a înfășurărilor este prezentat în figura 2.32, a, secundarul avînd două variante de conectare. Grupele de conexiune corespunzătoare variantei I de conectare a secundarului sînt prezentate în figura 22.3, b, iar pentru varianta II de conectare a secundarului sînt prezentate în figura 2.32, c.

Se observă că schema de conexiune Yd permite realizarea numai de grupe de conexiune impare.

2.33. Să se determine grupele de conexiuni ale transformatoarelor ale căror scheme de conexiuni sînt indicate în figura 2.33, știind că înfășurările sînt bobinate în același sens.

Soluție. Pentru stabilirea grupei de conexiuni a transformatorului trebuie să determinăm defazajul între tensiunile de linie în primar și secundar, măsurate între bornele omoloage. În acest scop se construiesc diagramele de fazori pentru sistemele de tensiuni simetrice din primar și secundar, considerînd tensiunea pe fază pozitivă, față de un sens de referință ales, atunci cînd se parcurge coloana de sus în jos.

În cazul 1 diagramele de fazori sînt reprezentate în figura 2.34.

Translatînd fazorii $\underline{U}_{AB}$ și $\underline{U}_{ab}$ în aceeași origină (fig. 2.34, c) se obține $\gamma = 180^\circ$; deci transformatorul face parte din grupa 6.

Pentru cazul 2 — diagramele de fazori sînt reprezentate în figura 2.35.

Transformatorul face parte din grupa 1.

În cazul 3 diagramele de fazori sînt reprezentate în figura 2.36.

Transformatorul face parte din grupa 7.

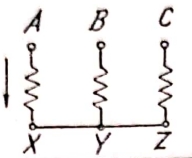
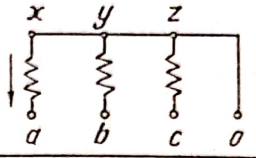
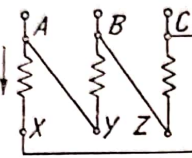
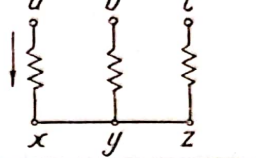
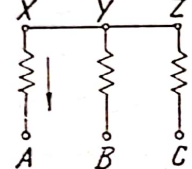
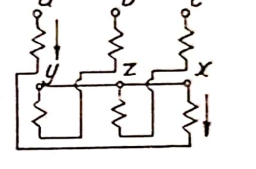
Nr. crt.	Înfășurarea primară	Înfășurarea secundară
1		
2		
3		

Figura 2.33.

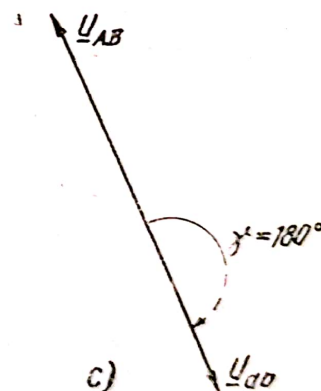
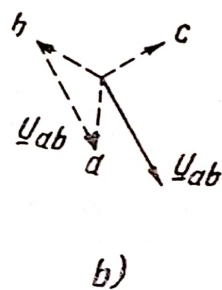
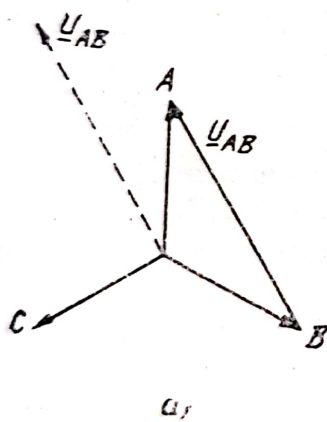


Figura 2.34.

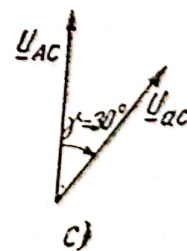
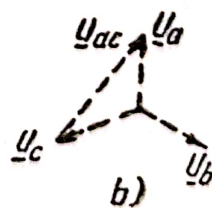
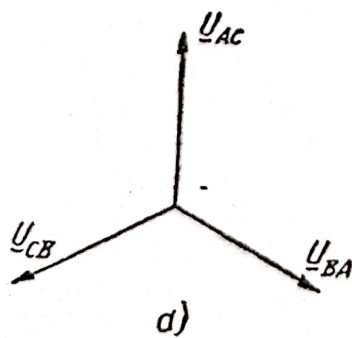


Figura 2.35.

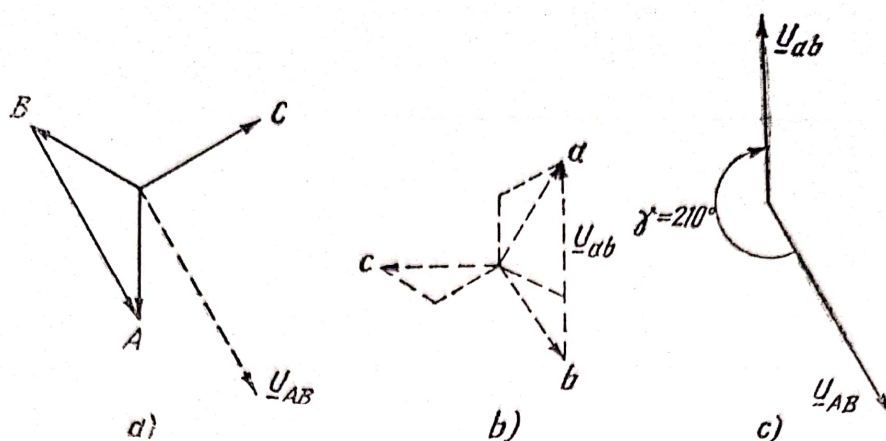


Figura 2.36.

2.34. Un transformator trifazat are înfășurările primare și secundare bobinate în același sens. Se cere să se determine:

- 1) schemele de conexiuni ale transformatorului pentru grupa $Yy - 6$;
- 2) schemele de conexiuni ale transformatorului pentru grupa $Yy - 8$;
- 3) schemele de conexiuni ale transformatorului pentru grupa $Yd - 5$.

Soluție. Transformatorul face parte din grupa $Yy - 6$ dacă defazajul între tensiunile sale de linie este $\theta = 6 \cdot 30 = 180^\circ$.

În figura 2.37, a este prezentată steaua tensiunilor înfășurării primare, precum și steaua tensiunilor înfășurării secundare: A, B, C — reprezintă începuturile fazelor înfășurării primare X, Y, Z — sfârșiturile înfășurării primare; a, b, c — reprezintă începuturile înfășurării secundare; x, y, z — sfârșiturile înfășurării secundare.

Din steaua tensiunilor de fază ale înfășurării secundare rezultă schemele de conexiune ale transformatorului reprezentate în figura 2.37, b .

2) Defazajul între tensiunile de linie ale înfășurărilor primare și secundare trebuie să fie $\theta = 8 \cdot 30 = 240^\circ$.

În figura 2.38, a este reprezentat triunghiul tensiunilor de linie al înfășurării primare (A, B, C) și corespunzător defazajul $\theta = 240^\circ$, tensiunile de linie ale înfășurărilor secundare. Cunoșcând poziția tensiunilor de linie secundare, față de cele primare se pot construi schemele de conexiuni reprezentate în figura 2.38, c .

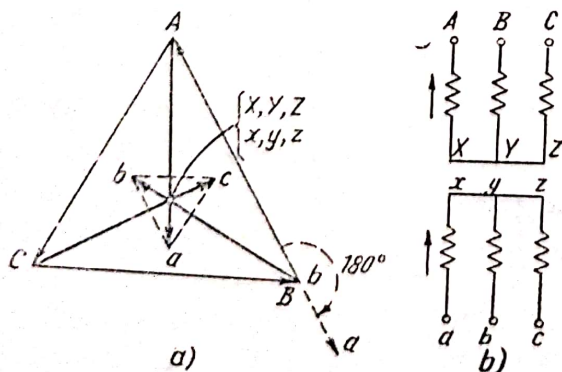


Figura 2.37.

3) Defazajul între tensiunile de linie ale înfășurării primare și înfășurării secundare trebuie să fie $\theta = 5 \cdot 30 = 150^\circ$. În figura 2.39, a este reprezentat triunghiul tensiunilor de linie primare și corespunzător tensiunile de linie ale înfășurării secundare. Triunghiul tensiunilor de linie secundare este reprezentat în figu-

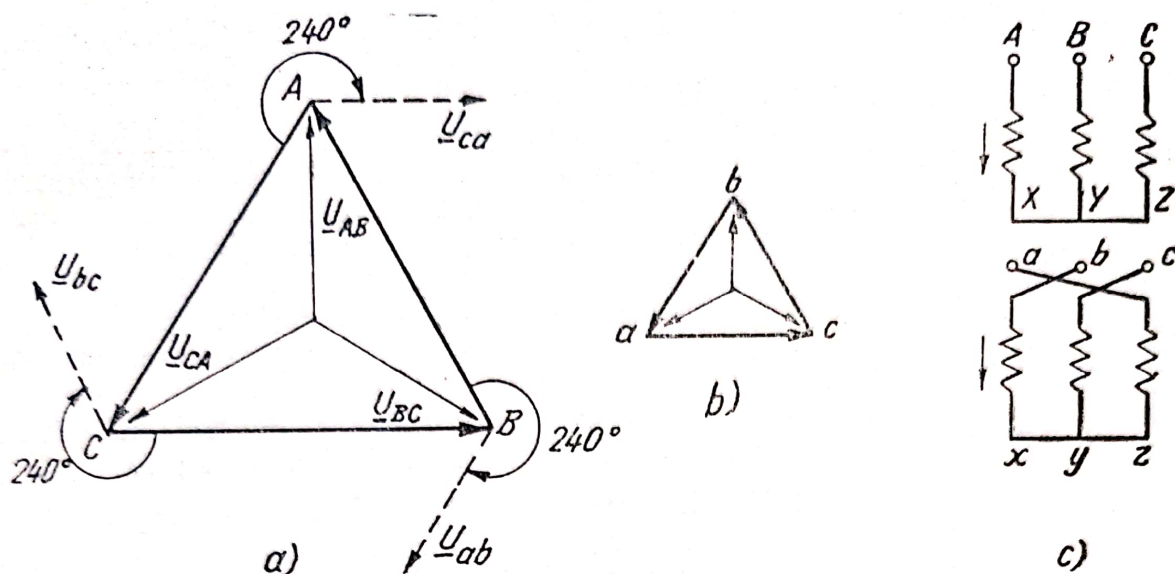


Figura 2.38.

ra 2.39, b. Corespunzător, rezultă schemele de conexiuni ale înfășurărilor transformatorului reprezentate în figura 2.39, c.

2.35. Să se stabilească schema de conexiuni a unui grup de trei transformatoare monofazate identice, cu trei înfășurări, avînd tensiunile nominale $U_{1n}/U_{2n}/U_{3n} = 63,6/21,4/10,5$ kV, pentru a obține un transformator trifazat de $110/35/10,5$ kV și să se determine grupele de conexiuni ale transformatorului trifazat obținut știind că înfășurările sînt bobinate în același sens.

Soluție. Se observă că $110 \text{ kV} = \sqrt{3} \cdot 63,6 \text{ kV}$, iar $35 \text{ kV} = \sqrt{3} \cdot 21,4 \text{ kV}$ deci satisfac relația între tensiunile de linie și de fază pentru conexiunea stea ($U_l = \sqrt{3}U_f$), iar tensiunea de $10,5 \text{ kV}$ corespunde relației $U_l = U_f$ pentru conexiunea triunghi.

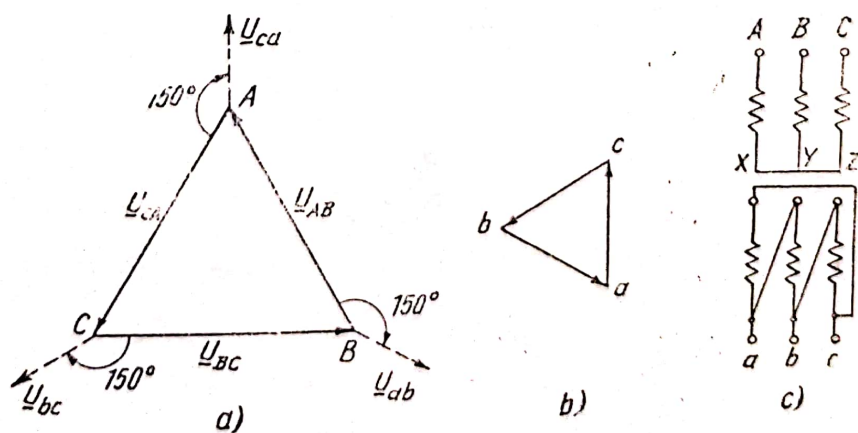


Figura 2.39.

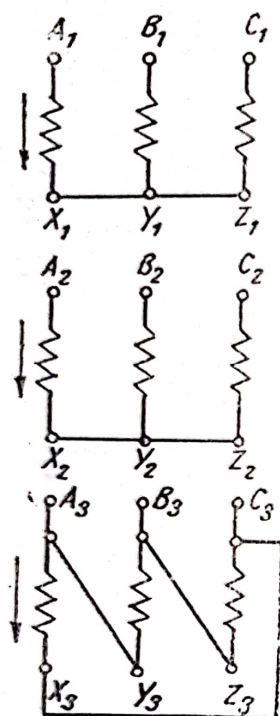


Figura 2.40.

Deci, înfășurările de înaltă și medie tensiune se vor conecta în stea, iar înfășurarea de joasă tensiune în triunghi (figura 2.40).

Pentru stabilirea grupelor de conexiuni se construiesc diagramele de fazori ale tensiunilor pentru cele trei înfășurări (fig. 2.41, a, b, c).

Calculând defazajul între tensiunile de linie $U_{Ai Bi}$ (fig. 2.41, d) se constată că înfășurările de înaltă și medie tensiune formează un transformator cu grupa 12, iar înfășurările de înaltă și joasă tensiune un transformator cu grupa 11.

Deci transformatorul trifazat cu trei înfășurări format are grupa de conexiuni $Yyd - 12; 11$.

2.36. Un transformator trifazat are raportul de transformare $k = 15$. Pentru identificarea grupei de conexiuni se efectuează o legătură între bornele A, a și se măsoară tensiunile

$$\begin{aligned} U_{1n} = U_{AB} &= 6\,000 \text{ V} & U_{Bc} &= 6\,200 \text{ V} \\ U_{Bb} &= 6\,400 \text{ V} & U_{Cb} &= 6\,200 \text{ V.} \\ U_{Cc} &= 6\,400 \text{ V} \end{aligned}$$

Să se determine grupa de conexiuni a transformatorului.

Soluție. 1. Metoda grafică. Se construiește, la scară, triunghiul tensiunilor de linie în primar, în ipoteza alimentării cu un sistem simetric de tensiuni. Bornele A și a, unite printr-o legătură conductoare, vor fi la același potențial, deci cele două puncte se confundă în diagrama de fazori (fig. 24.2).

Fiind cunoscute tensiunile U_{Bb} și U_{Cb} se poate construi punctul b situat la intersecția cercurilor de rază U_{Bb} cu centrul în B și U_{Cb} cu centrul în C; analog se construiește punctul c, la intersecția cercurilor de rază U_{Bc} cu centrul în B, respectiv U_{Cc} cu centrul în C.

Defazajul între fazorii AB și ab, exprimat ca multiplu de 30° indică grupa de conexiuni. În cazul problemei date defazajul este $180^\circ = 30^\circ \cdot 6$, deci transformatorul aparține grupei 6.

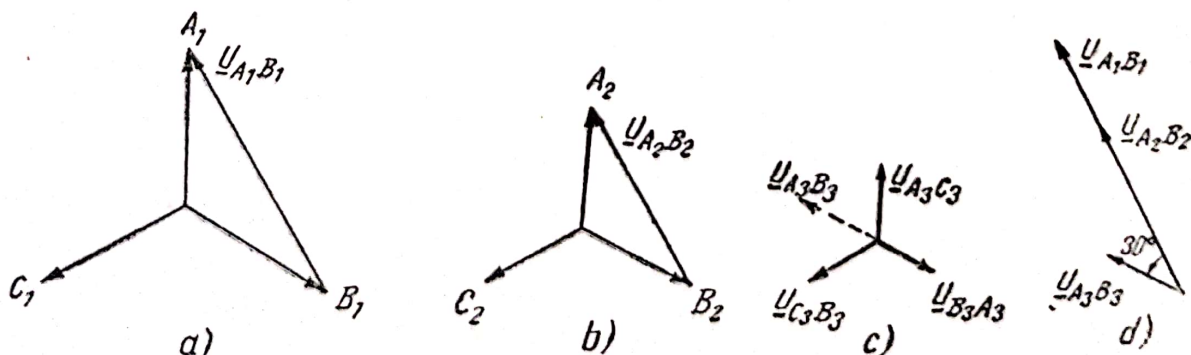


Figura 2.41.

2) *Metoda analitică*. Tensiunea de linie în secundar este: $U_2 = U_{ab} = \frac{U_1}{k} = \frac{6\,000}{15} = 400 \text{ V}$.

Obținem:

$$\frac{U_{Bb}}{U_{ab}} = \frac{U_{Cc}}{U_{ab}} = \frac{6\,400}{400} = 16 = 15 + 1 = k + 1$$

Consultând tabelul 2.2 putem afirma că transformatorul aparține grupeii de conexiuni 6, întrucât se îndeplinește și relația

$$U_{Cb}(U_{Bc}) < U_{Cc}(U_{Bb}).$$

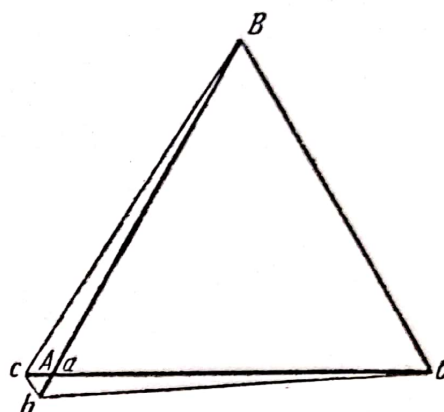


Figura 2.42.

TABELUL 2.2

Grupa de conexiuni	T e n s i u n i	U_{cB} / U_{bB}
	$U_{bB} = U_{cC}$	
12	$U_{ab}(k - 1)$	> 1
1	$U_{ab} \sqrt{k^2 - \sqrt{3}k + 1}$	> 1
2	$U_{ab} \sqrt{k^2 - k + 1}$	> 1
3	$U_{ab} \sqrt{k^2 + 1}$	> 1
4	$U_{ab} \sqrt{k^2 + k + 1}$	> 1
5	$U_{ab} \sqrt{k^2 + \sqrt{3}k + 1}$	$= 1$
6	$U_{ab}(k + 1)$	< 1
7	$U_{ab} \sqrt{k^2 + \sqrt{3}k + 1}$	< 1
8	$U_{ab} \sqrt{k^2 + k + 1}$	< 1
9	$U_{ab} \sqrt{k^2 + 1}$	< 1
10	$U_{ab} \sqrt{k^2 - k + 1}$	< 1
11	$U_{ab} \sqrt{k^2 - \sqrt{3}k + 1}$	$= 1$

Pentru verificare se determină, pe baza diagramei de fazori corespunzătoare grupeii 6, expresia analitică de calcul pentru tensiunile $U_{Cb} = U_{Bc}$.

Din triunghiul AbC (v. fig. 2.42) rezultă :

$$\begin{aligned} U_{Cb}^2 &= \overline{AC}^2 + \overline{ab}^2 - 2\overline{AC} \cdot \overline{ab} \cdot \cos(\widehat{ACab}) = \\ &= (k \cdot \overline{ab})^2 + \overline{ab}^2 - 2 \cdot (k \cdot \overline{ab}) \cdot \overline{ab} \cdot \cos 120^\circ = \\ &= \overline{ab}^2 (k^2 + 1 + 2k \cdot \frac{1}{2}) = \overline{ab}^2 (k^2 + k + 1) \end{aligned}$$

sau

$$U_{Cb} = ab \sqrt{k^2 + k + 1} = 400 \sqrt{15^2 + 15 + 1} = 6\,200 \text{ V.}$$

Valoarea rezultată din calcul este egală cu valoarea măsurată experimental, confirmînd grupa de conexiuni 6 pentru transformator.

2.37. Un transformator trifazat, cu grupa de conexiuni 5 are înfășurarea primară conectată în stea, iar înfășurarea secundară în triunghi. Fiecare înfășurare de fază secundară are cîte 9 prize, scoase simetric, notate cu $a_1, a_2, \dots, a_9$, respectiv $b_1, b_2, \dots, b_9$ și $c_1, c_2, \dots, c_9$ (fig. 2.43). Se cere să se determine defazajul dintre tensiunile $\underline{U}_{ab}, \underline{U}_{bc}, \underline{U}_{ca}$ și fiecare dintre sistemele de tensiuni $\underline{U}_{a_i b_i}, \underline{U}_{b_i c_i}, \underline{U}_{c_i a_i}$, obținut prin conectarea receptorului la sistemele de borne ale prizelor.

Soluție. Deoarece înfășurarea secundară este prevăzută cu 9 prize, scoase simetric, tensiunea pe fază se divide în 10 tensiuni egale care pot fi culese între două prize succesive. Să notăm aceste tensiuni cu „v”.

Sistemul de tensiuni secundare $\underline{U}_{a_i b_i}, \underline{U}_{b_i c_i}, \underline{U}_{c_i a_i}$, rezultă prin însumarea fazorilor a două tensiuni de mărimi diferite, în funcție de poziția prizei i , induse în înfășurări situate pe coloane diferite. De exemplu (v. fig. 2.44)

$$\underline{U}_{b_i a_i} = \underline{U}_{b_i, y} + \underline{U}_{a, a_i}$$

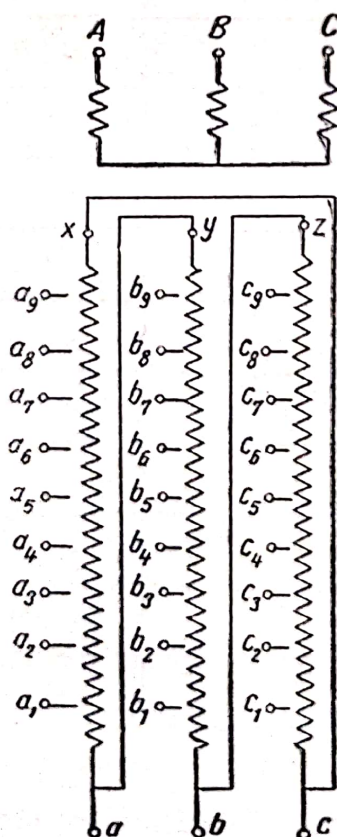


Figura 2.43.

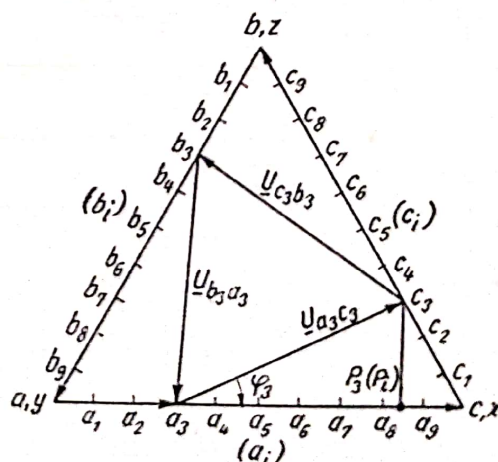


Figura 2.44.

Tangenta unghiului de defazaj între tensiunea U_{a_i, c_i} și U_{ac} este

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_i &= \frac{c_i P_i}{a_i P_i} = \frac{i v \sin 60^\circ}{(10-i)v - i \cos 60^\circ} = \\ &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} i}{10-i-\frac{i}{2}} = \frac{\sqrt{3} i}{20-3i} . \end{aligned}$$

Deci $\varphi_i = \arctg \frac{\sqrt{3} i}{20-3i}$.

Defazajul dintre sistemul de bază și sistemul realizat corespunzător

- la priza 1 este: $\varphi_1 = \arctg \frac{\sqrt{3}}{17} = 5^\circ 5'$,
- la priza 2 este: $\varphi_2 = \arctg \frac{\sqrt{3}}{7} = 13^\circ 55'$,
- la priza 3 este: $\varphi_3 = \arctg \frac{3\sqrt{3}}{11} = 25^\circ 20'$,
- la priza 4 este: $\varphi_4 = \arctg \frac{\sqrt{3}}{2} = 41^\circ$,
- la priza 5 este: $\varphi_5 = \arctg \sqrt{3} = 60^\circ$,
- la priza 6 este: $\varphi_6 = \arctg 3\sqrt{3} = 79^\circ 5'$,
- la priza 7 este: $\varphi_7 = \arctg(-7\sqrt{3}) = 95^\circ 50'$,
- la priza 8 este: $\varphi_8 = \arctg(-2\sqrt{3}) = 103^\circ 55'$,
- la priza 9 este: $\varphi_9 = \arctg\left(-\frac{9\sqrt{3}}{7}\right) = 115^\circ 20'$.

Se constată, în cazul secundarului conectat în triunghi, că se poate regla defazajul între tensiunile de linie din primar și secundar prin scoaterea de prize din înfășurarea secundară în mod corespunzător. În acest caz valoarea efectivă a tensiunii variază între U_{ab} și $\frac{1}{2} U_{ab}$, în funcție de poziția prizei.

2.38. Un transformator trifazat are raportul de transformare $k = 5$. Știind că în cazul unui scurtcircuit monofazat staționar pe secundar curentul de scurtcircuit are valoarea $I_{sc} = 150$ A, să se determine curenții din primar în cazul în care:

- 1) conexiunea transformatorului este Yy ;
- 2) conexiunea transformatorului este Dy ;

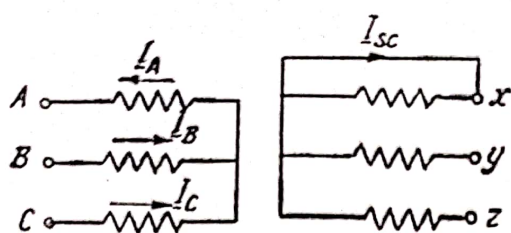


Figura 2.45.

Soluția I. Metoda descompunerii curenților în componente simetrice. 1) În cazul scurtcircuitului monofazat curenții secundari sînt (v. fig. 2.45).

$$\underline{I}_x = \underline{I}_{sc} = 150 \text{ A}$$

$$\underline{I}_y = \underline{I}_z = 0.$$

Descompunem în componente simetrice curenții fazei x :

$$\underline{I}_{xd} = \frac{1}{3} (\underline{I}_x + a\underline{I}_y + a^2\underline{I}_z) = 50 \text{ A},$$

$$\underline{I}_{xi} = \frac{1}{3} (\underline{I}_x + a^2\underline{I}_y + a\underline{I}_z) = 50 \text{ A},$$

$$\underline{I}_{x0} = \frac{1}{3} (\underline{I}_x + \underline{I}_y + \underline{I}_z) = 50 \text{ A}.$$

Procedînd analog pentru celelalte faze obținem:

faza y :

$$\underline{I}_{yd} = 50a \text{ A}$$

$$\underline{I}_{yi} = 50a^2 \text{ A}$$

$$\underline{I}_{y0} = 50 \text{ A}$$

faza z :

$$\underline{I}_{zd} = 50a^2 \text{ A}$$

$$\underline{I}_{zi} = 50a \text{ A}$$

$$\underline{I}_{z0} = 50 \text{ A}.$$

Sistemelor direct, respectiv invers, de curenți din secundar le corespund sisteme de curenți în primar; valorile curenților în primar sînt însă de k ori mai mici. Curenții primari sînt practic în opoziție față de cei din secundar deoarece curenții de magnetizare este neglijabil în cazul scurtcircuitului. Din cauza conexiunii stea a înfășurării primare componentele homopolare nu se transmit în primar. Curenții primari sînt:

$$\text{faza } A \quad \underline{I}_A = \underline{I}_{Ad} + \underline{I}_{Ai} = -\frac{1}{k} \underline{I}_{xd} - \frac{1}{k} \underline{I}_{xi} = -20 \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \text{faza } B \quad \underline{I}_B &= \underline{I}_{Bd} + \underline{I}_{Bi} = -\frac{1}{k} \underline{I}_{yd} - \frac{1}{k} \underline{I}_{yi} = \\ &= -10(a + a^2) = 10 \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{faza } C \quad \underline{I}_C &= \underline{I}_{Cd} + \underline{I}_{Ci} = -\frac{1}{k} \underline{I}_{zd} - \frac{1}{k} \underline{I}_{zi} = \\ &= -10(a + a^2) = 10 \text{ A}. \end{aligned}$$

Se observă că faza primară corespunzătoare fazei secundare în scurtcircuit este mai solicitată.

2) Descompunând curenții secundari în componente simetrice obținem de la punctul (1):

$$\begin{aligned} \underline{I}_{xd} &= 50 \text{ A} & \underline{I}_{yd} &= 50a \text{ A} & \underline{I}_{zd} &= 50a^2 \text{ A} \\ \underline{I}_{xi} &= 50 \text{ A} & \underline{I}_{yi} &= 50a^2 \text{ A} & \underline{I}_{zi} &= 50a \text{ A} \\ \underline{I}_{x0} &= 50 \text{ A} & \underline{I}_{y0} &= 50 \text{ A} & \underline{I}_{z0} &= 50 \text{ A} \end{aligned}$$

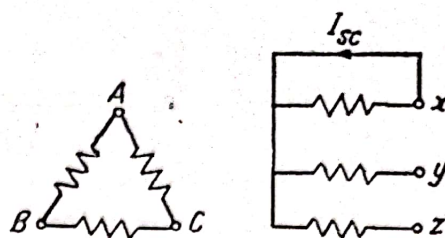


Figura 2.46.

Primarul transformatorului fiind conectat în triunghi în afara componentelor directe și inverse se transmite și componenta homopolară.

Deci curenții primari pe fază vor fi:

$$\underline{I}_{AB} = \underline{I}_{Ad} + \underline{I}_{Ai} + \underline{I}_{A0} = -\frac{1}{k} \underline{I}_{xd} - \frac{1}{k} \underline{I}_{xi} - \frac{1}{k} \underline{I}_{x0} = -30 \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_{BC} &= \underline{I}_{Bd} + \underline{I}_{Bi} + \underline{I}_{B0} = -\frac{1}{k} \underline{I}_{yd} - \frac{1}{k} \underline{I}_{yi} - \frac{1}{k} \underline{I}_{y0} = \\ &= -10(1 + a + a^2) = 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_{CA} &= \underline{I}_{Cd} + \underline{I}_{Ci} + \underline{I}_{C0} = -\frac{1}{k} \underline{I}_{zd} - \frac{1}{k} \underline{I}_{zi} - \frac{1}{k} \underline{I}_{z0} = \\ &= -10(1 + a + a^2) = 0. \end{aligned}$$

Se observă că, în cazul conexiunii triunghi transformatorul trifazat se comportă ca un transformator monofazat, transmisia puterii electromagnetice efectuându-se numai pe coloana care poartă înfășurarea scurtcircuitată.

Soluția II. Metoda solenațiilor. 1) Transformatorul se presupune simetric, se neglijează curentul de mers în gol, iar rețeaua primară se consideră simetrică.

În cazul scurtcircuitului monofazat reprezentat în figura 2.47 curenții secundari sînt:

$$\begin{cases} \underline{I}_x = \underline{I}_{sc} = 150 \text{ A} \\ \underline{I}_y = 0 \\ \underline{I}_z = 0. \end{cases}$$

Cu sensurile pozitive adoptate pe figura 2.47, prin aplicarea legii circuitului magnetic pe ambele curbe închise Γ , Γ' și a teoremei I a lui Kirchhoff pentru nodul în care se realizează conexiunea stea, rezultă sistemul:

$$\begin{cases} w_1 \underline{I}_A - w_2 \underline{I}_x + w_1 \underline{I}_B = 0 \\ -w_1 \underline{I}_B + w_1 \underline{I}_C = 0. \\ \underline{I}_A = \underline{I}_B + \underline{I}_C. \end{cases} \quad (1)$$

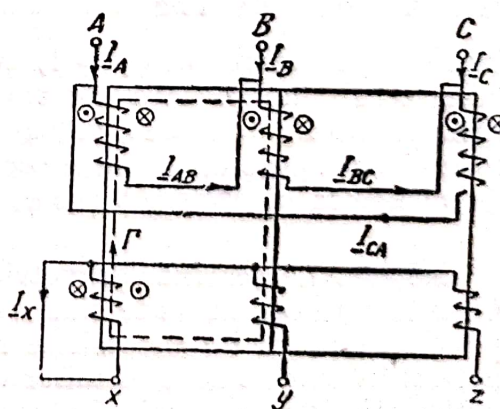


Figura 2.47.

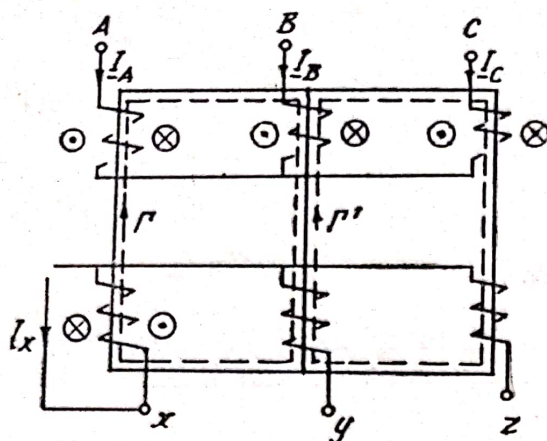


Figura 2.48.

Soluția sistemului (1) cu $\underline{I}_x$ origine de fază, este

$$\begin{cases} \underline{I}_A = \frac{2}{3} \frac{w_2}{w_1} \underline{I}_x = \frac{2}{3} \frac{1}{h} \underline{I}_x = \frac{2}{15} \underline{I}_{sc} = 20 \text{ A} \\ \underline{I}_B = \frac{1}{2} \underline{I}_A = 10 \text{ A} \\ \underline{I}_C = \frac{1}{2} \underline{I}_A = 10 \text{ A} \end{cases}$$

Rezultatele sînt identice cu cele obținute prin metoda descompunerii curenților în componente simetrice.

2) Pentru rezolvare folosim aceleași ipoteze ca la punctul 1.

Aplicăm legea circuitului magnetic pe curba Γ (fig. 2.48) și teorema I a lui Kirchhoff pentru nodurile A și B.

$$\begin{cases} -w_2 \underline{I}_x + w_1 \underline{I}_{AB} - w_1 \underline{I}_{BC} = 0 \\ \underline{I}_A + \underline{I}_{CA} = \underline{I}_{AB} \\ \underline{I}_B + \underline{I}_{AB} = \underline{I}_{BC} \\ \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Considerînd reluctanța magnetică a coloanelor B și C destul de mare astfel încît $\underline{I}_{BC} = \underline{I}_{CA} \approx 0$ și $\underline{I}_x$ origine de fază soluția sistemului (2) este:

$$\begin{cases} \underline{I}_A = \underline{I}_{AB} = \frac{w_2}{w_1} \underline{I}_x = \frac{1}{h} \underline{I}_x = \frac{1}{5} 150 = 30 \text{ A} \\ \underline{I}_B = -\underline{I}_{AB} = -30 \text{ A} \\ \underline{I}_C = 0 \end{cases}$$

2.39. Un transformator trifazat cu conexiunea $Yy_0 - 12$, avînd tensiunile nominale $U_{1n}/U_{2n} = 6/0,4 \text{ kV}$ și tensiunea de scurtcircuit $u_{sc} = 4\%$, este încărcat pe una din fazele secundare cu un curent $I_2 = \frac{I_{2n}}{2}$, la factorul de putere $\cos \varphi_2 = 1$, celelalte două faze fiind în gol. Să se determine tensiunile pe fază ale transformatorului, știind valoarea impedanței homopolare $Z_0 = 0,82 \Omega$, valoarea impedanței de scurtcircuit a transformatorului în raport cu bornele secundare $Z_{sc2} = 0,069 \Omega$, precum și factorul de putere la scurtcircuit $\cos \varphi_{sc} = 0,4$.

Soluție. La sarcină nesimetrică, sistemul trifazat de curenți se descompune în trei componente simetrice de succesiune directă, inversă și homopolară. Curenții de succesiune homopolară provoacă deplasarea punctului neutru în diagrama tensiunilor cu valoarea $\underline{E}_0$ determinînd deci un sistem nesimetric de tensiuni. Valoarea $\underline{E}_0$ poate fi determinată comparînd-o cu tensiunea de scurtcircuit.

Astfel, luând în considerație mărimile pe fază ale transformatorului rezultă:]

$$\frac{Z_0}{Z_{sc2}} = \frac{0,82}{0,0693} = 11,83$$

de unde $Z_0 = 11,83 Z_{sc2}$.

Valoarea curentului de succesiune homopolară este:

$$\underline{I}_0 = \frac{1}{3} (\underline{I}_{2A} + \underline{I}_{2B} + \underline{I}_{2C}) = \frac{1}{3} \underline{I}_{2A};$$

$$\text{deci } \underline{I}_0 = \frac{1}{3} \frac{\underline{I}_{2n}}{2} = \frac{1}{6} \underline{I}_{2n}.$$

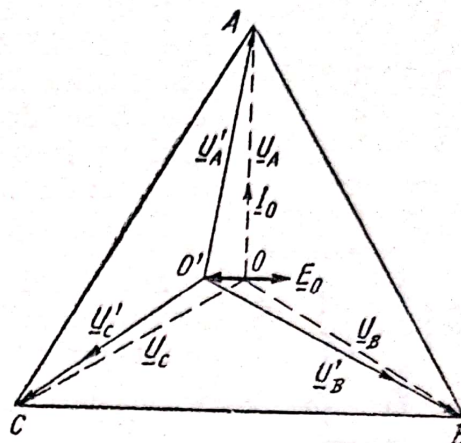


Figura 2.49.

Prin urmare se obține:

$$E_0 = Z_0 I_0 = \frac{1}{6} Z_0 I_{2n}$$

Tensiunea E_0 exprimată în procente din tensiunea nominală are valoarea:

$$\begin{aligned} e_0 &= \frac{E_0}{U_{2n}} \cdot 100 = \frac{Z_0 I_0}{U_{2n}} \cdot 100 = \frac{11,83 Z_{sc} \cdot \frac{1}{6} I_{2n}}{U_{2n}} \cdot 100 = \\ &= 1,975 \frac{Z_{sc} I_{2n}}{U_{2n}} 100 = 1,975 u_{sc} \% = 1,974 \cdot 4 = 7,9\%. \end{aligned}$$

În figura 2.49 este construită diagrama de fazori corespunzătoare acestui regim particular de funcționare, în ipoteza că transformatorul este încărcat pe faza A. În aceeași figură, cu linie întreruptă, s-a reprezentat sistemul de tensiuni în ipoteza unei sarcini simetrice. Întrucât factorul de putere secundar este $\cos \varphi_2 = 1$, curentul pe faza A ca și curentul de succesiune homopolară este în fază cu tensiunea U_A .

Tensiunea E_0 , defazată cu 90° în urma curentului, este în cuadratură cu tensiunea U_A .

Tensiunea pe faza A la funcționarea în sarcină are valoarea:

$$\underline{U}'_A = \underline{U}_A + \underline{E}_0, \quad \text{deci} \quad \underline{U}_A = -\underline{E}_0 + \underline{U}'_A$$

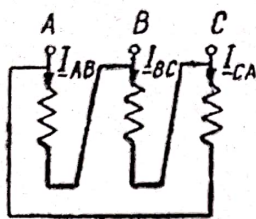
de unde rezultă construcția din figură pentru $\underline{U}'_A$, respectiv $\underline{U}'_B$ și $\underline{U}'_C$.

Prin urmare:

$$U'_A = \sqrt{U_A^2 + E_0^2} = \sqrt{U_{2nf}^2 + (0,079 U_{2nf})^2} = 1,003 U_{2nf}$$

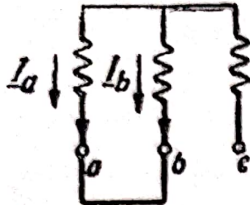
$$\begin{aligned} U'_B &= \sqrt{U_B^2 + E_0^2 - 2U_B E_0 \cos \widehat{U_B E_0}} = \\ &= \sqrt{U_{2nf}^2 + (0,079 U_{2nf})^2 + 0,079 U_{2nf}^2 \sqrt{3}} = 1,063 U_{2nf}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U'_C &= \sqrt{U_C^2 + E_0^2 - 2U_C E_0 \cos \widehat{U_C E_0}} = \\ &= \sqrt{U_{2nf}^2 + (0,079 U_{2nf})^2 - 0,079 U_{2nf}^2 \sqrt{3}} = 0,964 U_{2nf}. \end{aligned}$$



2.40. Un transformator trifazat, are puterea nominală $S_n = 160$ kVA, tensiunile nominale $U_{1n}/U_{2n} = 6/0,4$ kV, conexiunile Dy și tensiunea de scurtcircuit $u_{sc} = 4\%$. Se cere să se determine curenții de fază ai transformatorului în ipoteza că transformatorul funcționează în regim staționar în scurtcircuit bifazat.

Se va neglija curentul de mers în gol.



Soluție. Pentru rezolvarea problemei se aplică metoda descompunerii în componente simetrice. Schema conexiunilor înfășurărilor este prezentată în figura 2.50. Scurtcircuitul bifazat secundar este caracterizat prin următorul sistem de curenți :

Figura 2.50.

$$\begin{cases} \underline{I}_a = -\underline{I}_b \\ \underline{I}_c = 0. \end{cases}$$

Componentele simetrice ale curentului fazei a sînt

$$\begin{cases} \underline{I}_{ad} = \frac{1}{3} (\underline{I}_a + a\underline{I}_b + a^2\underline{I}_c) = \frac{1}{3} \underline{I}_a (1 - a) \\ \underline{I}_{ai} = \frac{1}{3} (\underline{I}_a + a^2\underline{I}_b + a\underline{I}_c) = \frac{1}{3} \underline{I}_a (1 - a^2) \\ \underline{I}_{a0} = \frac{1}{3} (\underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c) = 0 \end{cases}$$

În ipoteza că se neglijează curentul de mers în gol, curenții din primar sînt în opoziție de fază în raport cu cei din secundar și mai mici de k ori. Curentul fazei A este deci :

$$\underline{I}_{AB} = \underline{I}_{ABd} + \underline{I}_{ABi} = -\frac{\underline{I}_{ad}}{k} - \frac{\underline{I}_{ai}}{k} = -\frac{1}{3k} (1 - a + 1 - a^2) \underline{I}_a = -\frac{\underline{I}_a}{k}.$$

Componentele simetrice ale curentului fazei b sînt :

$$\underline{I}_{bd} = \frac{1}{3} (\underline{I}_b + a\underline{I}_c + a^2\underline{I}_a) = \frac{1}{3} \underline{I}_a (a^2 - 1)$$

$$\underline{I}_{bi} = \frac{1}{3} (\underline{I}_b + a^2\underline{I}_c + a\underline{I}_a) = \frac{1}{3} \underline{I}_a (a - 1)$$

$$\underline{I}_{b0} = \frac{1}{3} (\underline{I}_b + \underline{I}_c + \underline{I}_a) = 0.$$

Curentul fazei B este prin urmare

$$\underline{I}_{BC} = \underline{I}_{BCd} + \underline{I}_{BCi} = -\frac{\underline{I}_{bd}}{k} - \frac{\underline{I}_{bi}}{k} = -\frac{1}{3k} \underline{I}_a (a^2 + a - 2) = \frac{\underline{I}_a}{k}.$$

Componentele simetrice ale curentului fazei C sînt

$$\underline{I}_{cd} = \frac{1}{3} (\underline{I}_c + a\underline{I}_a + a^2\underline{I}_b) = \frac{1}{3} \underline{I}_a (a - a^2)$$

$$\underline{I}_{ci} = \frac{1}{3} (\underline{I}_c + a^2\underline{I}_a + a\underline{I}_b) = \frac{1}{3} \underline{I}_a (a^2 - a)$$

$$\underline{I}_{c0} = \frac{1}{3} (\underline{I}_c + \underline{I}_a + \underline{I}_b) = 0.$$

Curentul fazei C este prin urmare

$$\underline{I}_{CA} = \underline{I}_{CAd} + \underline{I}_{CAi} = -\frac{\underline{I}_{ci}}{k} - \frac{\underline{I}_{ad}}{k} = -\frac{1}{3k} \underline{I}_a (a - a^2 + a^2 - a) = 0$$

Cu datele numerice ale problemei se pot calcula următoarele mărimi:
— curentul de scurtcircuit pe faza a:

$$I_a = \frac{U_{2nf}}{2Z_{sc}} = \frac{U_{2nf} I_{2nf}}{2Z_{sc} I_{2nf}} = \frac{S_n \cdot 100}{2 u_{sc\%} U_{2n}} = \frac{160 \cdot 10^3 \cdot 100}{2 \cdot 4 \cdot 400} = 1\,667 \text{ A}$$

respectiv pe faza b: $I_b = 1\,667 \text{ A}$.

— raportul de transformare:

$$k = \frac{6}{0,4} = 15.$$

Cu aceste mărimi se pot determina curenții primari și secundari:

$$I_A = \frac{5\,000}{15 \cdot 3} = 111 \text{ A},$$

$$I_B = 111 \text{ A},$$

$$I_C = 0.$$

2.41. Un transformator trifazat avînd puterea nominală $S_n = 250 \text{ kVA}$, tensiunile nominale $U_{1n}/U_{2n} = 15/0,4 \text{ kV}$ și schema de conexiune Yy funcționează pe o sarcină nesimetrică și anume: fazele Z și Y sînt încărcate la 80% din sarcina nominală, iar faza X la 120% din sarcina nominală. Să se determine curenții primari în ipoteza că se neglijează curentul de mers în gol și că defazajul curenților secundari pe cele trei faze este $\frac{2\pi}{3}$ radiani.

Soluție. Curentul secundar nominal are valoarea:

$$I_{2n} = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot U_{2n}} = \frac{250}{\sqrt{3} \cdot 0,4} = 361 \text{ A}.$$

Raportul de transformare este:

$$k = \frac{U_{1n}}{U_{2n}} = \frac{15}{0,4} = 37,5,$$

iar curentul primar nominal rezultă :

$$I_{1n} = \frac{I_{2n}}{k} = \frac{361}{37,5} = 9,63 \text{ A.}$$

Descompunem curentul din secundar în două componente :

a) O componentă simetrică avînd valoarea de $0,8 I_{2n}$, datorită căreia apar în primar curenții :

$$\underline{I}'_A = 0,8 \underline{I}_{1n} = 7,7 \text{ A}$$

$$\underline{I}'_B = 0,8 a^2 \underline{I}_{1n} = (7,7 a^2) \text{ A,}$$

$$\underline{I}'_C = 0,8 a \underline{I}_{1n} = (7,7 a) \text{ A.}$$

Curenții $\underline{I}'_A$, $\underline{I}'_B$, $\underline{I}'_C$ formează un sistem simetric, $\underline{I}'_A$ fiind considerat drept origine de fază.

b) O componentă asimetrică corespunzătoare unei mașini monofazate conectată la bornele fazei X, și datorită căreia curentul are valoarea de $0,4 I_{2n}$. În acest caz sistemul de curenți secundari este :

$$I''_X = 0,4 I_{2n}$$

$$I''_Y = 0,$$

$$I''_Z = 0.$$

Acest sistem nesimetric de curenți în secundar se transmite în primar tot printr-un sistem nesimetric (v. problema 2.38) avînd componentele :

$$\underline{I}''_A = \frac{0,4 I_{2n}}{3} \cdot \frac{1}{k} \cdot 2 = \frac{0,4 \cdot 361}{3} \cdot \frac{1}{37,5} \cdot 2 = 2,56 \text{ A}$$

$$\underline{I}''_B = - \frac{\underline{I}''_A}{2} = - 1,28 \text{ A}$$

$$\underline{I}''_C = - \frac{\underline{I}''_A}{2} = - 1,28 \text{ A.}$$

Originea de fază fiind $\underline{I}''_A$ rezultă că $\underline{I}''_B$ și $\underline{I}''_C$ sînt în opoziție de fază cu $\underline{I}''_A$.

Curenții primari se obțin prin adunarea celor două componente :

— curentul fazei A

$$\underline{I}_A = \underline{I}'_A + \underline{I}''_A = 7,7 + 2,56 = 10,26 \text{ A}$$

cele două componente fiind în fază ;

— curentul fazei B

$$\underline{I}_B = \underline{I}'_B + \underline{I}''_B.$$

Însă $\underline{I}'_B$ este defazat cu (a^2) față de curentul $\underline{I}_A$, iar $\underline{I}''_B$ este în opoziție de fază față de curentul $\underline{I}_A$. Valoarea curentului $\underline{I}_B$ rezultă aplicînd

teorema cosinusului în triunghiul PRQ (v. fig. 2.51).

$$I_B = \sqrt{I_B'^2 + I_B''^2 - 2I_B' I_B'' \cos \frac{2\pi}{3}} =$$

$$= \sqrt{7,7^2 + 1,28^2 + 2 \cdot 7,7 \cdot 1,28 \cdot \frac{1}{2}} = 8,41 \text{ A.}$$

$$\underline{I}_B = 8,41 e^{-j 126^\circ 40'}.$$

Curentul fazei C este $I_C = 8,41 \text{ A}$ — obținut prin simetrie cu faza B :

$$\underline{I}_C = 8,41 e^{+j 126^\circ 40'}.$$

Deci sistemul de curenți din primar avînd ca origine de fază curentul fazei A este:

$$\underline{I}_A = 10,26$$

$$\underline{I}_B = 8,41 e^{-j 126^\circ 40'}.$$

$$\underline{I}_C = 8,41 e^{+j 126^\circ 40'}.$$

Se observă că sistemul de curenți primari nu este un sistem simetric de curenți.

2.3. FUNCȚIONAREA ÎN PARALEL A TRANSFORMATOARELOR

2.42. Două transformatoare electrice au următoarele date nominale:
— transformatorul 1:

$$S_{n1} = 250 \text{ kVA}; \quad U_{1n}/U_{2n} = 6\,000/400 \text{ V}$$

$u_{sc1} = 6\%$; schema de conexiuni Yy_0 ; rezistența echivalentă la scurtcircuit
 $R_{e1} = 3,1 \Omega$;

— transformatorul 2:

$$S_{n2} = 100 \text{ kVA}; \quad U_{1n}/U_{2n} = 6\,000/400 \text{ V};$$

$u_{sc2} = 4\%$; schema de conexiuni Yy_0 ; rezistența echivalentă la scurtcircuit
 $R_{e2} = 4,9 \Omega$.

Pentru funcționarea lor în paralel, este necesar ca tensiunile de scurtcircuit să fie aceleași.

Se cere să se determine reactanța bobinei ce trebuie conectată în serie pe fiecare fază în primarul transformatorului 2 pentru ca cele două transformatoare să aibă aceeași tensiune de scurtcircuit.

Toate celelalte condiții de cuplare în paralel sînt îndeplinite, iar bobinele de reactanță au rezistențele neglijabile.

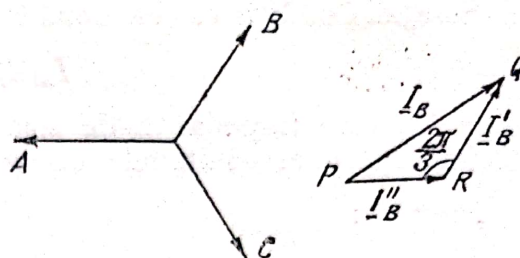


Figura 2.51.

Soluție. Condiția ca cele două tensiuni de scurtcircuit să fie egale este ca :

$$I_{n1}Z_{e1} = I_{n2}Z'_{e2}$$

unde Z'_{e2} este impedanța de scurtcircuit a transformatorului 2, după ce au fost introduse bobinele de reactanță.

Rezultă :

$$\begin{aligned} Z'_{e2} = Z_{e1} &= \frac{I_{n1}}{I_{n2}} = Z_{e1} \frac{S_{n1}}{S_{n2}} = \frac{S_{n1}}{S_{n2}} \cdot \frac{U_{sc1}}{I_{1nf}} = \frac{S_{n1}}{S_{n2}} \cdot \frac{U_{sc1}}{U_{1nf}} \cdot \frac{U_{1nf}}{I_{1nf}} = \\ &= u_{sc1} \frac{S_{n1}}{S_{n2}} \cdot \frac{U_{1n}}{\sqrt{3} I_{1nf}} = u_{sc1} \frac{S_{n1}}{S_{n2}} \cdot \frac{U_{1n}^2}{S_{n1}} = u_{sc1} \frac{U_{1n}^2}{S_{n2}} = \frac{6}{100} \cdot \frac{(6\,000)^2}{100 \cdot 10^3} = 21,6 \, \Omega. \end{aligned}$$

Impedanța de scurtcircuit a transformatorului 2 este :

$$Z_{e2} = u_{sc2} \cdot \frac{U_{1n}^2}{S_{n2}} = \frac{4}{100} \cdot \frac{(6\,000)^2}{100 \cdot 10^3} = 14,4 \, \Omega.$$

Rezultă că reactanțele de scurtcircuit corespunzătoare celor două impedanțe sînt :

$$X'_{e2} = \sqrt{Z_{e2}^2 - R_{e2}^2} = \sqrt{21,6^2 - 4,9^2} = 21,1 \, \Omega$$

$$X_{e2} = \sqrt{Z_{e2}^2 - R_{e2}^2} = \sqrt{14,4^2 - 4,9^2} = 13,6 \, \Omega.$$

Prin urmare reactanța bobinei are valoarea :

$$X_r = X'_{e2} - X_{e2} = 21,1 - 13,6 = 7,5 \, \Omega.$$

2.43. Trei transformatoare trifazate avînd tensiunile nominale egale $U_{1n}/U_{2n} = 6\,000/400$ V și următoarele date nominale

$$S_{n1} = 1\,000 \text{ kVA}, \quad u_{sc1} = 6\%$$

$$S_{n2} = 1\,600 \text{ kVA}, \quad u_{sc2} = 6,5\%$$

$$S_{n3} = 1\,600 \text{ kVA}, \quad u_{sc3} = 6\%$$

funcționează în paralel. Să se determine puterea totală pe care o pot debita transformatoarele, precum și curenții absorbiți de la rețea de fiecare transformator. Se presupune că toate celelalte condiții de funcționare în paralel sînt îndeplinite.

Soluție. Puterea maximă pe care o pot debita cele trei transformatoare este limitată de condiția ca transformatorul cu tensiunea de scurtcircuit cea mai mică să nu se supraîncarce. În cazul dat, transformatoarele 1 și 3 debitează puterea nominală.

Puterea repartizată pe transformatorul 1, din puterea totală este :

$$S_1 = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{\frac{S_{n1}}{u_{sc1}} + \frac{S_{n2}}{u_{sc2}} + \frac{S_{n3}}{u_{sc3}}} \cdot \frac{S_{n1}}{u_{sc1}}. \quad (1)$$

Deoarece $S_1 = S_{n1}$ rezultă

$$S = S_{n1} + S_{n2} \frac{u_{sc1}}{u_{sc2}} + S_{n3} \frac{u_{sc1}}{u_{sc3}} \quad (2)$$

în care $S = S_1 + S_2 + S_3$ este puterea totală la funcționarea în paralel a transformatoarelor.

Prin urmare

$$S = 1\,000 + 1\,600 \frac{6}{6,5} + 1\,000 = 4\,080 \text{ kVA.}$$

Rezultă că transformatoarele vor debita următoarele puteri:

— Transformatorul 1:

$$S_1 = S_{n1} = 1\,000 \text{ kVA.}$$

— Transformatorul 2:

$$S_2 = S_{n2} \frac{u_{sc1}}{u_{sc2}} = 1\,600 \cdot \frac{6}{6,5} = 1\,480 \text{ kVA.}$$

— Transformatorul 3:

$$S_3 = S_{n3} = 1\,600 \text{ kVA.}$$

Curenții din circuitul primar al fiecărui transformator sînt:

$$I_1 = \frac{S_1}{\sqrt{3} \cdot U_{1n}} = \frac{1\,000 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3} = 96,5 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{S_2}{\sqrt{3} \cdot U_{2n}} = \frac{1\,480 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3} = 142 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{S_3}{\sqrt{3} \cdot U_{3n}} = \frac{1\,600 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3} = 154 \text{ A.}$$

2.44. Trei transformatoare trifazate funcționează în paralel. Puterea cerută de consumator este $S = 750 \text{ kVA}$. Transformatoarele au aceeași putere nominală $S_n = 250 \text{ kVA}$, dar tensiunile de scurtcircuit diferite și anume: $u_{sc1} = 5,5\%$; $u_{sc2} = 5,7\%$; $u_{sc3} = 6\%$. Se cere să se determine puterea debitată de fiecare transformator. Se presupune că toate celelalte condiții de funcționare în paralel sînt îndeplinite.

Soluție. Puterea debitată de fiecare transformator are expresia:

$$S_i = \frac{\sum_{j=1}^n S_j}{\sum_{j=1}^n \frac{S_{nj}}{u_{scj}}} \cdot \frac{S_{ni}}{u_{sci}}$$

în care $\sum_{j=1}^n S_j = S$ este puterea totală debitată de cele n transformatoare conectate în paralel.

Prin urmare puterea debitată de fiecare transformator va fi:

— pentru transformatorul 1:

$$S_1 = \frac{S}{\frac{S_{n1}}{u_{sc1}} + \frac{S_{n2}}{u_{sc2}} + \frac{S_{n3}}{u_{sc3}}} \cdot \frac{S_{n1}}{u_{sc2}} = \frac{750}{250 \left(\frac{1}{5,5} + \frac{1}{5,7} + \frac{1}{6} \right)} \cdot \frac{250}{5,5} = 261 \text{ kVA.}$$

— pentru transformatorul 2:

$$S_2 = \frac{750}{250 \left(\frac{1}{5,5} + \frac{1}{5,7} + \frac{1}{6} \right)} \cdot \frac{250}{5,7} = 251 \text{ kVA,}$$

— pentru transformatorul 3:

$$S_3 = \frac{750}{250 \left(\frac{1}{5,5} + \frac{1}{5,7} + \frac{1}{6} \right)} \cdot \frac{250}{6} = 238 \text{ kVA.}$$

Se observă că transformatoarele 1 și 2 sînt supraîncărcate datorită faptului că au tensiunea de scurtcircuit mai mică.

2.45. Două transformatoare trifazate de puteri nominale egale $S_n = 1000 \text{ kVA}$ au rapoartele de transformare $k_1 = 15$ și $k_2 = 15,6$, tensiunile de scurtcircuit $u_{sc1} = u_{sc2} = 6\%$ și defazajele interne egale. Se cere să se calculeze puterea de circulație la funcționarea în paralel, în ipoteza că la funcționarea în gol căderile de tensiune în cele două transformatoare sînt egale. Transformatoarele au schema de conexiune Yy .

Soluție. Curentul de circulație care apare datorită inegalității rapoartelor de transformare, pentru transformatorul 1 are expresia:

$$I_{2k1} = \frac{\frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2}}{Z_{e1} + Z_{e2}} \cdot U_{1n},$$

impedanțele echivalente la scurtcircuit ale celor două transformatoare Z_{e1} și Z_{e2} fiind considerate în raport cu înfășurarea de joasă tensiune.

Transformăm această soluție pentru a pune în evidență datele problemei:

$$I_{2k1} = \frac{\left(\frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right) 100}{\frac{1}{U_{1n}} \left(\frac{Z_{e1} \cdot I_{2n1}}{U_{2n1}} \cdot \frac{U_{2n1}}{I_{2n1}} + \frac{Z_{e2} \cdot I_{2n2}}{U_{2n2}} \cdot \frac{U_{2n2}}{I_{2n2}} \right) \cdot 100} = \frac{k_1 k_2 (k_2 - k_1) 100}{u_{sc1} (k_2^2 + k_1^2)} \cdot \frac{S_n}{3 U_{1n}}.$$

Transformatoarele debitează la o tensiune de fază egală cu media tensiunilor nominale de fază. Deci tensiunea de fază rezultantă este:

$$U_2 = \frac{U_{2n1} + U_{2n2}}{2} = U_{1n} \frac{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}}{2} = U_{1n} \frac{k_1 + k_2}{2 k_1 k_2}$$

iar puterea de circulație are valoarea :

$$S_k = 3I_{2k1} \cdot U_2 = 3 \frac{k_1 k_2 (k_2 - k_1) 100}{u_{sc1} (k_1^2 + k_2^2)} \cdot \frac{S_n}{3U_{1n}} \cdot U_{1n} \frac{k_1 + k_2}{2k_1 \cdot k_2} =$$

$$= \frac{(k_2^2 - k_1^2) 100}{2(k_1^2 + k_2^2) u_{sc1}} S_n = \frac{(15,6^2 - 15^2) \cdot 100}{2(15,6^2 + 15^2) \cdot 6} \cdot 1000 = 327,5 \text{ kVA.}$$

Puterea de circulație fiind însemnată, funcționarea în paralel a celor două transformatoare nu este economică.

2.46. Două transformatoare trifazate identice au puterea nominală $S_n = 400 \text{ kVA}$, tensiunea nominală $U_{1n} = 6 \text{ kV} \pm 5\%$ și tensiunea de scurtcircuit $u_{sc} = 5\%$. Unul dintre transformatoare este conectat pe priza de $+5\%$, iar celălalt pe priza de -5% . Se cere să se calculeze curentul de circulație între cele două transformatoare la funcționarea lor în paralel.

Soluție. Curentul de circulație datorită inegalității rapoartelor de transformare a celor 2 transformatoare rezultă din relația :

$$I_{2k} = \frac{k'_1 - k'_2}{Z_{e1} + Z_{e2}} U_{1n}, \quad (1)$$

unde k'_1 și k'_2 sînt inversele rapoartelor de transformare, iar Z_{e1} și Z_{e2} impedanțele de scurtcircuit ale transformatoarelor raportate la secundar. Expresia de mai sus se mai poate scrie și astfel :

$$I_{2k} = \frac{k'_1 - k'_2}{\frac{U_{2n}(Z_{e1} \cdot I_{2n})}{U_{1n}} + \frac{Z_{e2} \cdot I_{2n}}{U_{2n}}} I_{2n} = \frac{k'_1 - k'_2}{k'(u_{sc1} + u_{sc2})} I_{2n} \cdot 100 \quad (2)$$

unde u_{sc1} și u_{sc2} sînt tensiunile de scurtcircuit ale transformatoarelor în unități relative, iar k' este inversul raportului de transformare al celor două transformatoare corespunzător prizei nominale.

Cele două transformatoare avînd aceleași tensiuni de scurtcircuit se poate scrie :

$$u_{sc2} = u_{sc1} = u_{sc}$$

rezultînd :

$$I_{2k} = \frac{k_1 - k_2}{2k' u_{sc}} I_{2n} \cdot 100.$$

Raportul de transformare nominal este $k = \frac{U_{1n}}{U_{2n}}$; pentru transformatorul conectat pe priza de -5% rezultă $k_1 = 0,95 k$, iar pentru cel conectat pe priza de $+5\%$, $k_2 = 1,05 k$.

În cazul problemei date, se obține :

$$I_{2k} = \frac{\frac{1}{0,95k} - \frac{1}{1,05k}}{2 \cdot \frac{1}{k} \cdot 5} I_{2n} \cdot 100 \approx I_{2n}.$$

Se constată că inegalitatea rapoartelor de transformare a celor două transformatoare, ca urmare a conectării lor pe prize diferite, determină un curent de circulație egal cu curentul nominal al celor două transformatoare; în aceste condiții funcționarea în paralel a transformatoarelor nu mai este posibilă.

2.47. Două transformatoare trifazate au următoarele date nominale:

- puterea nominală: $S_{n1} = 100$ kVA, $S_{n2} = 160$ kVA,
- tensiunea nominală în primar $U_{n1} = 6$ kV
- raportul de transformare $k_1 = 15$, $k_2 = 15,5$
- tensiunile de scurtcircuit $u_{sc1} = 5,8\%$, $u_{sc2} = 6\%$.

Transformatoarele au aceeași grupă de conexiuni $Yy-12$ și au căderile de tensiune la mers în gol și defazajele interne egale. Să se determine curentul de circulație în cazul funcționării lor în paralel.

Soluție. Curentul de circulație prin transformatorul 1 datorită inegalității rapoartelor de transformare rezultă din expresia:

$$I_{2k1} = \frac{\frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2}}{Z_{e1} + Z_{e2}} U_{1n} \quad (1)$$

unde Z_{e1} și Z_{e2} sînt impedanțele de scurtcircuit la bornele secundare ale celor două transformatoare.

Pentru a putea utiliza mărimile date, relația (1) poate fi scrisă după cum urmează:

$$I_{2k1} = \frac{100(k_2 - k_1)I_{1n1}}{u_{sc1} \frac{k_1}{k_2} + u_{sc2} \frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{S_{n1}}{S_{n2}}}$$

Curentul nominal în circuitul primar al transformatorului 1 fiind

$$I_{1n1} = \frac{S_{n1}}{\sqrt{3} U_{1n}} = \frac{100 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3} = 9,62 \text{ A}$$

rezultă curentul de circulație:

$$I_{2k1} = \frac{100(15,5 - 15) \cdot 9,62}{5,8 \cdot \frac{15,5}{15} + 6 \cdot \frac{15}{15,5} \cdot \frac{100}{160}} = 50 \text{ A.}$$

Curenții nominali secundari au valorile:

$$I_{2n1} = \frac{100 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6} \cdot 15 = 144 \text{ A}$$

$$I_{2n2} = \frac{160 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3} \cdot 15,5 = 238 \text{ A.}$$

Prin urmare curentul de circulație reprezintă 34,7 %, respectiv 16,8% din curenții nominali respectivi.

2.4. CURENȚI DE SCURTCIRCUIT

2.48. Un transformator monofazat avînd puterea nominală $S_n = 1\,000$ kVA și tensiunile nominale $U_{1n}/U_{2n} = 15/0,5$ kV, are următorii parametri:

$$R_1 = 2\ \Omega; \quad R_2 = 0,002\ \Omega; \quad X_{\sigma 1} = 6,2\ \Omega; \quad X_{\sigma 2} = 0,007\ \Omega.$$

Se cere să se calculeze:

- 1) parametrii echivalenți ai transformatorului în cazul unui scurtcircuit la bornele înfășurării de joasă tensiune;
- 2) curenții de scurtcircuit permanent, la tensiunea nominală.

Soluție. 1) Parametrii echivalenți ai transformatorului, la scurtcircuit sînt:

— rezistența echivalentă

$$R_e = R_1 + R'_2 = R_1 + \left(\frac{U_{1n}}{U_{2n}}\right)^2 R_2 = 2 + \left(\frac{15}{0,5}\right)^2 0,002 = 3,8\ \Omega.$$

— reactanța echivalentă

$$X_e = X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2} = X_{\sigma 1} + \left(\frac{U_{1n}}{U_{2n}}\right)^2 X_{\sigma 2} = 6,2 + \left(\frac{15}{0,5}\right)^2 \cdot 0,007 = 12,5\ \Omega,$$

— impedanța echivalentă

$$Z_e = \sqrt{R_e^2 + X_e^2} = \sqrt{3,8^2 + 12,5^2} = 13,05\ \Omega.$$

2) Curentul de scurtcircuit staționar prin înfășurarea de înaltă tensiune este:

$$I_{1sc} = \frac{U_{1n}}{Z_e} = \frac{15 \cdot 10^3}{13,5} = 1\,150\ \text{A}.$$

iar curentul de scurtcircuit permanent prin înfășurarea de joasă tensiune este:

$$I_{2sc} = k I_{1sc} = \frac{U_{1n}}{U_{2n}} I_{1sc} = \frac{15}{0,5} 1\,150 = 34\,500\ \text{A}.$$

2.49. Un transformator monofazat cu puterea nominală $S_n = 100$ kVA are înfășurările executate în galeți. Înfășurarea secundară a transformatorului are cinci prize simetrice. Dimensiunile axiale ale înfășurărilor, precum și notarea prizelor sînt prezentate în figura 2.52.

Tensiunea de scurtcircuit a transformatorului cu secundarul conectat pe priza de tensiune maximă este $u_{sc} = 4\%$, iar pierderile de scurtcircuit sînt:

$$P_{sc} = 1,5\ \text{kW}.$$

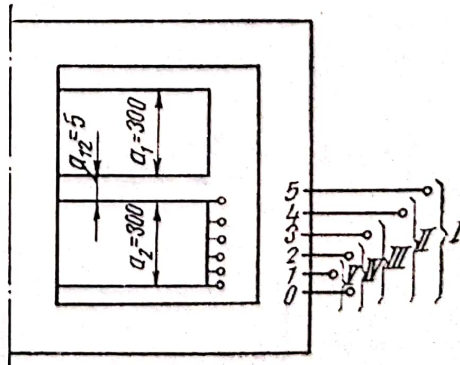


Figura 2.52.

Știind că rezistența înfășurării primare este egală cu valoarea raportată a rezistenței înfășurării secundare conectată pe priza de tensiune maximă, să se reprezinte grafic valorile curentului de scurtcircuit staționar raportate la curentul nominal, în funcție de ordinul prizei de reglaj.

Soluție. Datorită comutării secundarului pe diferite prize se modifică componentele tensiunii de scurtcircuit. Notăm cu k numărul de ordine al prizei ($k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$) și cu n numărul total de trepte ($n = 5$). Pe priza nominală bornele înfășurării secundare sînt legate la prizele 0 și 5. Componenta activă a tensiunii de scurtcircuit pentru priza nominală are valoarea:

$$u_{sca} = \frac{P_{sc}}{S_n} 100 = \frac{1,5}{100} 100 = 1,5\%$$

iar componenta reactivă pentru aceeași priză are valoarea:

$$u_{scr} = \sqrt{u_{sc}^2 - u_{sca}^2} = \sqrt{4^2 - 1,5^2} = 3,7\%$$

Pentru priza $1 \leq k \leq n = 5$ componenta activă are expresia:

$$\begin{aligned} u_{sca k} &= 100 \frac{I_n}{U_n} R_{ek} = 100 \frac{I_n}{U_n} (R_1 + R'_{2k}) = 100 \frac{I_n}{U_n} \left[R_1 + \left(\frac{w_1}{w_{2k}} \right)^2 R_{2k} \right] = \\ &= 100 \frac{I_n}{U_n} \left[R_1 + \left(\frac{w_1}{w_2} \frac{n}{k} \right)^2 \frac{R_{2k}}{n} \right] = 100 \frac{I_n}{U_n} \left(R_1 + R'_2 \frac{n}{k} \right) = \\ &= 100 \frac{I_1 R_1}{U_n} \frac{k+n}{k} = \frac{u_{sca}}{2} \cdot \frac{k+n}{k} = 0,75 \frac{k+5}{k} \end{aligned}$$

unde w_1 reprezintă numărul de spire al înfășurării primare, iar w_2 numărul de spire al înfășurării secundare.

Pentru priza k , se obține pentru componenta reactivă a tensiunii de scurtcircuit expresia:

$$\begin{aligned} u_{scr k} &= \frac{u_{scr}}{a_{12} + \frac{a_1 + a_2}{3}} \left\{ \left[a_{12} + \frac{a_2}{n} (n-k) \right] + \frac{a_1}{3} + \frac{1}{3} \left[a_2 - \frac{a_2}{n} (n-k) \right] \right\} = \\ &= u_{scr} \left[1 + \frac{\frac{2}{3} a_2 \left(\frac{n-k}{n} \right)}{a_{12} + \frac{a_1 + a_2}{3}} \right] = 3,7 \left[1 + \frac{\frac{2}{3} 300 \frac{5-k}{5}}{5 + \frac{2 \cdot 3000}{3}} \right] = 7,31 - 0,72 k. \end{aligned}$$

Amplitudinea curentului de scurtcircuit staționar în circuitul primar este :

$$I_{sc} = \frac{\sqrt{2} \cdot 100 I_n}{u_{sc}}$$

iar valoarea efectivă raportată rezultă din relația

$$i_{sc} = \frac{I_{sc}}{\sqrt{2} I_n} = \frac{100}{u_{sc}} = \frac{100}{\sqrt{\left(0,75 + \frac{k+5}{k}\right)^2 + (7,31 - 0,72k)^2}} \text{ u.r.}$$

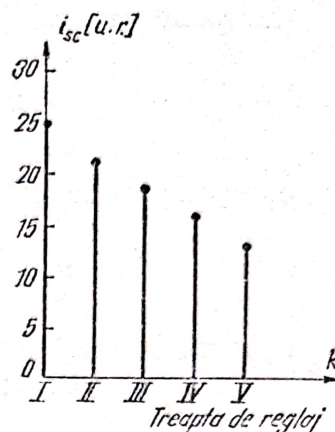


Figura 2.53.

Valorile corespunzătoare fiecărei trepte de reglaj calculate din relația de mai sus sînt :

- pentru treapta I ($k = n = 5$) $i_{sc} = 25 \text{ u.r.}$
- pentru treapta II ($k = n - 1 = 4$) $i_{sc} = 21,1 \text{ u.r.}$
- pentru treapta III ($k = n - 2 = 3$) $i_{sc} = 18,4 \text{ u.r.}$
- pentru treapta IV ($k = n - 3 = 2$) $i_{sc} = 15,56 \text{ u.r.}$
- pentru treapta V ($k = n - 4 = 1$) $i_{sc} = 12,53 \text{ u.r.}$

Valorile raportate ale curentului de scurtcircuit în funcție de ordinul treptelor de reglaj sînt reprezentate în figura 2.53.

2.50. La un transformator trifazat avînd puterea aparentă nominală $S_n = 1000 \text{ kVA}$ și tensiunile nominale $U_{1n}/U_{2n} = 15/0,4 \text{ kV}$ se cunosc pierderile de scurtcircuit $P_{sc} = 14,1 \text{ kW}$ și tensiunea de scurtcircuit $u_{sc} = 6\%$.

Să se determine valoarea maximă a curentului la scurtcircuit trifazat brusc al transformatorului și valoarea curentului de scurtcircuit permanent în ipoteza că circuitul magnetic este nesaturat.

Soluție. Valoarea maximă a curentului la scurtcircuit trifazat brusc este dată de relația :

$$I_{1sc \max} = 100 \sqrt{2} \frac{I_{1n}}{u_{1c}} \left(1 + e^{-\pi \frac{u_{sca}}{u_{scr}}} \right) \quad (1)$$

în care valoarea efectivă a curentului nominal de linie al transformatorului pe partea de înaltă tensiune este :

$$I_{1n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_{1n}} = \frac{1000}{\sqrt{3} \cdot 15} = 38,6 \text{ A.}$$

Componenta activă a tensiunii de scurtcircuit are valoarea :

$$u_{sca} = \frac{P_{sc}}{S_n} 100 = \frac{14,1}{1\,000} 100 = 1,41\%$$

iar componenta reactivă a tensiunii de scurtcircuit rezultă :

$$u_{scr} = \sqrt{u_{sc}^2 - u_{sca}^2} = \sqrt{36 - 2} = 5,82\%,$$

Prin urmare, înlocuind în relația (1) se obține valoarea maximă a curentului de scurtcircuit :

$$I_{1sc\ max} = 100 \sqrt{2} \frac{38,6}{6} \left(1 + e^{-\pi \frac{1,41}{5,82}} \right) = 1\,330\ A$$

iar valoarea efectivă a curentului de scurtcircuit staționar este :

$$I_{1sc} = 100 \frac{I_{1n}}{u_{sc}} = 100 \frac{38,6}{6} = 640\ A.$$

2.51. Un transformator trifazat avînd conexiunea Yy are următoarele date nominale :

- puterea nominală $S_n = 1\,000\ kVA$;
- tensiunea nominală $U_{1n} = 25\ kV$
- frecvența nominală $f = 50\ Hz$;
- pierderile nominale de scurtcircuit $P_{sc} = 15\ kW$.

Transformatorul are înfășurări cilindrice concentrice cu următoarele dimensiuni : $a_1 = a_2 = 7\ cm$; $a_{12} = 1,5\ cm$; $H_B = 1,2\ m$; $D = 60\ cm$; $w_1 = 1\,000\ spire$ (fig. 2.54).

Să se determine valoarea maximă a curentului în cazul unui scurtcircuit trifazat brusc.

Soluție. Curentul maxim de scurtcircuit brusc are expresia :

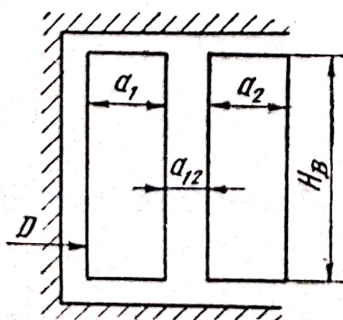


Figura 2.54.

$$I_{1sc\ max} = \frac{100 \sqrt{2} I_{1n}}{u_{sc} \%} \left(1 + e^{-\pi \frac{u_{sca}}{u_{scr}}} \right), \quad (1)$$

unde curentul nominal pe fază al transformatorului are valoarea :

$$I_{1n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{1n}} = \frac{1\,000 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 25 \cdot 10^3} = 23\ A.$$

Componenta activă a tensiunii de scurtcircuit este :

$$u_{sca} = \frac{r_{sc}}{S_n} 100 = \frac{15}{1000} \cdot 100 = 1,5\%.$$

Reactanța de scurtcircuit a transformatorului se determină din relația :

$$X_e = 2\pi \cdot f \mu_0 w_1^2 \frac{\pi \cdot D_m}{H_B} \left(a_{12} + \frac{a_1 + a_2}{3} \right) k_R$$

prin urmare :

$$X_e = 2\pi \cdot 50 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1000^2 \frac{\pi \cdot 0,755}{1,2} \left(1,5 + \frac{7+7}{3} \right) 10^{-2} \cdot 0,9774 = 46,6 \ \Omega$$

unde diametrul mediu are valoarea :

$$D_m = D + a_{12} + \frac{a_1 + 3a_2}{2} = 0,755 \text{ m},$$

iar factorul lui Rogowski este :

$$k_R = 1 - \frac{1}{2\pi \frac{H_B}{2a_{12} + a_1 + a_2}} = 0,9774.$$

Componenta reactivă a tensiunii de scurtcircuit este :

$$u_{scr} = \frac{X_e I_n}{U_{1nf}} 100 = \frac{46,6 \cdot 23}{25 \cdot 10^3 / \sqrt{3}} \cdot 100 = 7,44\%.$$

Înlocuind în relația (1) rezultă valoarea maximă a curentului la scurtcircuit trifazat brusc :

$$I_{1sc \max} = \frac{100 \cdot \sqrt{2} \cdot 23}{\sqrt{7,44^2 + 1,5^2}} \left(1 + e^{-\pi \frac{1,5}{7,4}} \right) = 655 \text{ A}.$$

2.52. Un transformator trifazat are puterea nominală $S_n = 10\,000 \text{ kVA}$, frecvența nominală $f = 50 \text{ Hz}$ și tensiunea de scurtcircuit $u_{sc} = 8\%$. Înfășurările transformatorului sînt de tipul înfășurărilor cilindrice concentrice și au următoarele dimensiuni (v. fig. 2.55) : $a_1 = a_2 = 7,5 \text{ cm}$; $a_{12} = 1,8 \text{ cm}$; $H_B = 1,4 \text{ m}$. Pierderile de scurtcircuit în transformator sînt $P_{sc} = 100 \text{ kW}$. Se cere să se calculeze forțele electromagnetice care apar în transformator la scurtcircuitul trifazat brusc.

Soluție. În cazul unui scurtcircuit, asupra înfășurărilor se exercită forțe de valori mari care în unele cazuri pot duce la distrugerea transformatorului. Pentru calculul forței care se produce, se

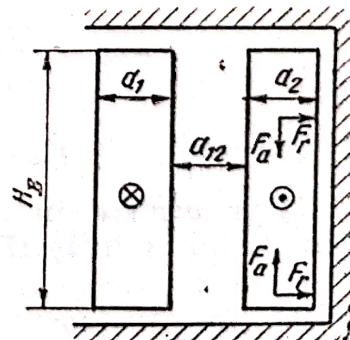


Figura 2.55.

determină componentele sale în direcție radială, respectiv axială, corespunzătoare componentelor axială, respectiv radială, ale câmpului magnetic de dispersie. Valorile forțelor de scurtcircuit se calculează cu următoarele relații:

— forța axială:

$$F_a = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{H_B} L_{1sc} \cdot I_{1sc \max}^2 \quad (1)$$

— forța radială

$$F_r = \frac{1}{2} L_{1sc} I_{1sc \max}^2 \cdot \frac{1}{a_{12} + \frac{a_1 + a_2}{3}}, \quad (2)$$

unde L_{1sc} reprezintă inductivitatea totală de dispersie a înfășurărilor și are expresia, (pentru înfășurări cilindrice):

$$L_{1sc} = \mu_0 w_1^2 \frac{\pi D_m}{H_B} \left(a_{12} + \frac{a_1 + a_2}{3} \right) k_R, \quad (3)$$

iar $I_{1sc \max}$ reprezintă valoarea maximă a curentului de scurtcircuit în cazul scurtcircuitului trifazat brusc și are expresia:

$$I_{1sc \max} = \frac{100 \sqrt{2} I_{1n}}{u_{sc} \%} \left(1 + e^{-\pi \frac{u_{sca}}{u_{scr}}} \right). \quad (4)$$

Pentru determinarea forței axiale relația (1) poate fi scrisă după cum urmează:

$$\begin{aligned} F_a &= \frac{1}{2 H_B} L_{sc} \cdot I_{1sc \max}^2 = \frac{1}{2 H_B} \cdot \frac{X_e}{\omega} \cdot \frac{10^4 \cdot 2 \cdot I_{1n}^2}{u_{sc}^2} \cdot \frac{U_{1n}}{U_{1n}} \left(1 + e^{-\pi \frac{u_{sca}}{u_{scr}}} \right)^2 = \\ &= \frac{10^3}{H_B \omega} \cdot \frac{u_{scr}}{u_{sc}^2} \frac{S_n}{3} \left(1 + e^{-\pi \frac{u_{sca}}{u_{scr}}} \right)^2 \end{aligned}$$

unde componentele tensiunii de scurtcircuit sînt:

$$u_{sca} = \frac{R_e I_{1n}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{P_{sc}}{S_n} \cdot 100 = \frac{100}{10\,000} \cdot 100 = 1\%.$$

$$u_{scr} = \sqrt{u_{sc}^2 - u_{sca}^2} = \sqrt{8^2 - 1^2} = 7,95\%.$$

Prin urmare, în cazul dat, rezultă valoarea forței axiale totale asupra sistemului de înfășurări:

$$F_a = \frac{10^3}{1,4 \cdot 2\pi \cdot 50} \cdot \frac{7,95}{8^2} \cdot \frac{10\,000 \cdot 10^3}{3} \left(1 + e^{-\pi \frac{1}{7,95}} \right)^2 = 2,64 \cdot 10^5 \text{ N}.$$

Raportul dintre componenta axială și componenta radială a forței electromagnetice este:

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{a_{12} + \frac{a_1 + a_2}{3}}{H_B},$$

prin urmare forța radială are valoarea:

$$F_r = \frac{H_B}{a_{12} + \frac{a_1 + a_2}{3}} \cdot F_a = \frac{1,4}{\left(1,8 + \frac{2 \cdot 7,5}{3}\right) 10^{-2}} \cdot 2,64 \cdot 10^5 = 5,42 \cdot 10^6 \text{ N}.$$

2.53. Un transformator trifazat are tensiunea înaltă $U_{1n} = 35 \text{ kV}$ și dimensiunile bobinajului conform figurii 2.56.

Înfășurarea primară are:

- $w_i = 2 \cdot 50$ spire în galeții de intrare;
- $w_l = 2 \cdot 231$ spire în galeții principali;
- $w_r = 2 \cdot 45$ spire în galeții de reglaj.

Înfășurarea secundară are:

- $w_2 = 2 \cdot 135$ spire.

Lungimea medie a spirelor este $l_m = 200 \text{ cm}$.

Rezistența înfășurării primare este $R_1 = 2,9 \Omega$, iar rezistența înfășurării secundare este $R_2 = 0,395 \Omega$.

Se cere să se determine:

- 1) reactanța de dispersie a transformatorului;
- 2) curentul maxim de scurtcircuit în cazul unui scurtcircuit în primar;
- 3) forțele axiale de deplasare care se exercită asupra înfășurărilor de joasă tensiune.

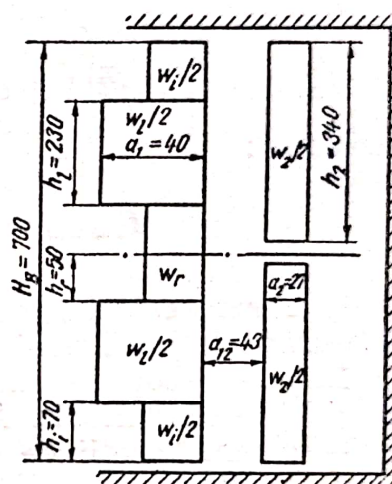


Figura 2.56.

Soluție. 1) Numărul total de spire al înfășurării de înaltă tensiune este:

$$w_1 = 2 \cdot 50 + 2 \cdot 231 + 2 \cdot 45 = 652 \text{ spire}$$

iar numărul total de spire al înfășurării de joasă tensiune este:

$$w_2 = 2 \cdot 135 = 270 \text{ spire.}$$

Valoarea aproximativă a reactanței de dispersie a transformatorului raportată la secundar este:

$$\begin{aligned} X_s &= 8w_2^2 \frac{l_m}{H_B} \left(\frac{a_1 + a_2}{3} + a_{12} \right) f \cdot 10^{-8} = \\ &= 8 \cdot 270^2 \frac{200}{70} \left(\frac{4 + 2,7}{3} + 4,3 \right) 50 \cdot 10^{-8} = 5,43 \Omega. \end{aligned}$$

2) Valoarea rezistenței echivalente raportată la secundar este :

$$R_e = R_2 + R_1 \left(\frac{w_2}{w_1} \right)^2 = 0,385 + 2,9 \left(\frac{270}{652} \right)^2 = 0,897 \, \Omega$$

iar curentul de scurtcircuit permanent are valoarea :

$$I_{2sc} = \frac{U_{1n} \frac{w_2}{w_1}}{\sqrt{R_e^2 + X_e^2}} = \frac{35\,000 \frac{270}{652}}{\sqrt{0,897^2 + 5,43^2}} = 2\,630 \, \text{A}.$$

În ipoteza cea mai defavorabilă și anume că scurtcircuitul se produce în momentul în care $\left(t = \frac{\pi}{\omega} \right)$, curentul are valoarea maximă dată de relația :

$$I_{2sc \max} = I_{2sc} \sqrt{2} \left(1 + e^{-\frac{R_e}{I_{sc}} \cdot \frac{\pi}{\omega}} \right) = 2\,630 \sqrt{2} \left(1 + e^{-\frac{0,897}{5,43} \pi} \right) = 5\,930 \, \text{A}$$

respectiv :

$$I_{1sc \max} = \frac{w_2}{w_1} I_{2sc \max} = \frac{270}{652} 5\,930 = 2\,460 \, \text{A}.$$

3) Pentru calculul forțelor axiale de deplasare care se exercită asupra înfășurării de joasă tensiune aplicăm metoda solenațiilor reziduale.

În acest scop se calculează pentru fiecare zonă pătura de curent maximă la scurtcircuit. Astfel :

— pentru galeții de intrare ai înfășurării de înaltă tensiune rezultă :

$$A_i = \frac{\frac{1}{2} w_i \cdot I_{1sc \max}}{h_i} = \frac{50 \cdot 2\,460}{7} = 17\,600 \, \text{A/cm},$$

— pentru galeții de lucru rezultă :

$$A_l = \frac{\frac{1}{2} w_l \cdot I_{1sc \max}}{h_l} = \frac{231 \cdot 2\,460}{23} = 24\,600 \, \text{A/cm},$$

— pentru galeții de reglaj rezultă :

$$A_r = \frac{\frac{1}{2} w_r \cdot I_{1sc \max}}{h_r} = \frac{45 \cdot 2\,460}{5} = 22\,200 \, \text{A/cm}.$$

Pătura de curent maximă la scurtcircuit, corespunzătoare înfășurării de joasă tensiune, este :

$$A_2 = \frac{\frac{1}{2} w_2 \cdot I_{2sc \max}}{h_2} = \frac{135 \cdot 5\,930}{34} = 23\,500 \, \text{A/cm}.$$

Pătura de curent rezultantă, corespunzătoare fiecărei zone, este :

$$A_r = A_k - A_2,$$

prin urmare :

pentru $h_r + h_l \leq x \leq h_r + h_l + h_i$ $A_{ri} = 17\,600 - 23\,500 = -5\,900$ A/cm

pentru $h_r \leq x \leq h_r + h_l$ $A_r = 24\,600 - 23\,500 = 1\,100$ A/cm

pentru $h_i + h_l + h_r - h_2 \leq x \leq h_r$ $A''_{rr} = 22\,200 - 23\,500 = -1\,300$ A/cm

pentru $0 \leq x \leq h_i + h_l + h_r - h_2$ $A'_{rr} = 22\,200$ A/cm.

Curba păturii de curent rezultante este simetrică și s-a reprezentat în figura 2.57 cu linie plină pentru jumătate din înălțimea transformatorului.

Intensitatea cîmpului magnetic, dacă se consideră permeabilitatea relativă a materialului feromagnetic practic infinită, are expresia :

$$H_x = \frac{\int_0^x A(x) dx}{l_x},$$

unde

$$l_x \approx a_1 + a_{12} + a_2 = 4 + 4,3 + 2,7 = 11 \text{ cm.}$$

Integrînd pe porțiuni, pentru $A_k = \text{const.}$, rezultă că variația intensității cîmpului magnetic în funcție de coordonata x este liniară, valorile la extremitățile domeniilor de solenație reziduală constantă, fiind :

1a $x = 0 \quad H_0 = 0$

1a $x = h_i + h_l + h_r - h_2$

$$H'_{rr} = \frac{22\,200 \cdot 1}{11} = 2\,200 \text{ A/cm}$$

1a $x = h_r \rightarrow H''_{rr} =$

$$= \frac{22\,200 \cdot 1 - 1\,300 \cdot 4}{11} = 1\,540 \text{ A/cm,}$$

1a $x = h_r + h_l \rightarrow H_l =$

$$= \frac{22\,200 \cdot 1 - 1\,300 \cdot 4 + 1\,100 \cdot 23}{11} = 3\,840 \text{ A/cm,}$$

1a $x = h_r + h_l + h_i \rightarrow H_i = 0.$

În figura 2.57 s-a reprezentat cu linie întreruptă curba intensității cîmpu-

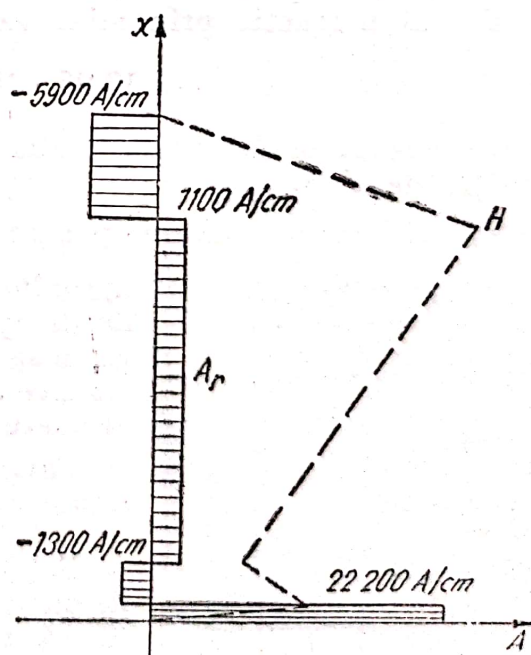


Figura 2.57.

lui magnetic în funcție de coordonata x . Curba cîmpului magnetic în zona $h_i + h_l + h_r - h_2 \leq x \leq h_i + h_l + h_r$, reprezintă la altă scară și curba densității de forță

$$f = \pi D_m \mu_0 H_x A_2,$$

A_2 fiind constant.

Deci

$$f = 200 \cdot 23\,500 \cdot 4\pi \cdot 10^{-5} \cdot H_x = 5,9 \cdot 10^2 H_x$$

Forța de deplasare datorită asimetriei înfășurărilor este :

$$F = \int_{h_i+h_r+h_l-h_2}^{h_i+h_r+h_l} f dx = 5,9 \cdot 10^2 \left(4 \cdot \frac{2\,200 + 1\,540}{2} + 23 \frac{1\,540 + 3\,840}{2} + 7 \frac{3\,840}{2} \right) \approx \approx 490\,000 \text{ N}.$$

Forța axială de comprimare determinată în ipoteza unor înfășurări distribuite uniform este :

$$F_c = \frac{1}{2} \frac{x_e}{\omega H_B} I_{2sc\,max}^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{5,43}{314} \cdot \frac{1}{0,7} \cdot 5\,930^2 = 432\,000 \text{ N}.$$

Forța axială rezultantă de deplasare este :

$$F_a = F - F_c = 490\,000 - 432\,000 = 58\,000 \text{ N}.$$

2.54. Un transformator monofazat are următoarele dimensiuni : lărgimea ferestrei $F = 5 \text{ cm}$; înălțimea ferestrei $h = 20 \text{ cm}$ (fig. 2.58) ; aria secțiunii miezului feromagnetic $a \times b = 8,8 \times 8 \text{ cm}^2$.

Fluxul magnetic prin miez variază sinusoidal în timp după relația :

$$\varphi = 10,25 \cdot 10^{-3} \sin \omega t \text{ [Wb]}.$$

Se cere să se determine curba de variație a solenației de excitație în funcție de timp.

Calcululele se vor efectua pentru $\omega t = k \frac{\pi}{12}$ unde $k = 1, 2, \dots, 12$ și se va

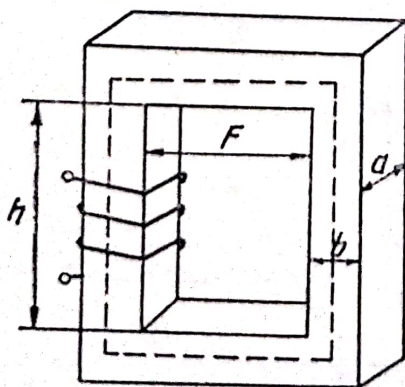


Figura 2.58.

aproxima linia medie de cîmp prin segmente de dreaptă și arce de cerc. Se consideră inducția magnetică uniform distribuită pe suprafața transversală a miezului, iar factorul de umplere al miezului $k_{Fe} = 0,9$.

Caracteristica de magnetizare a miezului feromagnetic este dată în figura 1.9.

Soluție. Dacă se neglijează fluxul magnetic de dispersie, din legea fluxului magnetic, rezultă că fluxul este același în oricare secțiune a miezului.

Fluxul magnetic în cazul unei distribuții uniforme a inducției magnetice în miez este :

$$\varphi = \int_S B \, dA = B \cdot S_{Fe}$$

în care $S_{Fe} = a \cdot b \cdot k_{Fe} = 8,8 \cdot 8 \cdot 0,9 = 64 \text{ cm}^2$

Prin urmare :

$$B = \frac{\varphi}{S} = \frac{10,25 \cdot 10^{-3}}{64 \cdot 10^{-4}} \sin \omega t = 1,6 \sin \omega t \text{ [T]}.$$

Inducția magnetică B este o funcție neliniară de intensitatea H a câmpului magnetic și reprezintă caracteristica de magnetizare a materialului feromagnetic din care este realizat miezul transformatorului (v. fig. 1.9).

Din legea circuitului magnetic aplicată pentru o linie medie de câmp, rezultă solenația θ , a înfășurării de excitație :

$$\theta = \oint_{\Gamma} \vec{H} \, d\vec{r} = H(2h + 2F + \pi b) = 75 H [A]$$

S-a presupus că intensitatea H a câmpului magnetic este constantă de-a lungul liniei de câmp.

Curba de variație în timp a solenației pe o perioadă, care la altă scară reprezintă curba de variație în timp a curentului de mers în gol este dată în figura 2.59.

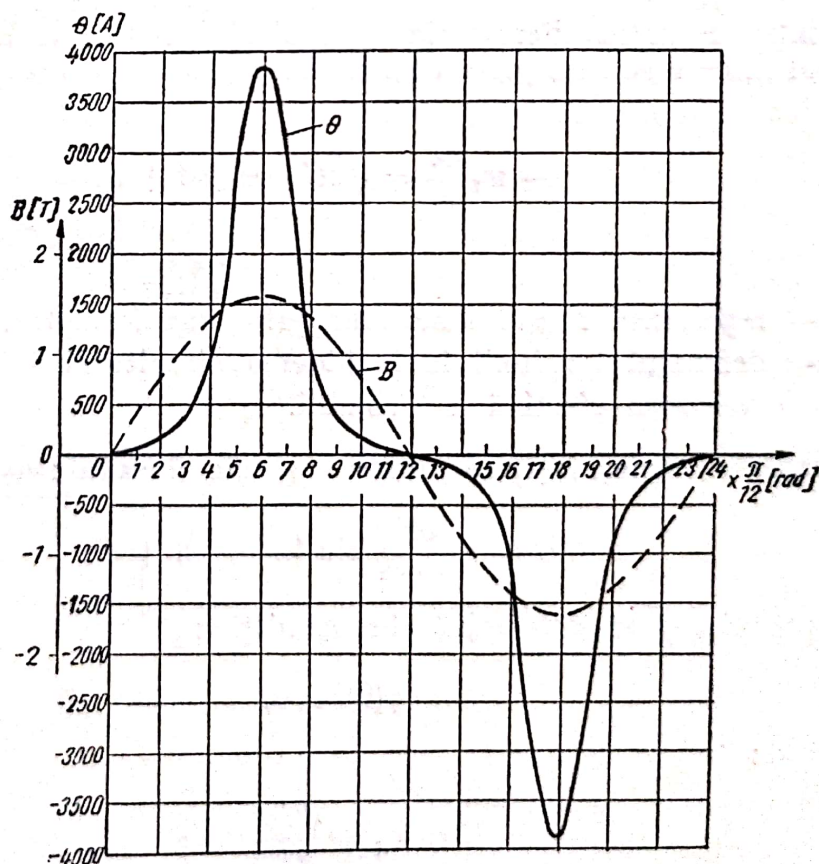


Figura 5.59.

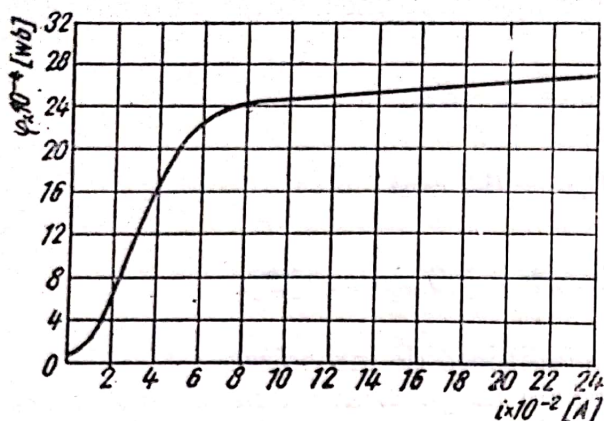


Figura 2.60.

Se constată că, datorită neli-
nariatății caracteristicii de magne-
tizare a materialului feromagnetic,
din care se realizează miezul trans-
formatorului, la o variație sinu-
soidală în timp a inducției magne-
tice, curba de variație în timp a
solenajiei de excitație, respectiv a
curentului de mers în gol, este de-
formată, conținând o armonică de
ordinul 3 însemnată.

2.55. Un transformator mono-
fază are puterea nominală $S_n =$
 $= 160 \text{ kVA}$, tensiunea nominală pe
partea de înaltă tensiune $U_{1n} = 6 \text{ kV}$ și numărul de spire al înfășurării
de înaltă tensiune $w_1 = 2000$ spire. Transformatorul are caracteristica
magnetică prezentată în figura 2.60.

Fluxul remanent are valoarea $\varphi_r = 0,148 \Phi_b$ în care Φ_b este fluxul
maxim în regim staționar.

Se cere să se reprezinte grafic curba curentului în cazul cuplării trans-
formatorului în gol la rețea. Se neglijează căderea de tensiune pe rezistența
înfășurării de înaltă tensiune la funcționarea în gol.

Soluție. Ecuația diferențială a circuitului primar al transformatorului,
în cazul în care se neglijează căderea de tensiune pe rezistența înfășurării,
este :

$$-w_1 \frac{d\varphi}{dt} = \sqrt{2}U \cos (\omega t + \alpha) \quad (1)$$

unde

φ — reprezintă fluxul fascicular prin transformator.

α — defazajul tensiunii la închiderea circuitului,

U — valoarea efectivă a tensiunii.

Rezolvînd ecuația (1) se obține expresia fluxului :

$$\varphi = -\frac{\sqrt{2}U}{\omega w_1} \sin (\omega t + \alpha) + C. \quad (2)$$

Constanta C se determină din condiția :

$$\varphi(0) = \varphi_r$$

rezultînd :

$$C = \varphi_r + \frac{\sqrt{2}U}{\omega w_1} \sin \alpha.$$

Înlocuind constanta C în relația (2) rezultă expresia fluxului:

$$\varphi = \varphi_r + \frac{\sqrt{2} U}{\omega w_1} [\sin \alpha - \sin (\omega t + \alpha)].$$

Primul factor din paranteză este maxim pentru $\alpha = \frac{\pi}{2}$ (tensiunea trece prin zero); al doilea factor este maxim și pozitiv pentru $\sin (\omega t + \alpha) = -1$, deci la o jumătate de perioadă după conectare (v. fig. 2.61).

În consecință valoarea maximă a fluxului este dată de relația

$$\varphi_{max} = \varphi_r + 2\varphi_p$$

unde valoarea maximă a fluxului în regim staționar este:

$$\varphi_p = \frac{\sqrt{2} U}{\omega w_1} = \frac{\sqrt{2} \cdot 6\,000}{2\pi \cdot 50 \cdot 2\,000} = 0,0135 \text{ Wb}$$

iar valoarea fluxului remanent este:

$$\varphi_r = \frac{14,8}{100} \cdot 0,0135 = 0,002 \text{ Wb.}$$

Curba curentului s-a determinat grafic printr-o construcție care reiese din figura 2.61 [s-au reprezentat mai întâi fluxul permanent $\varphi_p = f(\omega t)$ și fluxul real $\varphi = f(\omega t)$].

Se observă că, valoarea de vîrf a curentului în gol este de 12 ori mai mare decît valoarea din regim staționar. La transformatoarele care funcționează cu inducții mai mari, valoarea curentului de șoc depășește de 500 ori valoarea curentului de la funcționarea în gol în regim staționar.

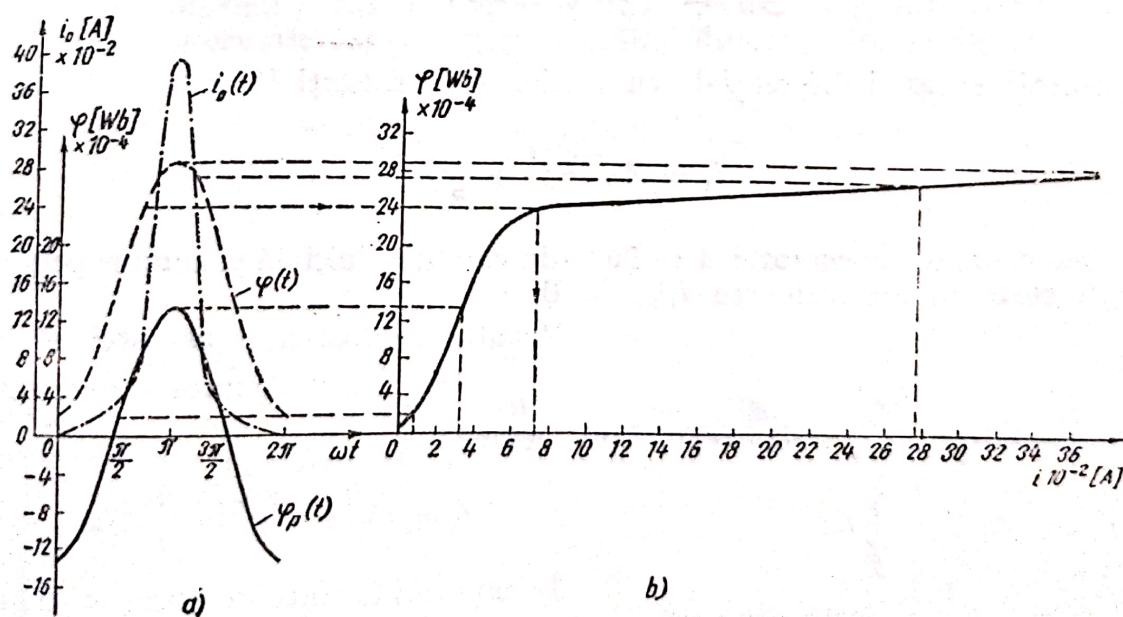


Figura 2.61.

Considerarea în calcule a rezistenței înfășurării (sau a unei rezistențe conectate special pentru limitarea curentului la cuplarea în gol) conduce la valori mai reduse ale curentului de șoc și la amortizarea mai rapidă (după câteva perioade) a procesului tranzitoriu.

2.5. REGIMURI TRANZITORII ȘI DIMENSIONAREA TRANSFORMATORULUI

2.56. Un transformator avînd parametri corespunzători schemei echivalente în teoria fizică $R_1 = 2 \Omega$, $L_{11} = 3 \text{ H}$, $R_2 = 2 \Omega$, $L_{22} = 3 \text{ H}$, $L_{21} = 2 \text{ H}$, este conectat la o rețea de tensiune continuă $U = 24 \text{ V}$. Să se determine variația curentului în înfășurarea primară în funcție de timp dacă în momentul cuplării circuitul secundar este deschis, respectiv în scurtcircuit. Transformatorul se consideră că funcționează nesaturat.

Soluție. 1) Cuplarea transformatorului în gol.

Schema electrică corespunzătoare acestui regim este reprezentată în figura 2.62.

Se aplică teorema a II-a a lui Kirchhoff circuitului primar al transformatorului (fig. 2.62) și rezultă ecuația:

$$U = R_1 i_1 + L_{11} \frac{di_1}{dt}.$$

În ipoteza că transformatorul funcționează nesaturat ($L_{11} = \text{constant}$) se poate scrie:

$$\frac{di_1}{dt} + \frac{R_1}{L_{11}} i_1 = \frac{U}{L_{11}}. \quad (1)$$

Soluția ecuației diferențiale cu coeficienți constanți (1) este de forma:

$$i_1 = A e^{-\frac{R_1}{L_{11}} t} + \frac{U}{R_1}.$$

Determinarea constantei A se face din condiția inițială și anume pentru $t = 0$ curentul are valoarea $i_1|_{t=0} = 0$.

Rezultă valoarea constantei $A = -\frac{U}{R_1}$; cu aceasta expresia curentului devine:

$$i_1 = \frac{U}{R_1} \left(1 - e^{-\frac{R_1}{L_{11}} t} \right).$$

În expresia curentului apare o componentă continuă $I_p = \frac{U}{R_1}$ peste care se

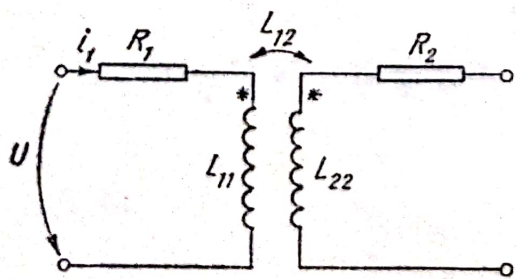


Figura 2.62.

suprapune o componentă care se amortizează în timp, cu constanta $T = \frac{L_{11}}{R_1}$ depinzând de parametrii circuitului primar al transformatorului:

$$i_e = -\frac{U}{R_1} e^{-\frac{t}{T}}.$$

În figura 2.63 este reprezentată curba de variație în timp a curentului prin circuit. Practic după timpul $t = 3T$ se poate considera că s-a atins regimul staționar.

Aplicație numerică:

$$i_1 = \frac{24}{2} \left(1 - e^{-\frac{t}{3/2}} \right) = 12 (1 - e^{-t/1,5}).$$

Constanta de timp de amortizare are valoarea $T = 1,5$ s.

2) Cuplarea transformatorului cu circuitul secundar în scurtcircuit. Schema electrică corespunzătoare acestui regim este reprezentată în figura 2.64.

Se aplică teorema a II-a a lui Kirchhoff în ochiurile formate de cele două înfășurări (fig. 2.64)

$$U = R_1 i_1 + L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} \quad (1)$$

$$0 = R_2 i_2 + L_{12} \frac{di_1}{dt} + L_{22} \frac{di_2}{dt}. \quad (2)$$

Conform ipotezei că transformatorul funcționează nesaturat inductivitățile proprii și mutuale sînt constante:

$L_{11} = \text{constant}$; $L_{12} = \text{constant}$; $L_{22} = \text{constant}$ și înmulțind ecuația (1) cu L_{12} și ecuația (2) cu L_{11} și efectuînd diferența lor se obține:

$$UL_{12} = R_1 L_{12} i_1 - R_2 L_{11} i_2 + L_{12}^2 \frac{di_2}{dt} - L_{11} L_{22} \frac{di_2}{dt}. \quad (3)$$

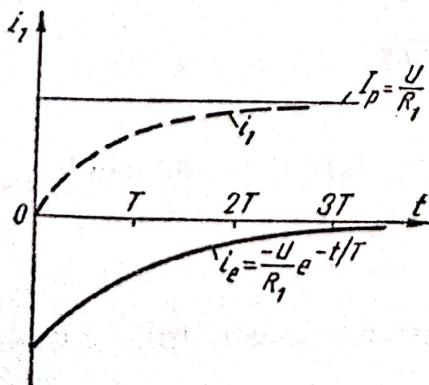


Figura 2.63.

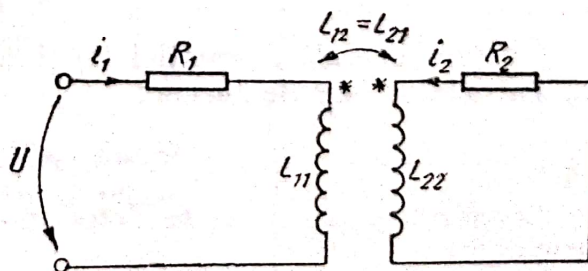


Figura 2.64.

Prin derivarea ecuației (3) în raport cu timpul rezultă ecuația :

$$0 = R_1 L_{12} \frac{di_1}{dt} - R_2 L_{11} \frac{di_2}{dt} + (L_{12}^2 - L_{11} L_{22}) \frac{d^2 i_2}{dt^2}. \quad (4)$$

Înlocuind în (2) valoarea lui $\frac{di_1}{dt}$ dedusă din ecuația (4) se obține o ecuație diferențială care conține numai variabila i_2 :

$$(L_{11} L_{22} - L_{12}^2) \frac{d^2 i_2}{dt^2} + (R_1 L_{22} + R_2 L_{11}) \frac{di_2}{dt} + R_1 R_2 i_2 = 0. \quad (5)$$

Ecuația caracteristică a ecuației diferențiale cu coeficienți constanți (5) este :

$$(L_{11} L_{22} - L_{12}^2) p^2 + (R_1 L_{22} + R_2 L_{11}) p + R_1 R_2 = 0.$$

Discriminantul ecuației este :

$$\begin{aligned} \Delta &= (R_1 L_{22} + R_2 L_{11})^2 - 4 R_1 R_2 (L_{11} L_{22} - L_{12}^2) = \\ &= (R_1 L_{22} - R_2 L_{11})^2 + 4 R_1 R_2 L_{12}^2 > 0. \end{aligned}$$

Suma rădăcinilor ecuației caracteristice este

$$p_1 + p_2 = - \frac{R_1 L_{22} + R_2 L_{11}}{L_{11} L_{22} - L_{12}^2} < 0,$$

deoarece $L_{11} L_{22} - L_{12}^2 > 0$

iar produsul rădăcinilor este :

$$p_1 p_2 = \frac{R_1 R_2}{L_{11} L_{22} - L_{12}^2} > 0.$$

Rezultă că întotdeauna rădăcinile ecuației sînt reale și negative, fiind de forma $p_{1,2} = -\alpha \pm \beta$, unde s-au făcut notațiile :

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{R_1 L_{22} + R_2 L_{11}}{2(L_{11} L_{22} - L_{12}^2)} \\ \beta &= \frac{\sqrt{(R_1 L_{22} - R_2 L_{11})^2 + 4 R_1 R_2 L_{12}^2}}{2(L_{11} L_{22} - L_{12}^2)}. \end{aligned}$$

Soluția generală a ecuației (5) ținînd seama de faptul că rădăcinile p_1, p_2 sînt reale, este de forma :

$$i_2 = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}.$$

Constantele A_1 și A_2 se determină ținînd seama de condițiile inițiale următoare :

$$\text{la } t = 0, \quad i_1 = i_2 = 0.$$



Din condiția $i_2/t=0 = 0$, rezultă:

$A_1 = -A_2 = A$ și deci expresia curentului secundar devine:

$$i_2 = A(e^{p_1 t} - e^{p_2 t}). \quad (6)$$

Înlocuind pe i_2 în ecuația (3) rezultă expresia curentului i_1 :

$$i_1 = \frac{U}{R_1} + \frac{R_2 L_{11}}{R_1 L_{12}} A(e^{p_1 t} - e^{p_2 t}) + \frac{L_{11} L_{22} - L_{12}^2}{R_1 L_{12}} A(p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t}).$$

Ținând seama de condiția inițială $i_1 = 0$, la $t = 0$, rezultă valoarea constantei A :

$$A = - \frac{U L_{12}}{(L_{11} L_{22} - L_{12}^2)(p_1 - p_2)} = - \frac{U L_{12}}{(L_{11} L_{22} - L_{12}^2) 2\beta}.$$

Prin urmare expresiile curenților sînt:

$$i_1 = \frac{U}{R_1} \left[1 - \frac{1}{2\beta} \left(\frac{R_2 L_{11}}{L_{11} L_{22} - L_{12}^2} + \frac{T}{p} \right) e^{p_1 t} + \frac{1}{2\beta} \left(\frac{R_2 L_{11}}{L_{11} L_{22} - L_{12}^2} + \frac{T}{p} \right) e^{p_2 t} \right]$$

$$i_2 = \frac{U L_{12}}{(L_{11} L_{22} - L_{12}^2) 2\beta} (-e^{p_1 t} + e^{p_2 t}).$$

În figura 2.65 este reprezentată curba de variație în timp a curenților i_1 și i_2 . Curba curentului i_2 are un maxim la momentul t , rezultat din ecuația

$$\frac{di_2}{dt} = 0, \quad \text{adică} \quad -p_1 e^{p_1 t} + p_2 e^{p_2 t} = 0$$

de unde se obține valoarea timpului la care rezultă maximul de curent,

$$t_{max} = \frac{1}{p_2 - p_1} \ln \frac{p_1}{p_2}$$

la care corespunde curentul maxim:

$$i_{2max} = \frac{U L_{12}}{(L_{11} L_{22} - L_{12}^2) 2\beta} \left[\frac{p_1}{p_2} \right]^{\frac{p_1}{p_2 - p_1}} \cdot \left(-1 + \frac{p_1}{p_2} \right).$$

Ținând seama că $2\beta = p_1 - p_2$, expresia curentului maxim devine:

$$i_{2max} = \frac{U L_{12}}{L_{11} L_{22} - L_{12}^2} \left[\frac{1}{p_2} \right] \left[\frac{p_1}{p_2} \right]^{\frac{p_1}{p_2 - p_1}}.$$

În regim staționar, deci pentru $t \rightarrow \infty$, ținând seama de faptul că p_1 și p_2 sînt reale și negative, valorile curenților sînt:

$$i_1 = \frac{U}{R_1} \quad i_2 = 0.$$

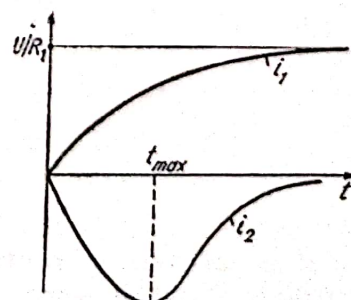


Figura 2.65.

Aplicație numerică:
Ecuația caracteristică este:

$$5p^2 + 12p + 4 = 0.$$

Rădăcinile ecuației caracteristice sînt:

$$p_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 20}}{5} = \begin{cases} p_1 = -\frac{2}{5} \\ p_2 = -2, \end{cases}$$

$$\beta = \frac{\sqrt{(6-6)^2 + 4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2^2}}{2(9-4)} = 0,8.$$

Expresia curentului primar este:

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{24}{2} \left[1 - \frac{1}{2 \cdot 0,8} \left(\frac{2 \cdot 3}{5} - \frac{2}{5} \right) e^{-\frac{2}{5}t} + \frac{1}{2 \cdot 0,8} \left(\frac{2 \cdot 3}{5} - 2 \right) e^{-2t} \right] = \\ &= 12 - 0,5 e^{-\frac{2}{5}t} - 0,5 e^{-2t}. \end{aligned}$$

iar expresia curentului secundar rezultă:

$$i_2 = \frac{24 \cdot 2}{5 \cdot 2 \cdot 0,8} \left(-e^{-\frac{2}{5}t} + e^{-2t} \right) = 6 \left(e^{-2t} - e^{-\frac{2}{5}t} \right).$$

Momentul în care are loc valoarea maximă a curentului este:

$$t_{max} = \frac{1}{-2 + \frac{2}{5}} \ln \frac{\frac{2}{5}}{2} = 1,01 \text{ s.}$$

Cu acesta, rezultă valoarea maximă a curentului secundar

$$i_{2max} = 6 \left(e^{-2,02} - e^{-\frac{2,02}{5}} \right) = -3,209 \text{ A.}$$

Constantele de timp cu care se amortizează componentele tranzitorii sînt:

$$T_1 = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ s.}$$

$$T_2 = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ s.}$$

Prin urmare curentul din circuitul primar atinge valoarea de regim permanent după aproximativ 7,5 secunde, față de 4,5 secunde în cazul cuplării cu circuitul secundar în gol.

2.57. Un transformator monofazat are următorii parametri: $R_1 = 2 \Omega$, $X_{\sigma 1} = 6,2 \Omega$, $R_m = 8\,000 \Omega$, $X_m = 400 \Omega$. Pentru măsurarea rezistenței înfășurării, se aplică brusc la bornele transformatorului o tensiune continuă $U_1 = 100 \text{ V}$. Se cere să se determine variația în timp a curentului, înfășurarea secundară fiind deschisă.

Soluția I. Schema echivalentă a transformatorului cu pierderi este reprezentată în figura 2.66.

Ecuațiile care caracterizează funcționarea transformatorului în acest regim sînt:

$$\begin{cases} U_1 = R_1 i_1 + L_{\sigma 1} \frac{di_1}{dt} + R_m i_{1a} \\ R_m i_{1a} = L_{u1} \frac{di_{1\mu}}{dt} \\ i_1 = i_{1a} + i_{1\mu} \end{cases} \quad (1)$$

unde

$$\begin{aligned} R_1 &= 2 \Omega \\ R_m &= 8\,000 \Omega \end{aligned}$$

$L_{\sigma 1} = \frac{X_{\sigma 1}}{\omega} = \frac{6,2}{314} = 0,0197 \text{ H}$ — inductivitatea de dispersie a circuitului primar.

$L_{u1} = \frac{X_m}{\omega} = \frac{400}{314} = 1,274 \text{ H}$ — inductivitatea utilă a circuitului primar.

Pentru rezolvarea sistemului (1) se aplică transformata Laplace [cu $I_{1a}(0) = I_{1\mu}(0) = I_1(0) = 0$]; sistemul devine:

$$\begin{cases} \frac{U_1}{p} = R_1 I_1(p) + R_m I_{1a}(p) + p L_{\sigma 1} I_1(p) & (2) \\ R_m I_{1a}(p) = p L_{u1} I_{1\mu}(p) & (3) \\ I_1(p) = I_{1a}(p) + I_{1\mu}(p) & (4) \end{cases}$$

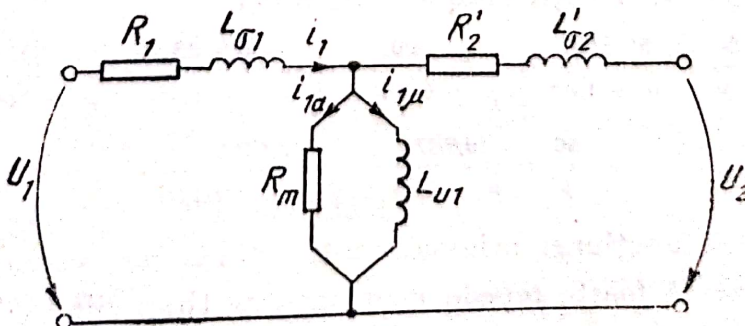


Figura 2.66.

Din ecuația (3) rezultă :

$$I_{1u}(p) = I_{1a}(p) \frac{R_m}{pL_{u1}}$$

și înlocuind în (4) obținem :

$$I_{1a}(p) = \frac{1}{1 + \frac{R_m}{pL_{u1}}} \cdot I_1(p) \quad (5)$$

Ținând seama de relația (5), ecuația (2) devine :

$$\frac{U_1}{p} = R_1 I_1(p) + \frac{R_m \cdot pL_{u1}}{R_m + pL_{u1}} I_1(p) + pL_{\sigma 1} I_1(p),$$

de unde se obține expresia lui $I_1(p)$:

$$I_1(p) = \frac{U_1(R_m + pL_{u1})}{p[p^2 L_{\sigma 1} L_{u1} + p(R_1 L_{u1} + R_m L_{\sigma 1} + R_m L_{u1}) + R_1 R_m]}.$$

Înlocuind valorile numerice ale parametrilor transformatorului se obține pentru funcția imagine expresia :

$$I_1(p) = \frac{100(8\,000 + 1,274p)}{p[0,0197 \cdot 1,274p^2 + p(2 \cdot 1,274 + 8\,000 \cdot 0,0197 + 8\,000 \cdot 1,274) + 28\,000]}$$

sau :

$$I_1(p) = \frac{4\,000(8\,000 + 1,274p)}{p(p^2 + 414\,085,92p + 640\,000)}.$$

Scriind numitorul fracției sub formă de produs rezultă :

$$I_1(p) = \frac{4\,000(8\,000 + 1,274p)}{p(p + 1,55)(p + 414\,084,37)}$$

sau :

$$I_1(p) = \frac{32\,000\,000}{p(p + 1,55)(p + 414\,084,37)} + \frac{5\,096}{(p + 1,55)(p + 414\,084,37)}.$$

Descompunând în fracții simple, obținem :

$$\begin{aligned} I_1(p) &= \frac{50}{p} - \frac{50,0001}{p + 1,55} + \frac{0,0001}{p + 414\,084,37} + \frac{0,0123}{p + 1,55} - \frac{0,0123}{p + 414\,084,37} = \\ &= \frac{50}{p} - \frac{49,9878}{p + 1,55} - \frac{0,0122}{p + 414\,084,37}. \end{aligned}$$

Se observă că funcțiunea original a ultimului termen este o exponențială care se amortizează foarte repede, constanta de timp fiind $T = \frac{1}{414\,084,37}$ s; amplitudinea acestei componente este de asemenea foarte mică repre-

zentînd aproximativ 0,025% din amplitudinile celorlalte două componente. În consecință se poate neglija acest termen.

Deci $i_1(t)$ va fi de forma :

$$i_1(t) = 50 - 49,9878 e^{-1,55t} \simeq 50 (1 - e^{-1,55t}).$$

Soluția II. Din sistemul de ecuații obținut după aplicarea transformatei Laplace, punem în evidență componentele $I_{1\mu}(p)$ și $I_{1a}(p)$ ale curentului care străbate înfășurarea transformatorului.

Din ecuațiile (3) și (4) se obține :

$$I_1(p) = \frac{pL_{u1}}{R_m} I_{1\mu}(p) + I_{1\mu}(p).$$

Înlocuind în (2) rezultă :

$$\frac{U_1}{p} = I_{1\mu}(p) \left[\frac{pR_1L_{u1}}{R_m} + pL_{u1} + p^2 \frac{L_{u1}L_{\sigma 1}}{R_m} + R_1 + pL_{\sigma 1} \right]$$

sau :

$$I_{1\mu}(p) = \frac{U_1}{p \left\{ p^2 \frac{L_{u1}L_{\sigma 1}}{R_m} + p \left[L_{\sigma 1} + L_{u1} \left(1 + \frac{R_1}{R_m} \right) \right] + R_1 \right\}}$$

În relația de mai sus se observă că $\frac{R_1}{R_m} = \frac{2}{8000} = 0,00025 \ll 1$,

iar coeficientul lui p^2 este $\frac{L_{u1}L_{\sigma 1}}{R_m} = \frac{1,274 \cdot 0,0197}{8000} = 0,000003 \ll 1$.

În consecință expresia curentului $I_{1\mu}(p)$ se poate scrie sub forma

$$I_{1\mu}(p) = \frac{U_1}{p[(L_{u1} + L_{\sigma 1})p + R_1]}$$

cu funcțiunea original :

$$i_{1\mu}(t) = \frac{U_1}{R_1} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_\mu}} \right)$$

unde

$$T_\mu = \frac{L_{u1} + L_{\sigma 1}}{R_1} = \frac{1,2937}{2} = \frac{1}{1,55}.$$

În cazul problemei date :

$$i_{1\mu} = \frac{100}{2} (1 - e^{-1,55t}) = 50(1 - e^{-1,55t}).$$

Curentul prin rezistența R_m este :

$$I_{1a}(p) = \frac{pL_{u1}}{R_m} I_{1\mu}(p) = \frac{U_1}{p \cdot \frac{R_m}{pL_{u1}} \left\{ p^2 \frac{L_{u1}L_{\sigma 1}}{R_m} + p \left[L_{\sigma 1} + L_{u1} \left(1 + \frac{R_1}{R_m} \right) + R_1 \right] \right\}}$$

sau

$$I_{1a}(p) = \frac{U_1}{p \left[pL_{\sigma 1} + R_m \left(1 + \frac{L_{\sigma 1}}{L_{u1}} \right) + R_1 + \frac{R_1 R_m}{pL_{u1}} \right]}.$$

La valori mici ale lui t , corespund valori foarte mari pentru p ; prin urmare termenul $\frac{R_1 R_m}{pL_{u1}}$ pentru valori foarte mari ale lui p , se poate neglija. Considerînd de asemenea $\frac{L_{\sigma 1}}{L_{u1}} = \frac{0,0197}{1,274} = 0,0154$ neglijabil față de 1, se obține:

$$I_{1a}(p) = \frac{U_1}{p[pL_{\sigma 1} + R_1 + R_m]} \text{ cu funcția original:}$$

$$i_{1a}(t) = \frac{U_1}{R_1 + R_m} \left[1 - e^{-\frac{t}{T_\sigma}} \right]$$

în care

$$T_\sigma = \frac{L_{\sigma 1}}{R_1 + R_m} = \frac{0,0197}{2 + 8\,000} = \frac{1}{40\,6192,9}.$$

Cu datele problemei

$$i_{1a}(t) = \frac{100}{2 + 8\,000} (1 - e^{-406192,9t}) = 0,0124 (1 - e^{-406192,9t}).$$

Rezultă

$$i_1(t) = i_{1\mu}(t) + i_{1a}(t) = 50(1 - e^{-1,55t}) + 0,0124(1 - e^{-406192,9t})$$

în care componenta corespunzătoare rezistenței R_m , deci pierderile în fier, se amortizează foarte repede putînd fi neglijată.

Deci

$$i_1(t) = i_{1\mu}(t) = 50(1 - e^{-1,55t}).$$

2.58. La măsurarea rezistenței în curent continuu a înfășurării primare a unui transformator se folosește schema de montaj din figura 2.67. Știind că parametrii înfășurării transformatorului sînt $L_{11} = 80$ H, $R_1 = 2$ Ω , rezistența interioară a voltmetrului este $R_v = 2\,000$ Ω și circuitului i s-a aplicat în timpul măsurătorii tensiunea $U = 50$ V, să se determine tensiune-

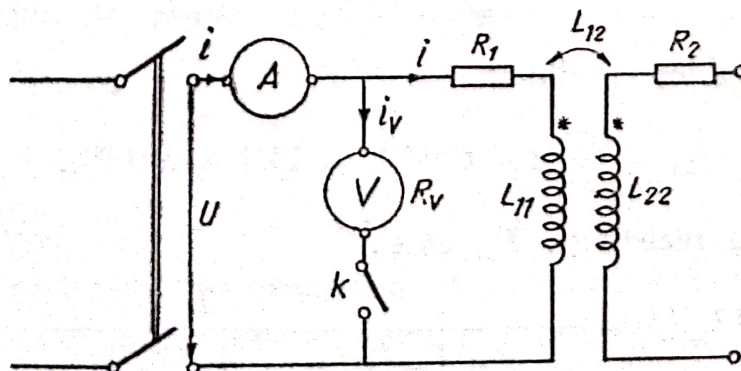


Figura 2.67.

nea care apare la bornele voltmetrului la deconectarea circuitului în cazul în care întrerupătorul k ar rămâne închis.

Soluție. În regim staționar, în curent continuu, înfășurarea transformatorului se comportă ca o rezistență și este parcursă de curentul:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{50}{2} = 25 \text{ A.}$$

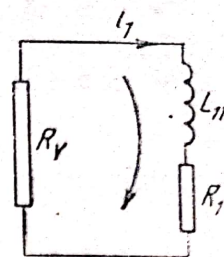


Figura 2.68.

La deconectarea circuitului energia magnetică înmagazinată în câmpul magnetic se transformă în energie termică disipată pe cele două rezistențe R_1 și R_v conectate în serie.

În figura 2.68 este prezentat circuitul înfășurării în acest regim. Ecuația de funcționare este:

$$L_{11} \frac{di_1}{dt} + (R_1 + R_v)i_1 = 0,$$

cu soluția:

$$i_1 = Ae^{-\frac{R_1 + R_v}{L_{11}}t}.$$

Constanta A rezultă din condiția inițială: $i_1 \Big|_{t=0} = \frac{U}{R_1}$.

Deci

$$i_1 = \frac{U}{R_1} e^{-\frac{R_1 + R_v}{L_{11}}t}.$$

Tensiunea la bornele voltmetrului în timpul regimului tranzitoriu va fi deci:

$$U_v = R_v i_1 = \frac{R_v}{R_1} U e^{-\frac{R_1 + R_v}{L_{11}}t} = \frac{2000}{2} \cdot 50 e^{-\frac{2+2000}{80}t} = 1000 \cdot 50 e^{-\frac{t}{0,04}}.$$

În consecință în primul moment al procesului tranzitoriu se aplică voltmetrului o tensiune de circa 1000 ori mai mare decât în regimul staționar. În general raportul dintre valoarea maximă a tensiunii în regim tranzitoriu și valoarea tensiunii în regim permanent este egal cu raportul $\frac{R_v}{R_1}$ al celor două rezistențe care intervin în circuit.

2.59. Un transformator în ulei are o înfășurare cilindrică într-un strat cu unul din capete legat la masă. La celălalt capăt al înfășurării se aplică o undă de impulsie de tensiune cu amplitudinea $U = 200 \text{ kV}$. Înfășurarea are $w = 100$ spire și este realizată cu conductor profilat; dimensiunile conductorului sînt:

- înălțimea — în direcție axială — $h_c = 8 \text{ mm}$,
- grosimea — în direcție radială — $b_c = 5 \text{ mm}$.

Grosimea izolației (din hîrtie) a conductorului este $\delta_{iz} = 1 \text{ mm}$, iar distanța conductoarelor față de coloană este $g_{10} = 4 \text{ cm}$. Diametrul mediu al bobinei este $D = 0,6 \text{ m}$.

Se cere să se determine intensitatea câmpului electric în izolația dintre conductoare în momentul inițial.

Se cunosc: permitivitatea dielectrică relativă a uleiului

$$\epsilon_{ru} = 2,2,$$

permitivitatea dielectrică relativă a hîrtiei

$$\epsilon_{rh} = 4,4.$$

Soluție. În momentul inițial repartitia undei de impulsie de tensiune este determinată numai de capacitățile spirelor; în cazul înfășurării legată la pămînt, tensiunea de-a lungul înfășurării variază după relația:

$$u = U \frac{\operatorname{sh} \alpha x}{\operatorname{sh} \alpha l} \quad (1)$$

în care: x este coordonata măsurată de la capătul înfășurării, $l = \pi \cdot D \cdot w$ este lungimea înfășurării, iar

$$\alpha = \sqrt{\frac{c}{k}}. \quad (2)$$

Capacitatea k dintre spire pe unitatea de lungime este

$$k = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_{rh} (\pi D)^2 b_c}{\delta_{iz}} [\text{Fm}] \quad (3)$$

iar capacitatea c a conductorului pe unitatea de lungime este:

$$c = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_{ru} \cdot h_c}{g_{10}} [\text{F/m}]. \quad (4)$$

Prin urmare:

$$\alpha = \frac{1}{\pi D} \sqrt{\frac{\delta_{iz}}{g_{10}} \cdot \frac{h_c}{b_c} \cdot \frac{\epsilon_{ru}}{\epsilon_{rh}}} = \frac{1}{\pi D} \sqrt{\frac{1}{40} \cdot \frac{8}{5} \cdot \frac{2,2}{4,4}} = \frac{1}{\pi D} \cdot 0,141.$$

Înlocuind pe x și α în relația (1) și calculînd tensiunea la

$$x = \pi D, 2\pi D, \dots, n\pi D, \dots, (w-1)\pi D, w\pi D,$$

rezultă

$$u_n = U \frac{\operatorname{sh}(n \cdot 0,141)}{\operatorname{sh} 14,1}.$$

Tensiunea electrică între două spire este:

$$u_{n,n-1} = U \frac{\operatorname{sh} 0,141 \, n - \operatorname{sh} 0,141(n-1)}{\operatorname{sh} 14,1}$$

iar intensitatea câmpului electric în izolație este:

$$E_{n,n-1} = \frac{u_{n,n-1}}{\delta_{iz}} = 2 \cdot 10^3 \frac{\operatorname{sh} 0,141 \, n - \operatorname{sh} 0,141(n-1)}{\operatorname{sh} 14,1} \text{ kV/cm.}$$

Intensitatea este maximă pentru $n = w = 100$, adică:

$$E_{\max} = 2 \cdot 10^3 \frac{\operatorname{sh} 100 \cdot 0,141 - \operatorname{sh} 99 \cdot 0,141}{\operatorname{sh} 14,1} \approx 26,2 \text{ kV/cm.}$$

Curba de variație a intensității câmpului electric în izolația dintre spire în funcție de numărul de ordine n al spirei considerat de la capătul înfășurării legat la masă, este reprezentată grafic în figura 2.69.

Din figura 2.69 rezultă că tensiunea electrică este repartizată în proporție de 80% pe primele 10% din totalul spirelor (dinspre borna transformatorului legată la rețea; primele 5% din spire sînt cele mai solicitate electric.

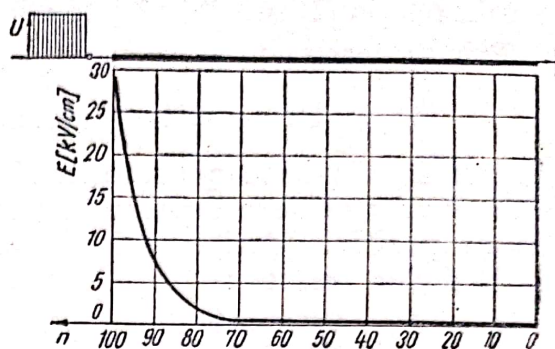


Figura 2.69.

2.60. Trei transformatoare monofazate identice avînd fiecare puterea nominală $S_n = 100$ MVA și tensiunile nominale $U_{1n}/U_{2n} = 15/127$ kV, formează o unitate trifazată. La bornele secundare ale transformatoarelor este conectat un receptor trifazat simetric a cărui putere este $S = 100$ MVA la un factor de putere $\cos \varphi = 0,8$. Să se determine puterea activă și reactivă instantanee debitată de fiecare transformator precum și de unitatea trifazată.

Soluție. Presupunem tensiunea debitată de un transformator monofazat de forma $u = \sqrt{2}U \sin \omega t$; deci curentul va avea forma $i = \sqrt{2}I \sin (\omega t - \varphi)$.

Puterea aparentă instantanee debitată de transformator are expresia

$$p = ui = \sqrt{2}U \sqrt{2}I \sin \omega t \sin (\omega t - \varphi).$$

Descompunem curentul în două componente (activă și reactivă)

$$\begin{aligned} i &= \sqrt{2}I \sin (\omega t - \varphi) = \sqrt{2}I \cos \varphi \sin \omega t - \sqrt{2}I \sin \varphi \cos \omega t = \\ &= \sqrt{2}I \cos \varphi \sin \omega t - \sqrt{2}I \sin \varphi \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = i_a + i_r. \end{aligned}$$

Înlocuind expresia curentului în formula puterii instantanee rezultă:

$$p = UI \cos \varphi (1 - \cos 2\omega t) - UI \sin \varphi \sin 2\omega t \quad (1)$$

unde:

$$U_{2n} = 127 \text{ kV.}$$

$$I_{2n} = \frac{S}{U_{2n}} = \frac{100 \cdot 10^3}{127} = 787 \text{ A}$$

$$\sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = \sqrt{1 - 0,8^2} = 0,6.$$

Din relația (1) rezultă că puterea aparentă instantanee are doi termeni. Primul termen :

$$p_a = UI \cos \varphi (1 - \cos 2\omega t) = 80(1 - \cos 2\omega t) \quad [\text{MVA}] \quad (2)$$

reprezintă o putere pulsatorie și are valoarea medie $P_1 = UI \cos \varphi = 80 \text{ MVA}$; aceasta reprezintă puterea activă. Componenta p_a este totdeauna pozitivă (deci transformatorul debitează puterea activă).

Al doilea termen :

$$p_r = -UI \sin \varphi \sin 2\omega t = -60 \sin 2\omega t \quad [\text{MVA}] \quad (3)$$

reprezintă o putere oscilantă avînd valoarea medie nulă.

Valoarea maximă a puterii oscilante $Q = UI \sin \varphi = 60 \text{ MVA}$ este denumită putere reactivă.

Pentru unitatea trifazată, considerînd relațiile (2) și (3), puterile instantanee au expresiile :

$$p_1 = 80(1 - \cos 2\omega t) - 60 \sin 2\omega t$$

$$p_2 = 80 \left[1 - \cos 2 \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \right] - 60 \sin 2 \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$p_3 = 80 \left[1 - \cos 2 \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \right] - 60 \sin 2 \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right).$$

Puterea instantanee totală este

$$p = p_1 + p_2 + p_3 = 3 \cdot 80 = 240 \text{ MVA} = P_3.$$

Din rezultatele obținute se observă că la transformatorul monofazat puterea activă instantanee este o mărime pulsatorie, în timp ce la unitatea trifazată reprezintă o mărime continuă. Puterea reactivă este o mărime oscilantă în ambele cazuri. La transformatorul trifazat puterea reactivă circulă între fazele transformatorului.

2.61. Un receptor trifazat simetric este alimentat prin trei transformatoare monofazate, legate astfel încît secundarul lor formează o rețea trifazată în stea cu tensiunea de linie 380 V. Receptorul este conectat în triunghi cu parametrii pe fază $R = 24 \, \Omega$ și $X = 18 \, \Omega$.

Se cere să se determine :

1. Curenții de linie și de fază
2. Curenții prin receptor în cazul în care unul dintre transformatoare are bornele înfășurărilor (primare și secundare) inversate în raport cu schema de conexiuni corectă.

Soluție. În cazul conexiunii corecte a celor trei transformatoare conform figurii 2.70 curenții pe fază vor avea valorile :

$$I_{AB} = I_{BC} = I_{CA} = \frac{U}{Z} = \frac{380}{\sqrt{24^2 + 18^2}} = \frac{380}{30} = 12,67 \text{ A.}$$

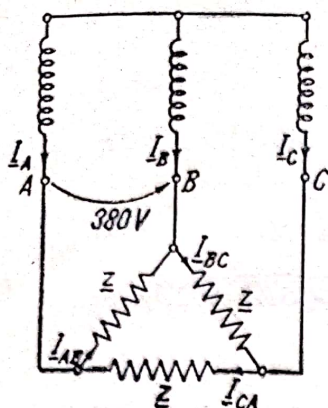


Figura 2.70.

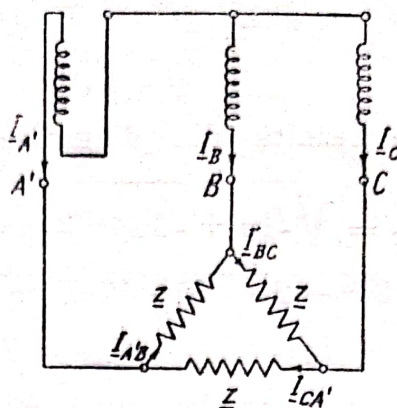
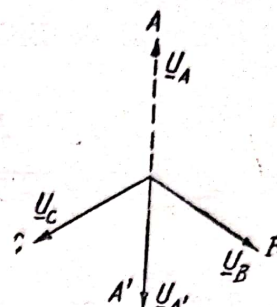


Figura 2.71.



Curenții de linie, în cazul receptorului simetric considerat, au valorile efective:

$$I_A = I_B = I_C = \sqrt{3} \cdot I_{AB} = \sqrt{3} \cdot 12,67 = 22 \text{ A.}$$

În cazul în care transformatorul A (de exemplu) ar avea conexiunile bornelor inversate, tensiunea U_A' va fi $U_A' = -U_A$.

În figura 2.71 este indicată diagrama de fazori în acest caz. Tensiunile de linie vor fi:

$$U_{BC} = 380 \text{ V}$$

$$U_{A'B} = U_{CA'} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ V.}$$

Curenții pe fază ai receptorului se modifică astfel:

$$I_{A'B} = I_{CA'} = \frac{220}{30} = 7,31 \text{ A}$$

$$I_{BC} = \frac{380}{30} = 12,67 \text{ A}$$

Curenții de linie ai receptorului respectiv curenții debitați de cele trei transformatoare vor fi (fig. 2.72):

$$I_{A'} = I_{CA'} - I_{A'B}$$

$$I_B = I_{A'B} - I_{BC}$$

$$I_C = I_{BC} - I_{CA'}$$

iar factorul de putere:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{24}{30} = 0,8$$

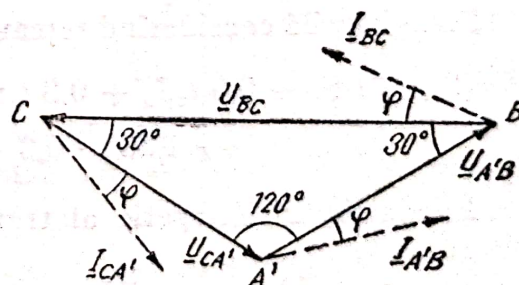


Figura 2.72.

de unde rezultă

$$\varphi = 37^\circ.$$

Curenții de linie rezultă din diagrama reprezentată în figura 2.72.

$$I_B = I_C = \sqrt{I_{BC}^2 + I_{A'B}^2 - 2I_{BC}I_{A'B} \cos(\widehat{I_{BC}I_{A'B}})} = \\ = \sqrt{12,67^2 + 7,31^2 - 2 \cdot 7,31 \cdot 12,67 \cos 150^\circ} = \sqrt{376} = 19,4 \text{ A.}$$

$$I_{A'} = I_{A'B} - I_{CA'} = 7,31 \text{ A.}$$

2.62. Să se determine randamentul energetic al unui transformator avînd puterea nominală $S_n = 40 \text{ kVA}$, pierderile de mers în gol $P_0 = 365 \text{ W}$ pierderile nominale la scurtcircuit $P_{sc} = 1\,050 \text{ W}$, știind că transformatorul alimentează o rețea de iluminat și în decurs de un an are următorul regim de funcționare :

- $t_1 = 3\,000$ ore, transformatorul funcționează la sarcina nominală ;
- $t_2 = 2\,500$ ore, transformatorul funcționează la 80% din sarcina nominală ;
- $t_3 = 1\,300$ ore, transformatorul funcționează la 30% din sarcina nominală ;
- $t_4 = 700$ ore, transformatorul funcționează în gol ;
- în restul timpului transformatorul este deconectat de la rețea.

Soluție. Pierderile în fier fiind independente de sarcină și considerînd că pierderile de mers în gol corespund pierderilor în fier, rezultă că energia anuală corespunzătoare pierderilor în fier este :

$$W_{Fe} = (t_1 + t_2 + t_3 + t_4)P_0 = (3\,000 + 2\,500 + 1\,300 + 700)365 = \\ = 2\,740\,000 \text{ Wh} = 2\,740 \text{ kWh.}$$

Considerînd că pierderile nominale la scurtcircuit corespund pierderilor în înfășurări și știind că acestea sînt proporționale cu pătratul curentului (în ipoteza că tensiunile sînt constante) rezultă energia anuală corespunzătoare pierderilor în înfășurări :

$$W_j = (t_1 + t_2 \cdot 0,8^2 + t_3 \cdot 0,3^2) \cdot P_{sc} = (3\,000 + 2\,500 \cdot 0,64 + \\ + 1\,300 \cdot 0,09) \cdot 1\,050 = 4\,950 \text{ kWh.}$$

Energia utilă considerînd rețeaua de iluminat pur rezistivă este :

$$W_2 = t_1 S_n + 0,8 t_2 S_n + 0,3 t_3 S_n = 3\,000 \cdot 40 + 0,8 \cdot 2\,500 \cdot 40 + \\ + 1\,300 \cdot 0,3 \cdot 40 = 215\,000 \text{ kWh.}$$

Randamentul energetic al transformatorului rezultă astfel :

$$\eta = \frac{W_2}{W_1} = \frac{W_2}{W_2 + W_{Fe} + W_j} = \frac{215\,000}{215\,000 + 2\,740 + 4\,950} = 0,925.$$

Randamentul nominal al transformatorului în sarcină nominală activă este :

$$\eta_n = \frac{S_n \cos \varphi_2}{S_n \cos \varphi_2 + P_0 + P_{sc}} = \frac{40}{40 + 0,365 + 1,05} = 0,965$$

iar randamentul maxim al transformatorului este :

$$\eta_{max} = \frac{S_n \cos \varphi_2}{S_n \cos \varphi_2 + 2P_0} = \frac{40}{40 + 2 \cdot 0,365} = 0,983.$$

Se observă că transformatorul funcționează cu un randament mediu anual mai scăzut decât randamentul nominal.

2.63. Un transformator trifazat avînd puterea nominală $S_n = 15$ kVA tensiunea nominală $U_{1n} = 6$ kV, frecvența nominală $f = 50$ Hz și grupa de conexiuni a înfășurărilor $Yy - 12$ are miezul executat din tolă de grosimea de 0,35 mm cu pierderile specifice $p_{Fe} = 1,3 \frac{W}{kg}$ la inducția $B = 1T$.

Circuitul magnetic al transformatorului are următoarele dimensiuni : aria secțiunii coloanei $S_{Fec} = 52$ cm², aria secțiunii jugului $S_{Fej} = 63$ cm², înălțimea coloanei $H_c = 35$ cm ; lungimea jugului $L_j = 50$ cm (fig. 2.73). Valoarea inducției în coloană este $B_c = 1T$. Să se determine :

- 1) pierderile în fier ale transformatorului ;
- 2) curentul de mers în gol al transformatorului.

Se cunosc următoarele : densitatea fierului $\gamma = 7,8$ kg/dm³, coeficientul de majorare a pierderilor datorită prelucrării tolelor $K_p = 1,15$; întrefierul echivalent rezultat după împachetarea tolelor (fig. 2.73) $\delta = 0,75$ mm.

Soluție. 1. Pierderile în fier (P_{Fe}) sînt formate din pierderile în coloane (P'_{Fe}) și pierderile în juguri (P''_{Fe}).

$$P_{Fe} = K_p(3P'_{Fe} + 2P''_{Fe}).$$

Pierderile în coloană au expresia :

$$P'_{Fe} = p'_{Fe} \cdot \gamma \cdot H_c \cdot S_{Fec} = 1,3 \cdot 7,8 \cdot 35 \cdot 10^{-1} \cdot 52 \cdot 10^2 = 18,5 \text{ W}.$$

Pentru determinarea pierderilor în jug este necesar să se determine :

— inducția în jug

$$B_j = B_c \frac{S_{Fec}}{S_{Fej}} = \frac{52}{63} = 0,825 \text{ T}.$$

— pierderile specifice în tolele jugului considerînd că acestea variază proporțional cu pătratul inducției sînt :

$$p''_{Fe} = p_{Fe} \frac{(0,825)^2}{1} = 0,884 \text{ W/kg}.$$

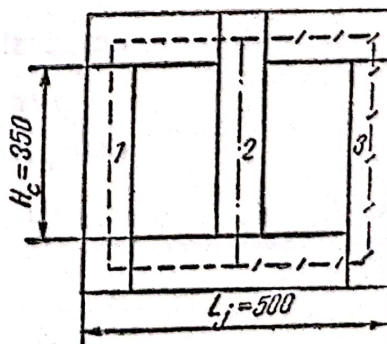


Figura 2.73.

Pierderile în jug rezultă astfel :

$$P_{Fe}'' = p_{Fe}'' \gamma L_j S_{Fej} = 0,884 \cdot 7,8 \cdot 50 \cdot 10^{-1} \cdot 63 \cdot 10^{-2} = 21,7 \text{ W.}$$

Deci pierderile totale în fier, conform relației (1) sînt :

$$P_{Fe} = 1,15(3 \cdot 18,5 + 2 \cdot 21,7) = 113,74 \text{ W.}$$

2) Din figura 2.73 reiese modul de împachetare a miezului transformatorului precum și lungimea liniei medii de cîmp pentru fiecare din cele trei coloane. Se observă că, celor două coloane laterale (1 și 3) le corespunde o porțiune mai mare a circuitului magnetic. Din această cauză curenții de mers în gol corespunzători fazelor dispuse pe aceste coloane (I_{01} și I_{03}) vor fi mai mari decît curenții de mers în gol al fazei dispuse pe coloana centrală (I_{02}). Se poate considera că pentru coloanele laterale, pierderile în fier au valoarea :

$$P_{Fe1} = P_{Fe3} = K_p(P'_{Fe} + P''_{Fe}) = 1,15(18,5 + 21,7) = 46,23 \text{ W}$$

iar pentru coloana centrală :

$$P_{Fe2} = K_p P'_{Fe} = 1,15 \cdot 18,5 = 21,28 \text{ W.}$$

Curentul de mers în gol al fiecărei faze are două componente :

— componenta activă, datorită pierderilor active în fier

$$I_{01a} = I_{03a} \approx \frac{P_{Fe1}}{\frac{U_{1n}}{\sqrt{3}}} = \frac{46,23}{\frac{6000}{\sqrt{3}}} = 0,01334 \text{ A,}$$

$$I_{02a} \approx \frac{P_{Fe2}}{\frac{U_{1n}}{\sqrt{3}}} = \frac{21,26}{\frac{6000}{\sqrt{3}}} = 0,006145 \text{ A.}$$

— componenta reactivă, datorită puterii de magnetizare a miezului, se determină din valoarea tensiunii magnetomotoare necesară magnetizării fierului

$$I_{01r} = I_{03r} = \frac{1}{w_1 \sqrt{2}} \left[H_c h_c + L_j H_j + \frac{1}{\mu_0} (B_j \cdot 2\delta + B_c \delta) \right]$$

unde :

w_1 reprezintă numărul de spire al înfășurării primare :

$$w_1 = \frac{U_{1n}/\sqrt{3}}{4,44 f S_{Fec} B_c} = \frac{6000/\sqrt{3}}{4,44 \cdot 50 \cdot 52 \cdot 10^{-4}} = 0,3 \cdot 10^4 \text{ spire}$$

iar H_c , H_j — intensitățile cîmpului magnetic în coloană, respectiv în jug (determinate din figura 1.9. corespunzătoare inducțiilor magnetice din zonele respective) :

$$H_c = 185 \frac{\text{A}}{\text{m}} ; \quad H_j = 110 \frac{\text{A}}{\text{m}} .$$

Deci :

$$I_{01r} = I_{03r} = \frac{1}{0,3 \cdot 10^4 \sqrt{2}} \left[0,35 \cdot 185 + 0,5 \cdot 110 + \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7}} (0,825 \cdot 2 \cdot 0,15 \cdot 10^{-3} + 0,15 \cdot 10^{-3}) \right] = 0,1028 \text{ A.}$$

$$I_{02r} = \frac{1}{w_1 \sqrt{2}} \left(h_c H_c + \frac{B_c \delta}{\mu_0} \right) = \frac{1}{0,3 \cdot 10^4 \sqrt{2}} \left(0,35 \cdot 185 + \frac{0,15 \cdot 103}{4\pi \cdot 10^{-7}} \right) = 0,0433 \text{ A.}$$

Valorile curenților de mers în gol pentru cele trei faze sînt :

$$I_{01} = I_{03} = \sqrt{I_{01a}^2 + I_{01r}^2} = \sqrt{0,01334^2 + 0,1028^2} = 0,1038 \text{ A}$$

$$I_{02} = \sqrt{I_{02a}^2 + I_{02r}^2} = \sqrt{0,006145^2 + 0,0433^2} = 0,04345 \text{ A.}$$

Valoarea medie a curentului de mers în gol :

$$I_0 = \frac{2I_{01} + I_{02}}{3} = 0,08368 \text{ A.}$$

Raportul dintre curentul de mers în gol și curentul nominal exprimat în procente este :

$$\frac{I_0}{I_{1n}} 100 = \frac{0,08368}{1,44} 100 = 5,8\%,$$

unde

$$I_{1n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_{1n}} = \frac{15}{\sqrt{3} \cdot 6} = 1,44 \text{ A.}$$

2.64. Un transformator monofazat avînd $S_n = 4 \text{ kVA}$ cu circuitul magnetic realizat conform figurii 2.74 are dimensiunile :

$$a = 10 \text{ cm,}$$

$$b = 7 \text{ cm,}$$

$$c = 12,5 \text{ cm,}$$

$$H = 10 \text{ cm.}$$

Miezul este realizat din tablă laminată la cald de 0,35 mm, izolată cu lac, avînd factorul de umplere $k_{Fe} = 0,9$; puterea de magnetizare specifică pentru $B = 1,5 \text{ T}$ are

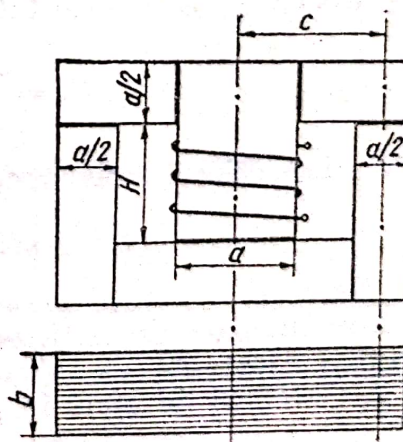


Figura 2.74.

valoarea $q_{Fe} = 10 \text{ VAr/kg}$, pierderile specifice la aceeași inducție $p_{Fe} = 2,8 \text{ W/kg}$ și puterea de magnetizare specifică a întrefierului $q_{\delta} = 1 \text{ VAr/cm}^2$ pentru $B = 1,5 \text{ T}$.

Știind că înfășurarea primară a transformatorului are $w_1 = 105$ spire și este alimentată de la o sursă de tensiune monofazată de 220 V , 50 Hz , se cere să se determine:

1. Inducțiile în coloanele și jugurile transformatorului în ipoteza că se neglijează fluxul magnetic prin aer;

2. Curentul de mers în gol al transformatorului și factorul de putere la mers în gol știind că miezul este realizat prin țesere în două cicluri.

Soluție. 1. Inducția în coloana centrală a transformatorului este:

$$B_c = \frac{U_{1n}}{4,44 f_1 \cdot w_1 \cdot S_{Fec}} = \frac{220}{4,44 \cdot 50 \cdot 105 \cdot 63 \cdot 10^{-4}} = 1,5 \text{ T}$$

unde aria secțiunii active a coloanei centrale are valoarea:

$$S_{Fec} = a \cdot b \cdot k_{Fe} = 10 \cdot 7 \cdot 0,9 = 63 \text{ cm}^2$$

Datorită simetriei circuitului magnetic și neglijării fluxului magnetic de dispersie, din legea fluxului magnetic rezultă că prin fiecare din coloanele laterale se închide jumătate din fluxul coloanei centrale, deci:

$$\Phi_j = \Phi_l = \frac{\Phi}{2} = \frac{B_c \cdot S_{Fec}}{2} = \frac{1,5 \cdot 63 \cdot 10^{-4}}{2} = 47,1 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

iar inducția în juguri rezultă:

$$B_j = \frac{\Phi_j}{S_{Fej}} = \frac{47,1 \cdot 10^{-4}}{31,5 \cdot 10^{-4}} = 1,5 \text{ T}$$

unde aria secțiunii active a jugului are valoarea:

$$S_{Fej} = b \cdot \frac{a}{2} \cdot k_{Fe} = 7 \cdot \frac{10}{2} \cdot 0,9 = 31,5 \text{ cm}^2.$$

Inducția în coloanele laterale este:

$$B_l = \frac{\Phi_l}{S_{Fe}} = \frac{47,1 \cdot 10^{-4}}{31,5 \cdot 10^{-4}} = 1,5 \text{ T}$$

unde aria secțiunii active a coloanei laterale are valoarea:

$$S_{Fe} = b \cdot \frac{a}{2} \cdot k_{Fe} = S_{Fej} = 31,5 \text{ cm}^2.$$

Prin urmare, datorită construcției particulare a miezului, inducția se menține constantă de-a lungul întregului circuit magnetic.

2. Curentul de mers în gol al transformatorului este:

$$I_0 = \sqrt{I_{0\mu}^2 + I_{0a}^2}. \quad (1)$$

Componenta reactivă a curentului de mers în gol este :

$$I_{0\mu} = \frac{Q}{U_{1n}} \quad (2)$$

unde puterea reactivă necesară pentru magnetizarea circuitului magnetic, avînd în vedere menținerea constantă a valorii inducției este :

$$Q = G_{Fe} q + \sum n_{\delta} \cdot S_{\delta} \cdot q_{\delta} \quad (3)$$

în care, masa miezului are valoarea :

$$\begin{aligned} G_{Fe} &= \gamma_{Fe} \left[(S_{Fe c} + 2S_{Fe})H + 2 \left(2C + \frac{a}{2} \right) S_{Fe j} \right] = \\ &= 7,65 \left[(63 + 2 \cdot 31,5)10 + 2 \left(25 + \frac{10}{2} \right) 31,5 \right] \cdot 10^{-3} = 24,1 \text{ kg}, \end{aligned}$$

iar numărul de întrefieruri în zonele de îmbinare a coloanelor cu jugurile este $n_{\delta} = 7$, dintre care 6 la secțiunea $S_{\delta} = S_{Fe} = 31,5 \text{ cm}^2$, iar cel de al 7-lea la secțiunea $S_{\delta} = S_{Fe c} = 63 \text{ cm}^2$.

Rezultă conform relației (3) valoarea puterii reactive

$$Q = 24,1 \cdot 10 + 6 \cdot 31,5 \cdot 1 + 63 \cdot 1 = 493 \text{ VAr}.$$

Prin urmare valoarea componentei de magnetizare a curentului conform relației (2) este :

$$I_{0\mu} = \frac{493}{220} = 2,24 \text{ A}.$$

Componenta activă a curentului de mers în gol are expresia :

$$I_{0a} = \frac{P_{Fe}}{U_{1n}}$$

în care, pierderile în fier sînt :

$$P_{Fe} = G_{Fe} \cdot p_{Fe} = 24,1 \cdot 2,8 = 67,2 \text{ W}.$$

Deci valoarea componentei active a curentului este :

$$I_{0a} = \frac{67,2}{220} = 0,306 \text{ A},$$

iar conform relației (1) valoarea curentului de mers în gol este :

$$I_0 = \sqrt{2,24^2 + 0,306^2} \simeq 2,26 \text{ A}. \quad (4)$$

După cum rezultă din relația (4) componenta activă a curentului de mers în gol este neglijabilă în raport cu componenta magnetizantă.

Factorul de putere la funcționarea în gol a transformatorului este :

$$\cos \varphi_0 = \frac{I_{0a}}{I_0} = \frac{0,306}{2,26} = 0,13.$$

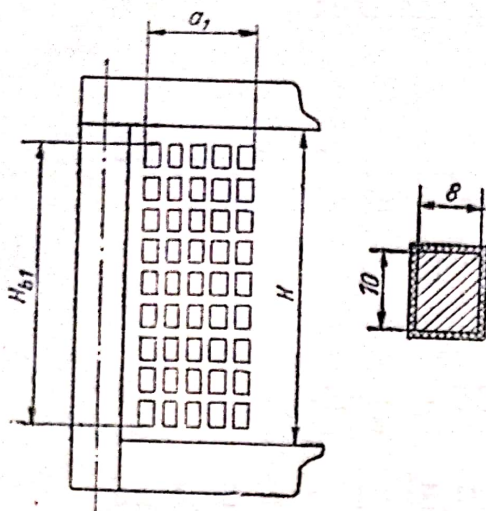


Figura 2.75.

2.65. Înfășurarea de joasă tensiune a unui transformator are $w = 300$ spire și este executată din conductor de cupru profilat de dimensiuni $a \times b = 10 \times 8 \text{ mm}^2$ bobinat cu latura mare în direcția axială. Înfășurarea este executată cu $m = 6$ conductoare radiale, grosimea sa fiind $a_1 = 5,4 \text{ cm}$, iar înălțimea $H_{b1} = 50 \text{ cm}$. Înălțimea ferestrei transformatorului este $H = 65 \text{ cm}$ (v. fig. 2.75). Se cere să se calculeze factorul de majorare a pierderilor în înfășurare la frecvența $f = 50 \text{ Hz}$.

Soluție. Pentru calculul factorului de majorare a pierderilor în conductoare se asimilează fereastra transformatorului cu o creștătură de deschidere H având $m = 6$

conductoare dispuse suprapus pe înălțime și $n = \frac{300}{6} = 50$ conductoare dispuse alăturat [9].

Pentru conductorul profilat în cazul în care $\xi < 1$ expresia factorului de majorare este :

$$k_{rc} = 1 + \frac{m^2 - 0,2}{9} \xi^4,$$

unde $\xi = \alpha \cdot b$ în care b este dimensiunea radială a conductorului neizolat și

$$\alpha = \sqrt{\frac{n \cdot a}{H} \cdot \frac{\omega \mu_0}{2\rho}}$$

a — fiind dimensiunea axială a conductorului neizolat și

ρ — rezistivitatea materialului conductor din care este realizată înfășurarea. Pentru cupru la 75°C , $\rho = 0,0185 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$; valoarea pulsației la frecvența de 50 Hz este: $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 314 \text{ rad/s}$.

Rezultă :

$$\alpha = \sqrt{\frac{50 \cdot 1}{65} \cdot \frac{314 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 0,0185 \cdot 10^{-6}}} = 90,55 \text{ m}^{-1}$$

respectiv :

$$\xi = 90,55 \cdot 8 \cdot 10^{-3} = 0,724$$

Deci factorul de majorare a pierderilor este

$$k_{rc} = 1 + \frac{6^2 - 0,2}{9} \cdot 0,724^4 = 2,09.$$

2.66. Un autotransformator monofazat are puterea nominală $S_n = 1$ MVA și tensiunile nominale $U_{1n}/U_{2n} = 15/6$ kV. Știind că autotransformatorul funcționează la puterea nominală și neglijând pierderile să se determine :

1. curent absorbit și curentul debitat de autotransformator.
2. puterea transferată pe cale electromagnetică și puterea transferată pe cale galvanică.

Soluție. 1. Curentul absorbit de autotransformator are valoarea :

$$I_{1n} = \frac{S_n}{U_{1n}} = \frac{1\,000}{15} = 66,67 \text{ A}$$

iar curentul debitat de autotransformator este :

$$I_{2n} = \frac{S_n}{U_{2n}} = \frac{1\,000}{6} = 166,67 \text{ A.}$$

2. Puterea transferată pe cale electromagnetică are valoarea :

$$S_e = S_n \frac{k-1}{k} = 1 \frac{\frac{15}{6} - 1}{\frac{15}{6}} = 0,6 \text{ MVA}$$

unde $k = \frac{U_{1n}}{U_{2n}}$ reprezintă raportul de transformare.

Puterea transferată pe cale galvanică este :

$$S_{el} = S_n - S_e = 1 - 0,6 = 0,4 \text{ MVA.}$$

2.67. Un autotransformator monofazat avînd $S_n = 1,1$ kVA are raportul de transformare $k = 1,73$ și tensiunea primară $U_{1n} = 220$ V. Știind că înfășurarea are $w_1 = 150$ spire, să se determine, în ipoteza că se neglijează curentul de magnetizare al transformatorului :

1) Tensiunea secundară U_{2n} , numărul de spire din secundar w_2 , curenții nominali în primar și secundar, curentul în partea comună a înfășurării ;

2) Puterea aparentă transmisă pe cale electrică, respectiv pe cale electromagnetică.

Soluție. 1) Tensiunea secundară a autotransformatorului are valoarea

$$U_{2n} = \frac{U_{1n}}{k} = \frac{220}{1,73} = 127 \text{ V,}$$

iar numărul de spire în secundar este :

$$w_2 = \frac{w_1}{k} = \frac{150}{1,73} = 87 \text{ spire.}$$

Curentul în secundarul autotransformatorului rezultă astfel:

$$I_{2n} = \frac{S_n}{U_{2n}} = \frac{1\,100}{127} = 8,65 \text{ A},$$

iar curentul în primar are valoarea:

$$I_{1n} = \frac{I_2}{k} = \frac{8,65}{1,73} = 5 \text{ A}.$$

Curentul în partea comună a înfășurării, în ipoteza neglijării curentului de magnetizare este:

$$I = I_2 - I_1 = 8,65 - 5 = 3,65 \text{ A}.$$

2) Puterea aparentă transmisă pe cale electromagnetică are valoarea:

$$S_e = S_n \left(1 - \frac{1}{k}\right) = 1,1 \left(1 - \frac{1}{1,73}\right) = 0,465 \text{ kVA}$$

iar puterea aparentă transmisă pe cale electrică este:

$$S_{el} = S_n \frac{1}{k} = 1,1 \frac{1}{1,73} = 0,635 \text{ kVA}.$$

2.68. La încercarea în scurtcircuit, la curentul nominal, a unui autotransformator monofazat avînd puterea nominală $S_n = 100 \text{ kVA}$ și tensiunile nominale $U_{1n}/U_{2n} = 400/220 \text{ V}$ s-a măsurat puterea absorbită $P_{sc} = 7\,500 \text{ W}$. Încercarea s-a efectuat pe partea de înaltă tensiune (schema de conexiuni a autotransformatorului este reprezentată în figura 2.76). Se cere să se determine rezistența porțiunii adiționale din înfășurare R_a precum și rezistența porțiunii comune a înfășurării R_j . Se presupune că aria secțiunii conductorului este aceeași pe toată înfășurarea.

Soluție. În acest regim de funcționare autotransformatorul se comportă ca un transformator avînd înfășurarea primară cu w_a spire și înfășurarea secundară (conectată în scurtcircuit) cu w_j spire. Schema echivalentă în acest caz este reprezentată în figura 2.77, unde rezistența echivalentă are expresia:

$$R_e = R_a + \left(\frac{w_a}{w_j}\right)^2 R_j. \quad (1)$$

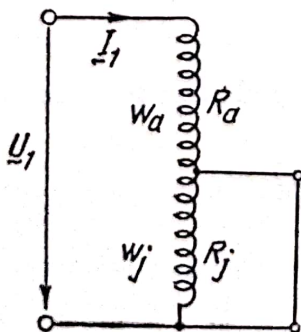


Figura 2.76.

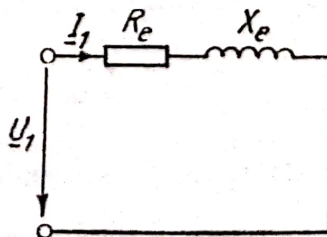


Figura 2.77.

Puterea activă măsurată reprezintă pierderi în rezistența echivalentă;
deci:

$$R_e = \frac{P_{sc}}{I_{1n}^2} = \frac{P_{sc}}{\left(\frac{S_n}{U_{1n}}\right)^2} = \frac{7\,500}{\left(\frac{100 \cdot 10^3}{400}\right)^2} = 0,12 \, \Omega.$$

Pentru că R_a reprezintă rezistența a w_a spire, iar R_j rezistența a w_j spire rezultă:

$$\frac{R_a}{R_j} = \frac{w_a}{w_j} = (k - 1) = (1,82 - 1) = 0,82 \quad (2)$$

unde $k = \frac{w_a + w_j}{w_j} = \frac{U_{1n}}{U_{2n}} = \frac{400}{220} = 1,82$ reprezintă raportul de transformare al autotransformatorului.

Înlocuind raportul $\frac{w_a}{w_j}$ în relația (1) rezultă:

$$R_e = 0,12 \, \Omega = 0,82 R_j + (k - 1)^2 R_j = R_j(0,82 + 0,82^2) = 1,49 R_j.$$

Deci rezistența porțiunii comune a înfășurărilor are valoarea:

$$R_j = \frac{0,12}{1,49} = 0,0804 \, \Omega$$

iar rezistența porțiunii adiționale din înfășurare are valoarea:

$$R_a = 0,82 R_j = 0,82 \cdot 0,0804 = 0,0659 \, \Omega.$$

2.69. Un transformator trifazat cu trei înfășurări are puterea nominală $S_n = 600$ kVA și tensiunile nominale $U_{1n}/U_{2n}/U_{3n} = 20/6/0,4$ kV. Transformatorul este proiectat pentru a funcționa cu puterea nominală pe fiecare înfășurare. Se cere să se determine rezistența și reactanța de dispersie a fiecărei înfășurări știind că la încercarea transformatorului s-au obținut următoarele rezultate experimentale:

1) alimentînd înfășurarea de înaltă tensiune cu tensiunea $U_{12} = 600$ V, cu înfășurarea de medie tensiune în scurtcircuit și înfășurarea de joasă tensiune în gol, la curentul nominal pe înfășurarea de înaltă tensiune, s-a măsurat puterea $P_{12} = 8\,800$ W;

2) alimentînd înfășurarea de înaltă tensiune cu tensiunea $U_{13} = 810$ V, cu înfășurarea de joasă tensiune în scurtcircuit și înfășurarea de medie tensiune în gol, la curentul nominal pe înfășurarea de înaltă tensiune, s-a măsurat puterea $P_{13} = 9\,700$ W;

3) alimentînd înfășurarea de medie tensiune cu tensiunea $U_{23} = 187$ V, cu înfășurarea de înaltă tensiune în gol și înfășurarea de joasă tensiune în scurtcircuit, la curentul nominal pe înfășurarea de medie tensiune, s-a măsurat puterea $P_{23} = 9\,700$ W.

Soluție. Curenții nominali pe fiecare înfășurare sînt :
 — pentru înfășurarea de înaltă tensiune :

$$I_1 = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_{1n}} = \frac{600}{\sqrt{3} \cdot 20} = 17,3 \text{ A},$$

— pentru înfășurarea de medie tensiune :

$$I_2 = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{2n}} = \frac{600}{\sqrt{3} \cdot 6} = 57,7 \text{ A},$$

— pentru înfășurarea de joasă tensiune :

$$I_3 = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{3n}} = \frac{600}{\sqrt{3} \cdot 0,4} = 866,05 \text{ A}.$$

Impedanțele pe fază în cazul celor trei încercări sînt :

$$Z_{\sigma 12} = \frac{U_{12}}{\sqrt{3} \cdot I_1} = \frac{600}{\sqrt{3} \cdot 17,3} = 20,024 \text{ } \Omega,$$

$$Z_{\sigma 13} = \frac{U_{13}}{\sqrt{3} \cdot I_1} = \frac{810}{\sqrt{3} \cdot 17,3} = 27,033 \text{ } \Omega,$$

$$Z_{\sigma 23} = \frac{U_{23}}{\sqrt{3} \cdot I_2} = \frac{187}{\sqrt{3} \cdot 57,7} = 1,871 \text{ } \Omega,$$

unde

$$Z_{\sigma 12} = \sqrt{(R_1 + R'_2)^2 + (X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2})^2}$$

$$Z_{\sigma 13} = \sqrt{(R_1 + R'_3)^2 + (X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 3})^2}$$

$$Z_{\sigma 23} = \sqrt{(R_2 + R''_3)^2 + (X_{\sigma 2} + X''_{\sigma 3})^2}.$$

Rezistențele R'_2 și R'_3 ale înfășurării de medie tensiune, respectiv de joasă tensiune sînt raportate la numărul de spire al înfășurării de înaltă tensiune, iar rezistența R''_3 a înfășurării de joasă tensiune este raportată la numărul de spire al înfășurării de medie tensiune. Aceeași semnificație din punct de vedere al raportării o au și reactanțele $X'_{\sigma 2}$, $X'_{\sigma 3}$ și $X''_{\sigma 3}$.

Relațiile de calcul pentru rezistențele și reactanțele raportate sînt :

$$R'_2 = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 R_2 \quad X'_{\sigma 2} = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 X_{\sigma 2}$$

$$R'_3 = \left(\frac{w_1}{w_3}\right)^2 R_3 \quad X'_{\sigma 3} = \left(\frac{w_1}{w_3}\right)^2 X_{\sigma 3}$$

$$R''_3 = \left(\frac{w_2}{w_3}\right)^2 R_3 \quad X''_{\sigma 3} = \left(\frac{w_2}{w_3}\right)^2 X_{\sigma 3}.$$

Se notează reactanțele totale de dispersie după cum urmează :

$$X_{\sigma 12} = X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2} \quad X_{\sigma 13} = X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 3} \quad X_{\sigma 23} = X_{\sigma 2} + X''_{\sigma 3}$$

sau înmulțind cu $\left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2$ rezultă

$$X'_{\sigma 23} = X'_{\sigma 2} + X'_{\sigma 3}.$$

Din încercările efectuate rezultă factorii de putere :

$$1) \cos \varphi_{12} = \frac{P_{12}}{\sqrt{3} \cdot U_{12} \cdot I_1} = \frac{8\,800}{\sqrt{3} \cdot 600 \cdot 17,3} = 0,489$$

$$2) \cos \varphi_{13} = \frac{P_{13}}{\sqrt{3} \cdot U_{13} \cdot I_1} = \frac{9\,700}{\sqrt{3} \cdot 810 \cdot 17,3} = 0,399$$

$$3) \cos \varphi_{23} = \frac{P_{23}}{\sqrt{3} \cdot U_{23} \cdot I_2} = \frac{9\,700}{\sqrt{3} \cdot 187 \cdot 57,7} = 0,519.$$

Cunoscând aceste date se pot calcula rezistențele echivalente în cazul celor trei încercări :

$$R_{12} = R_1 + R'_2 = Z_{\sigma 12} \cos \varphi_{12} = 20,024 \cdot 0,489 = 9,79 \, \Omega, \quad (a)$$

$$R_{13} = R_1 + R'_3 = Z_{\sigma 13} \cos \varphi_{13} = 27,033 \cdot 0,399 = 10,786 \, \Omega, \quad (b)$$

$$R_{23} = R_2 + R''_3 = Z_{\sigma 23} \cos \varphi_{23} = 1,871 \cdot 0,519 = 0,971 \, \Omega$$

sau

$$R'_{23} = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 R_{23} = R'_2 + R'_3 = \left(\frac{20}{6}\right)^2 \cdot 0,971 = 10,788 \, \Omega. \quad (c)$$

Rezolvînd sistemul format de ecuațiile (a), (b), (c) rezultă rezistențele pe fază ale fiecărei înfășurări :

$$R_1 = 4,894 \, \Omega$$

$$R'_2 = 4,896 \, \Omega, \text{ respectiv } R_2 = \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2 R'_2 = \left(\frac{6}{20}\right)^2 4,896 = 0,44 \, \Omega$$

$$R'_3 = 5,892 \, \Omega, \text{ respectiv } R_3 = \left(\frac{w_3}{w_1}\right)^2 R'_3 = \left(\frac{0,4}{20}\right)^2 5,892 = 0,0023 \, \Omega.$$

Reactanțele echivalente au valorile :

$$X_{\sigma 12} = \sqrt{Z_{\sigma 12}^2 - R_{12}^2} = \sqrt{20,024^2 - 9,79^2} = 17,467 \, \Omega,$$

$$X_{\sigma 13} = \sqrt{Z_{\sigma 13}^2 - R_{13}^2} = \sqrt{27,033^2 - 10,786^2} = 24,788 \, \Omega,$$

$$X_{\sigma 23} = \sqrt{Z_{\sigma 23}^2 - R_{23}^2} = \sqrt{1,871^2 - 0,971^2} = 1,599 \, \Omega$$

respectiv :

$$X'_{\sigma 23} = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 X_{\sigma 23} = \left(\frac{20}{6}\right)^2 \cdot 1,599 = 17,65 \, \Omega.$$

Cunoscând valorile reactanțelor echivalente se pot determina reactanțele de dispersie parțiale ale fiecărei înfășurări la transformatorul cu trei înfășurări.

$$X_{\sigma 1}^{(3)} = \frac{1}{2} (X_{\sigma 12} + X_{\sigma 13} - X'_{\sigma 23}) = \frac{1}{2} (17,467 + 24,788 - 17,65) = 12,3 \, \Omega$$

$$\begin{aligned} X_{\sigma 2}^{(3)} &= \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2 X'_{\sigma 2} = \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2 \frac{1}{2} (X_{\sigma 12} + X'_{\sigma 23} - X_{\sigma 13}) = \\ &= \left(\frac{6}{20}\right)^2 \frac{1}{2} \cdot (17,467 + 17,65 - 24,788) = 0,465 \, \Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_{\sigma 3}^{(3)} &= \left(\frac{w_3}{w_1}\right)^2 X'_{\sigma 3} = \left(\frac{w_3}{w_1}\right)^2 \frac{1}{2} (X'_{\sigma 23} + X_{\sigma 13} - X_{\sigma 12}) = \\ &= \left(\frac{0,4}{20}\right)^2 \frac{1}{2} (17,65 + 24,788 - 17,467) = 0,005 \, \Omega. \end{aligned}$$

Capitolul 3

CÎMPURI MAGNETICE ÎNVÎRTITOARE ȘI ÎNFĂȘURĂRI DE CURENT ALTERNATIV

3.1. CÎMPURI MAGNETICE ÎNVÎRTITOARE, INDUCTIVITĂȚI CICLICE ȘI TENSIUNI ELECTROMOTOARE INDUSE

3.1. O înfășurare trifazată bipolară, într-un strat are $q = 3$ creștături pe pol și fază. Înfășurarea are $w = 60$ spire pe fază și este parcursă de un sistem de curenți trifazați simetric, valoarea efectivă a curentului fiind $I = 100$ A. Se cere să se reprezinte grafic curba tensiunii magnetice corespunzătoare momentului în care curentul este maxim prin faza $A - A'$.

Soluție. Numărul de bobine pe fază al înfășurării este $N_b = q = 3$ bobine.

Valoarea maximă a tensiunii magnetice, produsă de o bobină a fazei $A - A'$ este:

$$V_{1\max} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{w \cdot I_{\max}}{pq} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{60 \sqrt{2} \cdot 100}{1 \cdot 3} = 1800 \text{ A.}$$

În figura 3.1,a s-a reprezentat schematic înfășurarea cu sensurile curenților. Pentru fazele $B - B'$ și $C - C'$ s-a ținut seama de valoarea curentului în aceste faze corespunzătoare momentului respectiv:

$$\text{pentru faza } B - B' \quad i_B = 100 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{3}\right) = -50 \text{ A}$$

$$\text{pentru faza } C - C' \quad i_C = 100 \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\frac{2\pi}{3}\right) = -50 \text{ A.}$$

Prin urmare tensiunile magnetice au valorile:

$$\text{pentru faza } B - B' \quad V_{2\max} = -900 \text{ A}$$

$$\text{pentru faza } C - C' \quad V_{3\max} = -900 \text{ A.}$$

În figura 3.1,b s-au reprezentat grafic tensiunile magnetice produse de fiecare fază, precum și curba tensiunii magnetice rezultante în întreg.

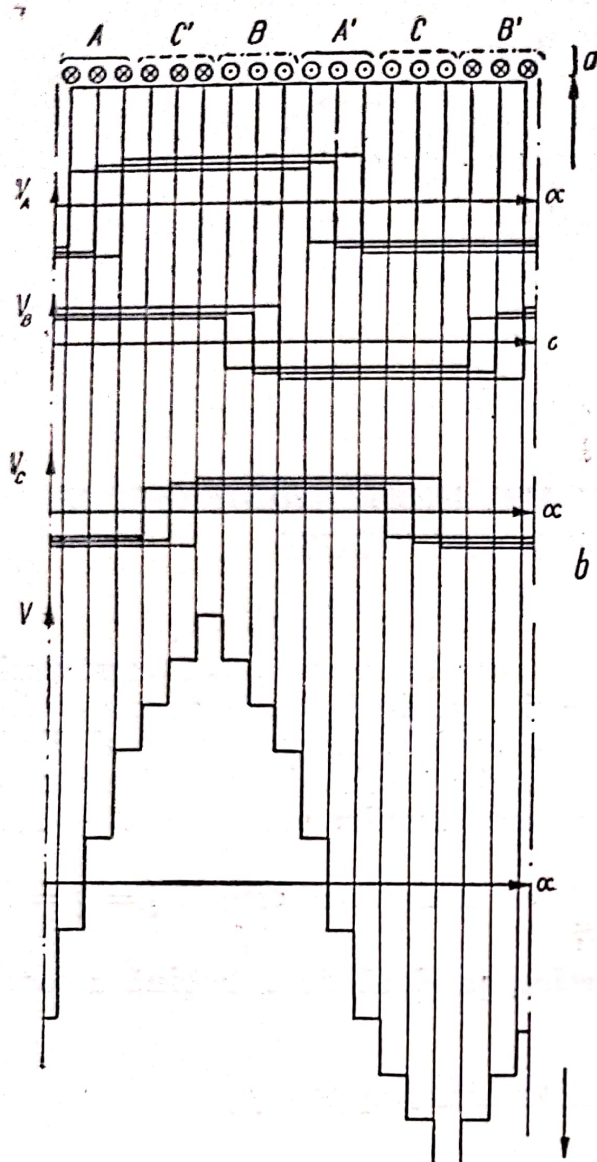


Figura 3.1.

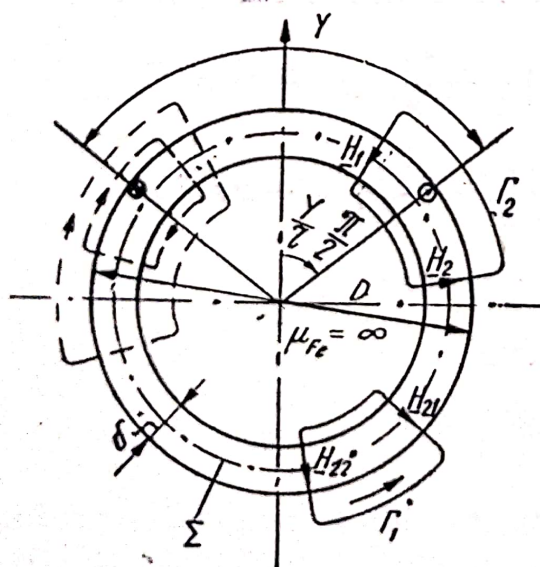


Figura 3.2.

3.2. Pe periferia statorului unei mașini rotative este dispusă o bobină avînd $w = 5$ spire. Bobina este parcursă de curentul $i = 10 \sin 314 t$.

Deschiderea bobinei, notată cu Y în figura 3.2, este $Y = 4\pi$ cm, iar diametrul statorului este $D = 10$ cm. Se consideră că ambele armături sînt netede, iar spirele bobinei sînt filiforme. Întrefierul mașinii are valoarea $\delta = 0,5$ mm.

Se cere să se determine valorile maxime ale armonicilor 1, 3, 5 din curba intensității cîmpului magnetic din întrefierul mașinii. Se consideră întrefierul uniform, permeabilitatea fierului $\mu_{Fe} = \infty$ și se neglijează efectele de capăt.

Soluție. Din figura 3.2 se observă că, la periferia mașinii s-au format doi poli. Pasul polar este

$$\tau = \frac{\pi D}{2p} = \frac{\pi \cdot 10}{2} = 5\pi \text{ cm.}$$

Cei doi poli sînt delimitați de laturile bobinei.

Aplicînd legea circuitului magnetic pe curba închisă Γ_1 (din fig. 3.2) rezultă :

$$H_{22}\delta - H_{21}\delta = 0$$

sau

$$H_{22} = H_{21}.$$

Deci cîmpul magnetic sub un pol este constant. Curba cîmpului magnetic în întrefier este reprezentată în figura 3.3.

Pentru determinarea valorii lui H_1 și H_2 se aplică legea circuitului magnetic pe curba Γ_2 și legea fluxului magnetic pe suprafața Σ :

$$\begin{cases} H_1\delta + H_2\delta = wi \\ \mu_0 H_1 Y l_i = \mu_0 H_2 (2\tau - Y) l_i \end{cases} \quad (1)$$

unde l_i reprezintă lungimea ideală a mașinii.

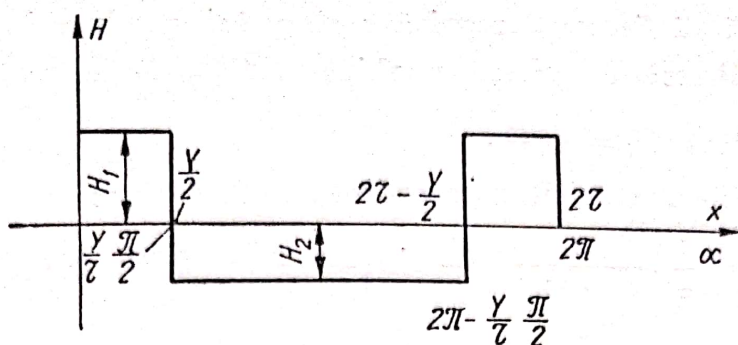


Figura 3.3.

Rezolvând sistemul (1) rezultă :

$$\begin{cases} H_1 = \frac{1}{2} \frac{wi}{\delta} \frac{2\tau - Y}{\tau} \\ H_2 = \frac{1}{2} \frac{wi}{\delta} \frac{Y}{\tau} \end{cases}$$

Curba de repartiție a cîmpului magnetic este o curbă pară care dezvoltată în serie Fourier are numai armonici în cosinus :

$$\begin{aligned} a_v &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(\alpha) \cos v\alpha \, d\alpha = \\ &= \frac{2}{\pi} \frac{1}{2} \frac{wi}{\delta} \left[\int_0^{\frac{v}{\tau} \frac{\pi}{2}} \frac{2\tau - Y}{\tau} \cos v\alpha \, d\alpha - \int_{\frac{Y}{\tau} \frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{Y}{\tau} \cos v\alpha \, d\alpha \right] = \frac{2}{\pi} \frac{wi}{\delta} \frac{1}{v} \sin v \frac{Y}{\tau} \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

Prin urmare, curba intensității cîmpului magnetic se exprimă astfel

$$h = \frac{2}{\pi} \frac{w}{\delta} I \sqrt{2} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \sin v \frac{Y}{\tau} \frac{\pi}{2} \cos v\alpha \sin \omega t$$

cu $I = \frac{10}{\sqrt{2}} \text{ A}$ și $\omega = 314 \text{ s}^{-1}$.

Armonica de ordinul v are expresia :

$$h_v = \frac{2}{\pi} \frac{w}{\delta} I \sqrt{2} \frac{1}{v} \sin \left(v \frac{Y}{\tau} \frac{\pi}{2} \right) \cos v\alpha \sin \omega t$$

sau

$$h_v = \frac{1}{\pi} \frac{w}{\delta} I \sqrt{2} \frac{1}{v} \sin \left(v \frac{Y}{\tau} \frac{\pi}{2} \right) [\sin(\omega t + v\alpha) + \sin(\omega t - v\alpha)].$$

Se observă că fiecare armonică a cîmpului produce în întrefier două unde: una directă cu viteza unghiulară $\Omega_d = \frac{\omega}{v}$ iar cealaltă inversă cu viteza unghiulară $\Omega_i = -\frac{\omega}{v}$.

Amplitudinile armonicilor de ordinul 1, 3, 5 sînt:

$$H_1 = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{5}{0,5 \cdot 10^{-3}} 10 \frac{1}{1} \sin\left(\frac{4\pi}{5\pi} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 3,02 \cdot 10^4 \text{ A/m.}$$

$$H_3 = \frac{1}{\pi} \frac{5}{0,5 \cdot 10^{-3}} 10 \frac{1}{3} \sin\left(3 \frac{4\pi}{5\pi} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 0,624 \cdot 10^4 \text{ A/m.}$$

$$H_5 = \frac{1}{\pi} \frac{5}{0,5 \cdot 10^{-3}} 10 \frac{1}{5} \sin\left(5 \frac{4\pi}{5\pi} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

3.3. O armătură mobilă cu $2p = 4$ poli, excitată în curent continuu, se rotește cu turația constantă $n_1 = 1500$ rot/min în interiorul unei armături statorice (v. fig. 3.4.) Înfășurările polilor au numărul de spire $w_e = 100$ spire pe pol și sînt parcurse de curentul $I_e = 10$ A. Lărgimea echivalentă a întrefierului sub pol este $\delta' = 1,5$ mm, iar coeficientul de acoperire ideală a polului este $\alpha_i = 0,7$. Se cere să se determine cîmpul magnetic produs în întrefier. Se neglijează tensiunea magnetică în miezul feromagnetic.

Soluție. Întrefierul are o variație periodică la periferia armăturii statorice (fig. 3.4), perioada fiind egală cu pasul polar. Unghiul pe care axa unui pol nord îl formează la un moment dat cu axa de referință este:

$$\beta = \Omega t. \quad (1)$$

în care $\Omega = 2\pi n = 2\pi \frac{1500}{60} = 50 \pi$.

Variația intensității cîmpului magnetic în întrefier la un moment dat t este reprezentată în figura 3.5, pentru intervalul corespunzător unei pe-

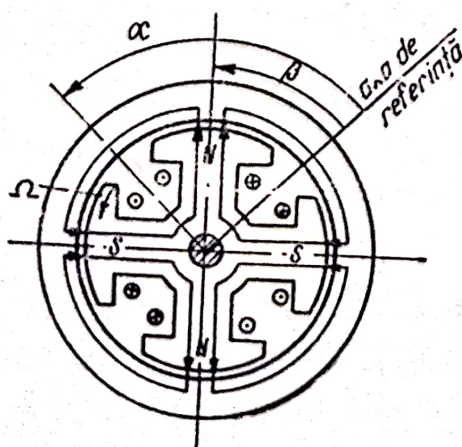


Figura 3.4.

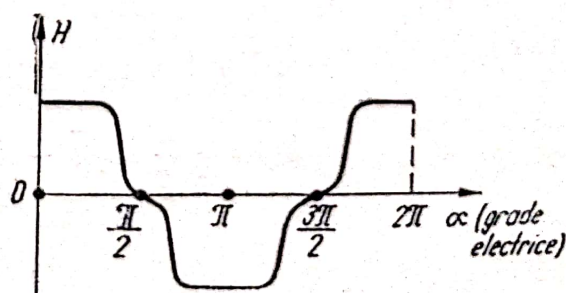


Figura 3.5.

rechi de poli. Pentru determinarea valorii inducției magnetice se aplică legea circuitului magnetic pe o linie de câmp:

$$\oint \vec{H} d\vec{r} = 2H_{\delta}\delta = 2w_e I_e.$$

Sub piesa polară rezultă

$$H_{\delta} = \frac{w_e I_e}{\delta} = \frac{100 \cdot 10}{1,5 \cdot 10^{-3}} = 6,6 \cdot 10^5 \text{ A/m},$$

respectiv

$$B_{\delta} = \mu_0 H_{\delta} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 6,6 \cdot 10^5 = 0,829 \text{ T}.$$

În spațiul dintre poli câmpul magnetic fiind foarte slab, îl neglijăm, presupunînd prin urmare că intensitatea câmpului magnetic variază după curba ideală din figura 3.6.

Considerînd coeficientul de acoperire ideală a pasului polar $\alpha_i = \frac{b_p}{\tau} = 0,7$ (unde b_p este lățimea piesei polare, iar τ pasul polar) putem exprima unghiul de deschidere a polului astfel:

$$\alpha_p = \alpha_i \pi.$$

În aceste condiții fundamentala undei inducției magnetice este

$$B^{(1)} = B_m^{(1)} \cos \alpha',$$

unde α' este unghiul electric al punctului curent față de axa polului nord. Amplitudinea fundamentalei este

$$\begin{aligned} B_m^{(1)} &= \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} B_{\delta} \cos \alpha' d\alpha' = \\ &= \frac{1}{\pi} B_{\delta} \left[\int_0^{\frac{\alpha_i \pi}{2}} \cos \alpha' d\alpha' - \int_{\pi - \frac{\alpha_i \pi}{2}}^{\pi + \frac{\alpha_i \pi}{2}} \cos \alpha' d\alpha' + \int_{2\pi - \frac{\alpha_i \pi}{2}}^{2\pi} \cos \alpha' d\alpha' \right] = \\ &= \frac{4}{\pi} B_{\delta} \sin \frac{\alpha_i \pi}{2} = \frac{4}{\pi} 0,829 \sin \frac{0,7 \pi}{2} = 0,94 \text{ T}. \end{aligned}$$

Deci expresia undei fundamentale față de rotor este

$$B^{(1)} = \frac{4}{\pi} B_{\delta} \sin \frac{\alpha_i \pi}{2} \cos \alpha' = 0,94 \cos \alpha'.$$

Față de stator unghiul electric de poziție este

$$p\alpha = p\beta + \alpha';$$

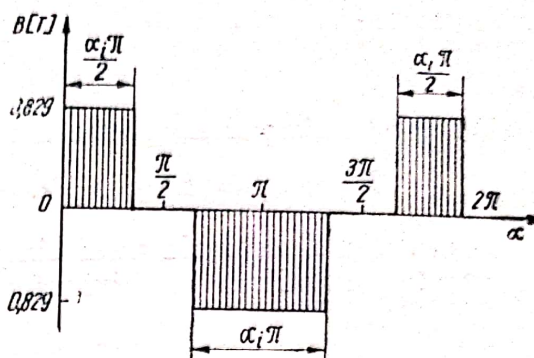


Figura 3.6.

prin urmare

$$\alpha' = p(\alpha - \beta) = p(\alpha - \Omega t).$$

Cu acesta câmpul magnetic are expresia

$$B^{(1)}(\alpha, t) = B_m^{(1)} \cos p(\alpha - \Omega t) = 0,94 \cos p(\alpha - 50\pi t).$$

Aceasta este expresia unui câmp magnetic învîrtitor care se deplasează în întrefier cu viteza unghiulară constantă

$$\frac{d\alpha}{dt} = \Omega = 50\pi \text{ rad/s},$$

egală cu viteza unghiulară a rotorului.

Pentru armonica v avem

$$B^{(v)}(\alpha, t) = B_m^{(v)} \cos v\alpha' = B_m^{(v)} \cos v p(\alpha - \Omega t).$$

Aceasta este o undă învîrtitoare cu viteza unghiulară $\frac{d\alpha_v}{dt} = \Omega = 50\pi \text{ rad/s}$ egală cu a fundamentalei.

3.4. Să se determine câmpul magnetic produs în întrefierul unei mașini electrice, avînd construcția și dimensiunile din figura 3.7 produs de o înfășurare monofazată care are pasul diametral, numărul de spire, $w = 4$ $2p = 2$ și $q = 1$. Înfășurarea este parcursă de curentul alternativ $i = \sqrt{2} I \sin \omega t$, cu valoarea efectivă $I = 10 \text{ A}$ și frecvența $f = 50 \text{ Hz}$.

Întrefierul mașinii are lărgimea $\delta = 0,3 \text{ mm}$; se presupune că permeabilitatea fierului este foarte mare ($\mu_{Fe} = \infty$), iar deschiderea creștăturii b_{cr} este neglijabilă.

Soluție. Pentru a determina repartitia inducției în întrefier la un moment dat t se procedează astfel:

— Se aplică legea circuitului magnetic pe conturul Γ' , care străbate de două ori întrefierul de-a lungul razei de aceeași parte a planului spirelor (v. fig. 3.8).

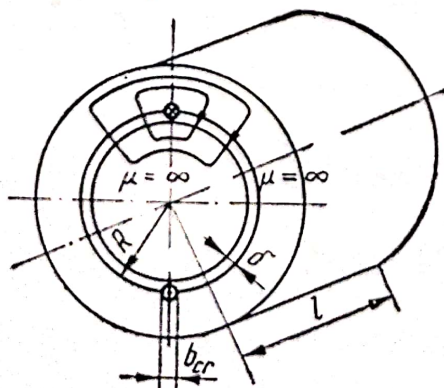


Figura 3.7.

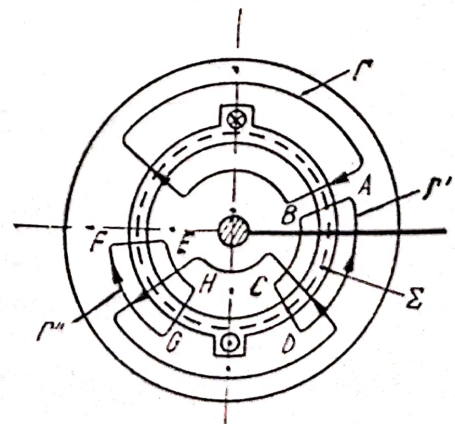


Figura 3.8.

Ținând seama că $\mu_{Fe} = \infty$, rezultă

$$\int_{\Gamma'} \vec{H} d\vec{r} = v_{AB} - v_{DC} = 0.$$

Prin urmare

$$v_{AB} = v_{DC} = v'.$$

Analog pe curba Γ''

$$v_{EF} = v_{HG} = v''.$$

Deci, la un moment dat t , tensiunea magnetică dintre stator și rotor este în dreapta planului spirelor de aceeași valoare constantă v' , câmpul magnetic fiind orientat dinspre stator spre rotor și în stînga planului spirelor de valoare v'' , de asemenea constantă, câmpul fiind orientat în sens contrar.

— Se aplică legea fluxului magnetic pe suprafața cilindrică Σ coaxială cu rotorul de lungime mai mare decît a acestuia :

$$\int_{\Sigma} \vec{B} d\vec{A} = 0$$

Suprafețele bazelor se află în afara câmpului și prin urmare :

$$\int_{\Sigma} \vec{B} d\vec{A} = \int_{S_{lat}} B d\vec{A} = 0.$$

În întrefier $\vec{B}$ și $d\vec{A}$ sînt orientate în lungul razei, deci

$$\int_{S_{lat}} \vec{B} d\vec{A} = \int_{S_{lat}} B dA = \int_0^{2\pi} \mu_0 H L R d\alpha = \int_0^{2\pi} \mu_0 \frac{v(\alpha)}{\delta(\alpha)} L R d\alpha = 0$$

sau

$$\int_0^{2\pi} \frac{v(\alpha)}{\delta(\alpha)} d\alpha = 0; \quad (1)$$

sau, cu planul de referință al coordonatelor unghiulare planul perpendicular pe planul spirelor în zona corespunzătoare unui pol nord :

$$-v' \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\alpha}{\delta(\alpha)} + v'' \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{d\alpha}{\delta(\alpha)} = 0. \quad (2)$$

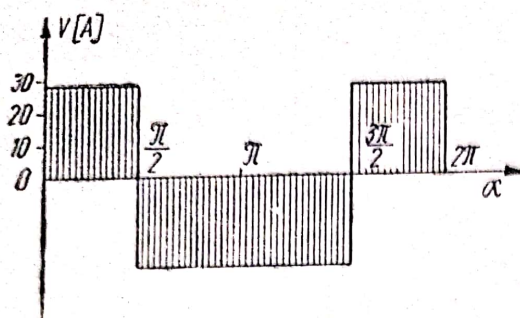


Figura 3.9.

Dacă $\delta(\alpha) = \delta(\alpha + \pi)$, condiție îndeplinită în general în mașinile electrice, rezultă

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\alpha}{\delta(\alpha)} = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{d\alpha}{\delta(\alpha)} ; \quad (3)$$

prin urmare

$$v' = v'' = v. \quad (4)$$

Astfel ca urmare, tensiunea magnetică în întrefier variază la un moment dat t după o curbă dreptunghiulară, schimbând brusc de sens în dreptul creșterilor (fig. 3.9), în ipoteza adoptată că $b_{cr} \ll \tau$.

Pentru determinarea valorii tensiunii magnetice, se aplică legea circuitului magnetic pe curba Γ (v. fig. 3.8):

$$\int_{\Gamma} \bar{H} d\bar{r} = v' + v'' = 2v = wi = w \sqrt{2} I \sin \omega t.$$

Rezultă

$$\begin{aligned} v(\alpha, t) &= \pm \frac{1}{2} w I \sqrt{2} \sin \omega t = \pm \frac{1}{2} 4 \cdot 10 \sqrt{2} \sin (314t) = \\ &= \pm 28,28 \sin (314t) = \pm V_m \sin \omega t \end{aligned}$$

pozitivă în zona polului nord și negativă în zona polului sud.

S-a notat cu $V_m = 28,28$ A valoarea maximă a tensiunii magnetice în întrefier.

Dacă $\delta(\alpha)$ este constant rezultă expresia inducției:

$$\begin{aligned} b(\alpha, t) &= \mu_0 \frac{v(\alpha, t)}{\delta} = \pm \mu_0 \frac{1}{2\delta} w I \sqrt{2} \sin \omega t = \\ &= \pm 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{1}{2 \cdot 0,3 \cdot 10^{-3}} 4 \cdot 10 \cdot \sqrt{2} \sin (314 t) = \\ &= \pm 0,1184 \sin (314 t). \end{aligned}$$

Se notează cu $B_m = \frac{\sqrt{2}}{2} \mu_0 \frac{wI}{\delta} = 0,1184$ T valoarea maximă a inducției în întrefier.

Tensiunea magnetică în întrefier, respectiv inducția în cazul când întrefierul este constant, variază în timp după o funcție armonică în fază cu curentul i din spirele înfășurării.

Deoarece la momentul $t = 0$

$$v(\alpha, t_0) = -v(\alpha + \pi, t_0),$$

seria Fourier nu conține armonici pare, deci :

$$v(\alpha, t) = \sum_{v=1,3,5,\dots}^{\infty} V_m^{(v)} \cos v\alpha \sin \omega t,$$

unde

$$\begin{aligned} V_m^{(v)} &= \frac{2}{T} \int_0^T v(\alpha, t) \cos v\alpha \, d\alpha = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} v(\alpha, t) \cos v\alpha \, d\alpha = \\ &= \frac{1}{\pi} \left[\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} V_m \cos v\alpha \, d\alpha - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} V_m \cos v\alpha \, d\alpha \right] = \\ &= \frac{V_m}{\pi v} \left\{ \left[\sin v\alpha \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} - \left[\sin v\alpha \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \right\} = (-1)^{\frac{v-1}{2}} \frac{4}{\pi v} V_m = \\ &= (-1)^{\frac{v-1}{2}} \frac{4}{\pi v} 28,28 = (-1)^{\frac{v-1}{2}} \frac{36}{v}. \end{aligned}$$

Rezultă :

— fundamentala :

$$v_1(\alpha, t) = \frac{4}{\pi} V_m \cos \alpha \sin \omega t \approx 36 \cos \alpha \sin (314 \, t);$$

— armonica 3

$$v_3(\alpha, t) = -\frac{4}{3\pi} V_m \cos 3\alpha \sin \omega t \approx -12 \cos 3\alpha \sin (314 \, t);$$

— armonica 5

$$v_5(\alpha, t) = \frac{4}{5\pi} V_m \cos 5\alpha \sin \omega t \approx 7,2 \cos 5\alpha \sin (314 \, t).$$

Descompunerea în serie Fourier este reprezentată în figura 3.10, a pentru cazul particular $\omega t = \frac{\pi}{2}$.

În figura 3.10, b este reprezentată variația în timp și spațiu a primei armonici a cîmpului magnetic alternativ (fix în spațiu și variabil în timp). Expresia matematică a cîmpului magnetic alternativ este deci

$$v_1(\alpha, t) = \frac{4}{\pi} V_m \cos \alpha \sin \omega t. \quad (5)$$

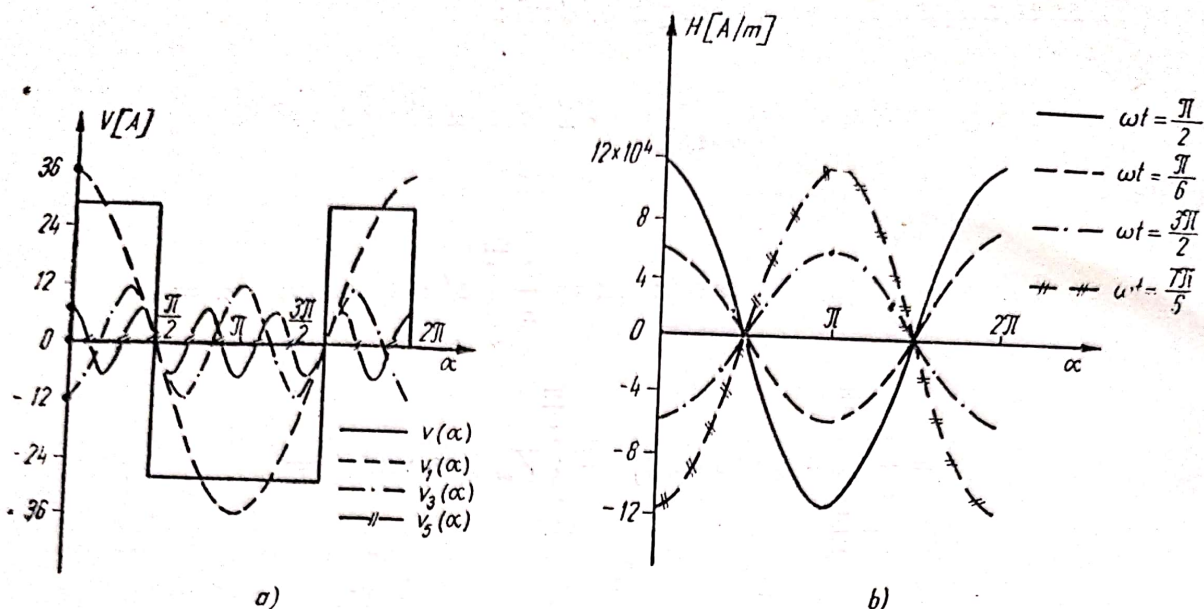


Figura 3.10.

Transformând relația (5) în suma de două funcții sinusoidale, obținem:

$$v_1(\alpha, t) = \frac{2}{\pi} V_m [\sin(\omega t + \alpha) + \sin(\omega t - \alpha)] =$$

$$= v_{1i}(\alpha, t) + v_{1d}(\alpha, t),$$

unde s-a notat cu:

$$v_{1i}(\alpha, t) = \frac{2}{\pi} V_m \sin(\omega t + \alpha) = 18 \sin(314 t + \alpha) \text{ și}$$

$$v_{1d}(\alpha, t) = \frac{2}{\pi} V_m \sin(\omega t - \alpha) = 18 \sin(314 t - \alpha)$$

tensiunile învîrtitoare inversă, respectiv directă, componente ale unei alternative.

În concluzie o înfășurare monofază parcursă de un curent alternativ produce în întrefierul unei mașini electrice un câmp magnetic alternativ fix în spațiu și variabil în timp, care se descompune în două câmpuri învîrtitoare de amplitudini egale.

3.5. Să se determine câmpul magnetic produs în întrefierul unei mașini electrice de o înfășurare trifază imobilă, avînd $2p = 2$ poli și $q = 1$ bobină pe pol și fază, parcursă de un sistem de curenți trifază simetric. Bobinele sînt identice, lărgimea întrefierului δ este constantă, iar circuitul magnetic este nesaturat.

Soluție. Cele trei înfășurări sînt defazate spațial cu un unghi egal cu $\frac{2\pi}{3}$ grade electrice (fig. 3.11)

Ele sînt parcurse de curenții

$$\begin{aligned} i_A &= \sqrt{2} I \sin \omega t, \\ i_B &= \sqrt{2} I \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right), \\ i_C &= \sqrt{2} I \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right). \end{aligned} \quad (1)$$

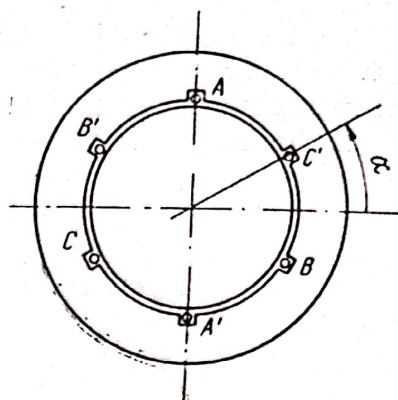


Figura 3.11.

Fiecare înfășurare produce în întrefier un câmp magnetic alternativ bipolar. Considerînd ca axă de referință axa fazei AA' , unde fundamentale ale acestor câmpuri sînt date de relațiile:

$$\begin{aligned} B_{A1} &= B_{m1} \cos \alpha \sin \omega t \\ B_{B1} &= B_{m1} \cos \left(\alpha - \frac{2\pi}{3} \right) \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right), \\ B_{C1} &= B_{m1} \cos \left(\alpha - \frac{4\pi}{3} \right) \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Cîmpul magnetic în întrefier rezultă prin aplicarea teoremei superpoziției ca suma celor trei câmpuri componente:

$$\begin{aligned} B_1(\alpha, t) &= B_{A1} + B_{B1} + B_{C1} = \\ &= B_{m1} \left[\cos \alpha \sin \omega t + \cos \left(\alpha - \frac{2\pi}{3} \right) \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \cos \left(\alpha - \frac{4\pi}{3} \right) \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right] \end{aligned}$$

sau

$$\begin{aligned} B_1(\alpha, t) &= \frac{1}{2} B_{m1} \left[\sin(\omega t + \alpha) + \sin(\omega t - \alpha) + \right. \\ &\quad \left. + \sin \left(\omega t + \alpha - \frac{4\pi}{3} \right) + \sin(\omega t - \alpha) + \sin \left(\omega t + \alpha - \frac{2\pi}{3} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \sin(\omega t - \alpha) \right] = \frac{3}{2} B_{m1} \sin(\omega t - \alpha). \end{aligned} \quad (3)$$

Expresia (3) reprezintă o undă învîrtitoare avînd viteza unghiulară

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega.$$

Deci o armătură imobilă prevăzută cu o înfășurare trifazată simetrică parcursă de un sistem de curenți trifazat simetric produce în întrefier un câmp magnetic învîrtitor.

Armonicile spațiale de ordinul $v \neq km$ au expresiile

$$B_{Av}(\alpha, t) = B_{mv} \cos v\alpha \sin \omega t$$

$$B_{Bv}(\alpha, t) = B_{mv} \cos \left(v\alpha - \frac{2\pi}{3} \right) \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (4)$$

$$B_{Cv}(\alpha, t) = B_{mv} \cos \left(v\alpha - \frac{4\pi}{3} \right) \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right).$$

Cîmpul rezultat este :

$$B_v(\alpha, t) = \frac{3}{2} B_{mv} \sin (\omega t - v\alpha),$$

și reprezintă de asemenea un câmp magnetic învîrtitor cu viteza unghiulară

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\omega}{v}.$$

Viteza unghiulară a cîmpului învîrtitor produs de armonici este de v ori mai mică decît viteza unghiulară a undei fundamentale.

3.6. O mașină electrică este echipată cu o înfășurare trifazată diametrală avînd $q = 3$ creștături pe pol și fază, $p = 2$ perechi de poli și $w = 200$ spire. Înfășurarea este parcursă de curentul $i = 10 \sin \omega t$.

Mașina are lărgimea echivalentă a întrefierului $\delta'' = 1,5$ mm, lungimea ideală a mașinii $l_i = 50$ cm și diametrul armăturii $D = 28$ cm.

Se cere să se calculeze inducția magnetică în întrefier și fluxul total maxim îmbrățișat de o înfășurare de fază.

Soluție. Inducția corespunzătoare fundamentalei cîmpului magnetic învîrtitor din întrefierul mașinii are expresia :

$$B_1 = \mu_0 \frac{m}{2} \cdot \frac{2}{\pi} \frac{\omega k_w}{p\delta'} I_{max} \quad (1)$$

unde factorul de înfășurare egal cu factorul de repartizare în acest caz se determină astfel :

$$k_w = k_q = \frac{\sin q \frac{\gamma}{2}}{q \sin \frac{\gamma}{2}} = \frac{\sin \frac{\pi}{2m}}{q \sin \frac{\pi}{2mq}} = \frac{\sin \frac{\pi}{2 \cdot 3}}{3 \sin \frac{\pi}{2 \cdot 3 \cdot 3}} = 0,957.$$

Înlocuind în formula (1) rezultă

$$B_1 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{200 \cdot 0,957}{2 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3}} \cdot 10 = 0,76 \text{ T.}$$

Fluxul total maxim corespunzător armonicilor fundamentale a câmpului, are expresia :

$$\Phi_{1,1} = \frac{2}{\pi} \cdot w \cdot k_w \cdot B_1 l_i \cdot \tau \quad (2)$$

unde pasul polar este

$$\tau = \frac{\pi \cdot D}{2p} = \frac{\pi \cdot 28}{2 \cdot 2} = 21,98 \text{ cm.}$$

Din relația (2) rezultă :

$$\Phi_{11} = \frac{2}{\pi} \cdot 200 \cdot 0,957 \cdot 0,76 \cdot 0,2198 \cdot 0,5 = 10,247 \text{ Wb.}$$

3.7. O mașină electrică trifazată este echipată în stator cu o înfășurare tetrapolară avînd $q = 3$ creștături pe pol și fază și $w_1 = 60$ spire pe fază.

Înfășurarea în colivie a rotorului este polifazată avînd $m_2 = Z_2 = 41$ faze și $w_2 = 1/2$ spire pe fază.

Să se calculeze inductivitățile ciclice proprii și mutuale ale înfășurărilor, știind că mașina are următoarele dimensiuni: pasul polar $\tau = 20$ cm, lungimea ideală a mașinii $l_i = 20$ cm și lărgimea echivalentă a întrefierului $\delta'' = 0,5$ mm.

Soluție. Factorul de înfășurare al înfășurării statorice, corespunzător fundamentalei, are valoarea :

$$k_{w1} = k_{q1} = \frac{\sin q \frac{\gamma}{2}}{q \sin \frac{\gamma}{2}} = \frac{\sin \frac{\pi}{2m}}{q \sin \frac{\pi}{2mq}} = \frac{\sin \frac{\pi}{2 \cdot 3}}{3 \sin \frac{\pi}{2 \cdot 3 \cdot 3}} = 0,96$$

iar al înfășurării rotorice $k_{w2} = 1$.

Inductivitatea ciclică a unei faze din stator, în raport cu câmpul învîrtitor produs de cele $m_1 = 3$ faze ale aceleiași armături, este :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{11} &= \mu_0 \frac{m_1}{2} \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \frac{(w_1 k_{w1})^2}{p \delta''} \tau l_i = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{3}{2} \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \frac{(60 \cdot 0,96)^2}{2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}} \cdot \\ &\quad \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,101 \text{ H} \end{aligned}$$

Inductivitatea ciclică a unei faze din rotor în raport cu înfășurarea statorului are valoarea :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{21} &= \mu_0 \frac{m_1}{2} \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \frac{w_1 w_2 k_{w1} k_{w2}}{p \delta''} \tau l_i = \\ &= 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{3}{2} \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \frac{60 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,96}{2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}} \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,0085 \text{ H.} \end{aligned}$$

Inductivitatea ciclică a fazei statorice în raport cu înfășurarea rotorică are valoarea

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{12} &= \mu_0 \frac{m_2}{2} \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \frac{w_1 w_2 k_{w1} k_{w2}}{p \delta''} \tau l_i = \\ &= 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{41}{2} \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \frac{60 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,96}{2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}} 0,2 \cdot 0,2 = 0,0116 \text{ H} \end{aligned}$$

Inductivitatea ciclică a unei faze rotorice în raport cu întreaga înfășurare rotorică este :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{22} &= \mu_0 \frac{m_2}{2} \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \frac{(w_2 k_{w2})^2}{p \delta''} \tau l_i = \\ &= 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{41}{2} \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \frac{\left(\frac{1}{2} \right)^2}{2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}} 0,2 \cdot 0,2 = 0,0001 \text{ H}. \end{aligned}$$

3.8. O mașină electrică are una dintre armături echipată cu o înfășurare diametrală trifazată, bipolară, avînd $q = 1$ creștături pe pol și fază și $w = 2$ spire pe fază. Înfășurarea este parcursă de un sistem de curenți trifazat simetric cu valoarea efectivă $I = 1\,000 \text{ A}$ și frecvența $f = 50 \text{ Hz}$. Se cere să se calculeze tensiunea electromotoare indusă într-o spirală diametrală așezată în întrefierul mașinii, știind că lungimea ideală este $l_i = 20 \text{ cm}$, pasul polar $\tau = 20 \text{ cm}$ și lărgimea echivalentă a întrefierului $\delta'' = 2 \text{ mm}$.

Soluție. Înfășurarea trifazată parcursă de un sistem trifazat simetric de curenți produce în întrefierul mașinii un cîmp magnetic învîrtitor.

Tensiunea electromotoare indusă de fundamentală cîmpului într-o spirală cu pasul diametral are valoarea efectivă dată de relația :

$$U_e = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} \Phi,$$

unde

$$\Phi = \frac{2}{\pi} B_m l_i \tau.$$

Valoarea maximă a fundamentalei inducției magnetice din întrefier este :

$$\begin{aligned} B_m &= \mu_0 \frac{m}{2} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{w \cdot k_w}{p \delta''} I \sqrt{2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{\pi} \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} \cdot 1\,000 \sqrt{2} = \\ &= 0,85 \text{ T}. \end{aligned}$$

Prin urmare :

$$\Phi = \frac{2}{\pi} \cdot 0,85 \cdot 20 \cdot 10^{-2} \cdot 20 \cdot 10^{-2} = 2,16 \cdot 10^{-2} \text{ Wb}.$$

Tensiunea electromotoare indusă este :

$$U_{e1} = \frac{2\pi \cdot 50}{\sqrt{2}} \cdot 2,16 \cdot 10^{-2} = 4,8 \text{ V.}$$

3.9. Inductorul unei mașini electrice de curent alternativ echipat cu magneți continui, produce în întrefier, un câmp magnetic învîrtitor, care conține armonicile 1, 3, 5, 7. Valorile maxime ale armonicilor inducției magnetice în întrefier sînt: $B_1 = 0,9 \text{ T}$; $B_3 = 0,3 \text{ T}$; $B_5 = 0,18 \text{ T}$; $B_7 = 0,125 \text{ T}$. Inductorul mașinii este învîrtit cu turația $n = 1\,000 \text{ rot/min}$. Lungimea ideală a mașinii este $l_i = 40 \text{ cm}$, iar pasul polar $\tau = 18 \text{ cm}$. Statorul este echipat cu o înfășurare trifazată, hexapolară, avînd $q = 3$ creștături pe pol și fază și $w = 190$ spire pe fază. Să se determine valoarea efectivă a tensiunii electromotoare induse într-o fază a înfășurării statorice, știind că înfășurarea este executată cu pasul $y = 7$ creștături.

Soluție. Pasul diametral al înfășurării este $y_d = \frac{Z}{2p} = \frac{2mpq}{2p} = mq = 3 \cdot 3 = 9$ creștături.

Factorii de înfășurare corespunzători armonicilor 1, 3, 5, 7 sînt :

$$k_{w1} = \sin \frac{y}{y_d} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sin \left(q \frac{\pi}{2mq} \right)}{q \sin \frac{\pi}{2mq}} = \sin \left(\frac{7}{9} \cdot \frac{\pi}{2} \right) \frac{\sin \left(3 \frac{\pi}{2 \cdot 3 \cdot 3} \right)}{3 \sin \frac{\pi}{2 \cdot 3 \cdot 3}} = 0,9.$$

$$k_{w3} = \sin 3 \frac{y}{y_d} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sin \left(q \cdot 3 \frac{\pi}{2mq} \right)}{q \sin \left(\frac{\pi}{2mq} \cdot 3 \right)} = \sin \left(3 \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{\pi}{2} \right) \frac{\sin \left(3 \cdot 3 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 3 \cdot 3} \right)}{3 \sin \left(3 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 3 \cdot 3} \right)} = -0,33$$

$$k_{w5} = \sin \left(5 \frac{7}{9} \cdot \frac{\pi}{2} \right) \frac{\sin \left(3 \cdot 5 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 3 \cdot 3} \right)}{3 \sin \left(\frac{\pi}{2 \cdot 3 \cdot 3} \cdot 5 \right)} = -0,0378$$

$$k_{w7} = \sin \left(7 \frac{7}{9} \cdot \frac{\pi}{2} \right) \frac{\sin \left(3 \cdot 7 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 3 \cdot 3} \right)}{3 \sin \left(7 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 3 \cdot 3} \right)} = 0,136.$$

Frecvența de rotație a rotorului, respectiv frecvența fundamentalei cîmpului magnetic, în raport cu statorul, este :

$$f = \frac{pn}{60} = \frac{3 \cdot 1\,000}{60} = 50 \text{ Hz.}$$

Valoarea efectivă a tensiunii electromotoare induse de fundamentala cîmpului este :

$$U_{e1} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} k_{w1} \Phi = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} k_{w1} \frac{2}{\pi} B_{m1} \tau l_i w =$$

$$= \frac{2\pi \cdot 50}{\sqrt{2}} \cdot 0,9 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot 0,9 \cdot 0,18 \cdot 0,4 \cdot 190 = 1567 \text{ V.}$$

Valoarea efectivă a tensiunii electromotoare induse într-o fază de cîmpul magnetic rezultat din întrefier este :

$$U_e = U_{e1} \sqrt{\sum_{v=1}^n \left(\frac{B_v k_{wv}}{B_1 k_{w1}} \right)^2} = U_{e1} \sqrt{\left(\frac{B_1 k_{w1}}{B_1 k_{w1}} \right)^2 + \left(\frac{B_3 k_{w3}}{B_1 k_{w1}} \right)^2 + \left(\frac{B_5 k_{w5}}{B_1 k_{w1}} \right)^2 + \left(\frac{B_7 k_{w7}}{B_1 k_{w1}} \right)^2} =$$

$$= 1567 \sqrt{1 + \left(\frac{0,3 \cdot 0,33}{0,9 \cdot 0,9} \right)^2 + \left(\frac{0,18 \cdot 0,0378}{0,9 \cdot 0,9} \right)^2 + \left(\frac{0,125 \cdot 0,136}{0,9 \cdot 0,9} \right)^2} = 1579 \text{ V}$$

3.10. Armătura mobilă a unei mașini electrice este echipată cu un sistem de magneți continui și produce în întrefier un cîmp magnetic învîrtitor cu repartiție spațială idealizată dreptunghiulară, avînd valoarea $B_8 = 0,8 \text{ T}$ în zona polilor și $B_8 = 0$ în afara polilor. Factorul de acoperire polară este $\alpha_i = 0,7$ (v. fig. 3.12). Frecvența de rotație a armăturii mobile este $f = 50 \text{ Hz}$. Se cere să se determine tensiunea electromotoare indusă de cîmpul magnetic învîrtitor într-o înfășurare avînd $p = 1$ perechi de poli, $q = 3$ creștături pe pol și fază, pasul scurtat $\frac{Y}{\tau} = \frac{8}{9}$ și $w = 100$ spire. Armătura are lungimea ideală $l_i = 20 \text{ cm}$ și pasul polar $\tau = 15 \text{ cm}$.

Soluție. Descompunînd în serie Fourier curba inducției în întrefier se obține valoarea maximă a fundamentalei inducției magnetice :

$$B_1 = \frac{4}{\pi} \sin \frac{\alpha_i \pi}{2} B_8 = \frac{4}{\pi} \sin \frac{0,7 \pi}{2} 0,8 = 0,91 \text{ T.}$$

Valoarea efectivă a fundamentalei tensiunii induse în înfășurare este :

$$U_{e1} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} w k_w \frac{2}{\pi} B_1 l_i \tau.$$

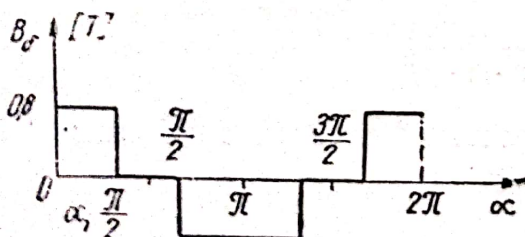


Figura 3.12.

Factorul de înfășurare k_w rezultă din relația :

$$k_w = \sin \frac{y}{\tau} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{2m}}{q \sin \frac{\pi}{2mq}}.$$

Cu datele problemei, se obține :

$$k_w = \sin \frac{8}{9} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{3 \sin \frac{\pi}{18}} = 0,97.$$

Prin urmare :

$$U_{e1} = \frac{2\pi 50}{\sqrt{2}} 100 \cdot 0,97 \frac{2}{\pi} \cdot 0,91 \cdot 0,2 \cdot 0,15 = 375 \text{ V.}$$

Valoarea efectivă a tensiunii induse rezultă din relația

$$U_{e1} = \sqrt{\sum_{v=1}^{\infty} U_{ev}^2} = U_{e1} \sqrt{1 + \sum_{v=2}^{\infty} \frac{U_{ev}^2}{U_{e1}^2}}$$

sau

$$U_e = U_{e1} \sqrt{1 + \frac{\sum_{v=2}^{\infty} (k_{wv} B_v)^2}{k_{w1}^2 B_1^2}}.$$

În cazul problemei date interesează armonicile impare 3, 5, 7, ...
Se calculează :

$$k_{w3} = \sin \left(3 \frac{Y}{\tau} \frac{\pi}{2} \right) \frac{\sin 3 \frac{\pi}{2m}}{3 \sin 3 \frac{\pi}{2mq}} = \sin \left(3 \frac{8}{9} \frac{\pi}{2} \right) \frac{\sin 3 \frac{\pi}{6}}{3 \sin 3 \frac{\pi}{18}} = -0,578,$$

$$k_{w5} = \sin \left(5 \frac{Y}{\tau} \frac{\pi}{2} \right) \frac{\sin 5 \frac{\pi}{2m}}{3 \sin 5 \frac{\pi}{2mq}} = \sin \left(5 \frac{8}{9} \frac{\pi}{2} \right) \frac{\sin 5 \frac{\pi}{6}}{3 \sin 5 \frac{\pi}{18}} = 0,14$$

$$k_{w7} = \sin \left(7 \frac{Y}{\tau} \frac{\pi}{2} \right) \frac{\sin 7 \frac{\pi}{2m}}{3 \sin 7 \frac{\pi}{2mq}} = \sin \left(7 \frac{8}{9} \frac{\pi}{2} \right) \frac{\sin 7 \frac{\pi}{6}}{3 \sin 7 \frac{\pi}{18}} = 0,175$$

și

$$B_3 = \frac{1}{3} \frac{4}{\pi} \sin \left(3 \frac{\alpha_i \pi}{2} \right) B_1 = \frac{1}{3} \frac{\sin 3 \frac{\alpha_i \pi}{2}}{\sin \frac{\alpha_i \pi}{2}} B_1 = \frac{1}{3} \frac{\sin 3 \frac{0,7 \pi}{2}}{\sin 0,7 \frac{\pi}{2}} 0,91 = 0,053,$$

$$B_5 = \frac{1}{5} \frac{\sin 5 \frac{0,7 \pi}{2}}{\sin 0,7 \frac{\pi}{2}} 0,91 = 0,145,$$

$$B_7 = \frac{1}{7} \frac{\sin 7 \cdot 0,7 \frac{\pi}{2}}{\sin 0,7 \frac{\pi}{2}} 0,91 = 0,13.$$

Considerînd numai primele trei armonici, rezultă următoarea valoare a tensiunii induse :

$$U_e = 375 \sqrt{1 + \left(\frac{0,053}{0,91}\right)^2 \cdot \left(\frac{0,578}{0,97}\right)^2 + \left(\frac{0,145}{0,91}\right)^2 \cdot \left(\frac{0,14}{0,97}\right)^2 + \left(\frac{0,13}{0,91}\right)^2 \cdot \left(\frac{0,175}{0,97}\right)^2} = \\ = 375 \cdot 1,0012 = 375,45 \text{ V.}$$

3.11. Să se determine tensiunile electromotoare induse în înfășurările statorului și rotorului unui motor asincron trifazat, tetrapolar, cu rotorul în scurtcircuit, în cazul cînd rotorul este în repaus precum și în cazul cînd acesta se învîrtește cu turația $n = 1440$ rot/min, frecvența curentului primar fiind 50 Hz. Se cunosc: diametrul interior al statorului $D_i = 152$ mm, lungimea ideală $l_i = 220$ mm, numărul de creștături în stator $Z_1 = 36$ creștături, pasul înfășurării statorului $y_1 = 8$ creștături, numărul de spire în serie pe fază în stator $w_1 = 66$ spire, numărul de creștături în rotor $Z_2 = 26$ creștături; creștăturile rotorului sînt înclinate cu un pas dentar statoric.

Curba cîmpului magnetic în întrefier se presupune sinusoidală cu amplitudinea $B_\delta = 0,86$ T.

Soluție. Tensiunea electromotoare indusă în înfășurarea statorului are expresia :

$$U_{e1} = 4,44 f w_1 k_{w1} \Phi. \quad (1)$$

Fluxul magnetic în întrefier este dat de relația

$$\Phi = \alpha_i \tau l_i B_\delta$$

La o repartitie ideală sinusoidală a fluxului în întrefier factorul de acoperire al pasului polar are valoarea :

$$\alpha_i = \frac{2}{\pi}.$$

Pasul polar este $\tau = \frac{\pi D_i}{2p} = \frac{\pi 152}{4} = 119,3$ mm.

Prin urmare fluxul magnetic are valoarea

$$\Phi = \frac{2}{\pi} \cdot 119,3 \cdot 10^{-3} \cdot 220 \cdot 10^{-3} \cdot 0,86 = 0,0143 \text{ Wb.}$$

Factorul de înfășurare al statorului este

$$k_{w1} = k_{y1} \cdot k_{q1}$$

în care factorul de scurtare

$$k_{y1} = \sin \frac{y_1}{y_d} \frac{\pi}{2}.$$

Pasul diametral al înfășurării este

$$y_d = \frac{Z_1}{2p} = \frac{36}{4} = 9 \text{ creștături},$$

deci

$$k_{y1} = \sin \frac{8}{9} \cdot \frac{\pi}{2} = 0,983.$$

Factorul de repartizare are expresia

$$k_{q1} = \frac{\sin q_1 \frac{\gamma_1}{2}}{q_1 \sin \frac{\gamma_1}{2}}$$

unde numărul de creștături pe pol și fază este

$$q_1 = \frac{Z_1}{2pm} = \frac{36}{2 \cdot 2 \cdot 3} = 3,$$

și unghiul electric între două creștături vecine :

$$\gamma_1 = \frac{p \cdot 360^\circ}{Z} = \frac{2 \cdot 360^\circ}{36} = 20^\circ.$$

Deci

$$k_{q1} = \frac{\sin 3 \frac{20}{2}}{3 \sin \frac{20}{2}} = \frac{0,5}{3 \cdot 0,1735} = 0,96.$$

Rezultă $k_{w1} = 0,983 \cdot 0,96 = 0,94$.

Înlocuind în (1) valorile determinate obținem valoarea efectivă a tensiunii induse :

$$U_{e1} = 4,44 \cdot 50 \cdot 66 \cdot 0,94 \cdot 0,0143 = 197,7 \text{ V}.$$

Tensiunea electromotoare indusă într-o bară a rotorului în repaus rezultă din relația

$$U_{e2} = U_{e1} \frac{k_{w2} w_2}{k_{w1} w_1} \quad (2)$$

în care numărul de spire pe fază în rotor este $w_2 = \frac{1}{2}$, iar factorul de înfășurare datorită înclinării, corespunzător fundamentalei, are expresia :

$$k_s = \frac{\sin \frac{\gamma_s}{2} \cdot \frac{b}{t_s}}{\frac{\gamma_s}{2} \cdot \frac{b}{t_s}},$$

unde

$$\gamma_2 = \frac{p \cdot 360^\circ}{26} = \frac{2 \cdot 360^\circ}{26} = 27^\circ 40' = 0,48 \text{ radiani};$$

înclinarea creștăturii este

$$b = t_1 = \frac{\pi D_1}{Z_1} = \frac{\pi \cdot 152}{36} = 13,26 \text{ mm};$$

pasul dentar rotorice rezultă din relația

$$t_2 = \frac{\pi D_2}{Z_2} = \frac{\pi \cdot 152}{26} = 18,36 \text{ mm}.$$

Prin urmare valoarea factorului de înclinare este:

$$k_i = \frac{\sin \frac{27^\circ 40'}{2} \cdot \frac{13,26}{18,36}}{\frac{0,48}{2} \cdot \frac{13,26}{18,36}} = \frac{0,172}{0,175} = 0,98.$$

Înlocuind în (2) se obține valoarea efectivă a tensiunii induse într-o bară a rotorului:

$$U_{e2} = 197,7 \frac{0,98 \cdot \frac{1}{2}}{0,94 \cdot 66} = 1,56 \text{ V}.$$

Valoarea tensiunii electromotoare indusă într-o bară a rotorului în mișcare se calculează cu relația:

$$U_{e2s} = s U_{e2} \quad (3)$$

În regimul considerat alunecarea s este:

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{\frac{60 f}{p} - n}{\frac{60 f}{p}} = \frac{\frac{60 \cdot 50}{2} - 1440}{\frac{60 \cdot 50}{2}} = 0,04.$$

Rezultă

$$U_{e2s} = 0,04 \cdot 1,56 = 0,062 \text{ V}.$$

3.12. Pentru un motor asincron trifazat cu rotorul bobinat se cunosc următoarele date: diametrul interior al statorului $D = 245 \text{ mm}$, lungimea ideală a armăturilor $l_i = 220 \text{ mm}$; întrefierul echivalent $\delta'' = 0,72 \text{ mm}$, numărul de spire în serie pe fază al înfășurării statorului $w_1 = 58$ spire, numărul de creștături în stator $Z_1 = 48$ creștături, turația de sincronism $n_1 = 1500 \text{ rot/min}$, frecvența tensiunii de alimentare $f = 50 \text{ Hz}$; numărul de spire în serie pe fază al înfășurării rotorului $w_2 = 70$ spire și numărul

de creștături în rotor $Z_2 = 60$ creștături. Înfășurările sînt realizate cu pas diametral.

Înfășurarea statorului este parcursă de curentul de magnetizare rezultat, de valoare efectivă $I_\mu = 10,5$ A.

Se cere să se determine tensiunea electromotoare indusă în rotor în următoarele cazuri particulare :

1) rotorul se învîrtește cu turația $n = 1\,460$ rot/min în sensul cîmpului învîrtitor.

2) rotorul se învîrtește cu turația $n = 1\,460$ rot/min în sens invers sensului cîmpului învîrtitor.

3) rotorul este în repaus, iar sistemul de curenți din mașină are o armonică 3 în fază cu fundamentală de valoare efectivă de 8 ori mai mică decît a acesteia ; se consideră că circuitul magnetic al mașinii are o caracteristică magnetică $\Phi(i)$ liniară.

Soluție. Tensiunea electromotoare indusă în înfășurarea rotorului de cîmpul învîrtitor are expresia :

$$U_{e2} = \frac{2\pi f_2}{\sqrt{2}} \Phi k_{w2} w_2 \quad (1)$$

în care fluxul rezultat în întrefier este :

$$\Phi = \frac{2}{\pi} B_m l_i \tau, \quad (2)$$

iar inducția magnetică are expresia

$$B_m = \mu_0 \frac{m}{2} \frac{2}{\pi} \frac{w_1 k_{w1}}{p \delta''} I_\mu \sqrt{2}. \quad (3)$$

Factorul de înfășurare al înfășurării statorului se calculează cu relația

$$k_{w1} = k_{y1} \cdot k_{q1}$$

în care factorul de scurtare $k_{y1} = 1$, înfășurarea fiind realizată cu pas diametral, iar factorul de repartizare are expresia :

$$k_{q1} = \frac{\sin q_1 \frac{\gamma_1}{2}}{q_1 \sin \frac{\gamma_1}{2}}.$$

Numărul de perechi de poli este :

$$p = \frac{60f}{n_1} = \frac{60 \cdot 50}{1\,500} = 2$$

iar unghiul electric dintre două creștături vecine, are valoarea :

$$\gamma_1 = \frac{p \cdot 360^\circ}{Z_1} = \frac{2 \cdot 360^\circ}{48} = 15^\circ.$$

Numărul de creștături pe pol și fază în stator este :

$$q_1 = \frac{Z_1}{2pm} = \frac{48}{2 \cdot 2 \cdot 3} = 4.$$

Rezultă :

$$k_{w1} = k_{q1} = \frac{\sin 4 \cdot \frac{15^\circ}{2}}{4 \sin \frac{15^\circ}{2}} = \frac{0,5}{4 \cdot 0,131} = 0,954.$$

Din expresia (3) se calculează inducția în întrefier :

$$B_m = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{58 \cdot 0,954}{2 \cdot 0,72 \cdot 10^{-3}} \cdot 10,5 \cdot \sqrt{2} = 0,68 \text{ T}.$$

Fluxul rezultat conform relației (2) are valoarea :

$$\Phi = \frac{2}{\pi} \cdot 0,68 \cdot 220 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\pi \cdot 245}{4} \cdot 10^{-3} = 0,0183 \text{ Wb}.$$

Frecvența tensiunii electromotoare induse în înfășurarea rotorului este :

$$f_2 = sf_1$$

unde

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{1500 - 1460}{1500} = 0,0266, \text{ în primul caz propus pentru rezolvare.}$$

Rezultă :

$$f_2 = 0,0266 \cdot 50 = 1,33 \text{ Hz}.$$

Unghiul electric între două creștături vecine în rotor este :

$$\gamma_2 = \frac{p \cdot 360^\circ}{Z_2} = \frac{2 \cdot 360^\circ}{60} = 12^\circ.$$

Numărul de creștături pe pol și fază în rotor :

$$q_2 = \frac{Z_2}{2pm} = \frac{60}{4 \cdot 3} = 5,$$

deci factorul de înfășurare al rotorului este :

$$k_{w2} = k_{y2} \cdot k_{q2} = \frac{\sin 5 \cdot \frac{12}{2}}{5 \sin \frac{12}{2}} = \frac{0,5}{5 \cdot 0,1042} = 0,96.$$

Conform expresiei (1) tensiunea electromotoare indusă în înfășurarea rotorului la funcționarea cu turație $n = 1\,460$ rot/min în sensul câmpului magnetic învîrtitor, are valoarea:

$$U_{e2} = \frac{2\pi \cdot 1,33}{\sqrt{2}} 0,0183 \cdot 0,96 \cdot 70 = 7,25 \text{ V.}$$

La rotirea în sens contrar câmpului învîrtitor, fluxul rezultat în întrefier rămîne practic constant; se modifică numai frecvența tensiunii electromotoare induse

$$f'_2 = s'f_1,$$

unde

$$s' = \frac{1\,500 + 1\,460}{1\,500} = 1,97.$$

Deci

$$f'_2 = 1,97 \cdot 50 = 98,67 \text{ Hz.}$$

Tensiunea electromotoare indusă va fi în acest caz:

$$U'_{e2} = U_{e2} \frac{f'_2}{f_2} = 7,25 \cdot \frac{98,67}{1,33} = 537,84 \text{ V.}$$

Dacă rotorul este în repaus, cu înfășurarea deschisă, fluxul rezultat în întrefier rămînînd neschimbat, fundamentală câmpului va induce în rotor o tensiune electromotoare de frecvență egală cu frecvența curenților din stator:

$$U''_{e21} = U_{e2} \frac{f_1}{f_2} = 7,25 \cdot \frac{50}{1,33} = 272 \text{ V.}$$

Armonica a III-a a curentului de magnetizare va avea amplitudinea

$$I_{\mu 3} = \frac{10,5}{8} = 1,31 \text{ A și frecvența } f_3 = 150 \text{ Hz.}$$

Cîmpul magnetic învîrtitor produs de armonica a treia a curentului de magnetizare în întrefier are valoarea:

$$B_{m3} = B_m \frac{I_{\mu 3}}{I_{\mu}} = 0,68 \cdot \frac{1,31}{10,5} = 0,085 \text{ T.}$$

Fluxul magnetic corespunzător este

$$\Phi_3 = \frac{2}{\pi} \cdot 0,085 \cdot 220 \cdot 10^{-3} \frac{\pi \cdot 245}{4} \cdot 10^{-3} = 0,00229 \text{ Wb.}$$

Tensiunea electromotoare indusă în înfășurarea rotorului în repaus de cîmpul învîrtitor produs de armonica a treia a curentului va fi de aceeași frecvență cu aceasta $f_3 = 150$ Hz, de valoare

$$U''_{e23} = \frac{2\pi \cdot 150}{\sqrt{2}} \cdot 0,00229 \cdot 0,96 \cdot 70 = 102 \text{ V.}$$

Valoarea efectivă a tensiunii electromotoare rezultante în cazul rotorului imobil este :

$$U_{e2}'' = \sqrt{U_{e21}''^2 + U_{e23}''^2} = \sqrt{272^2 + 102^2} = 290 \text{ V.}$$

3.13. O înfășurare trifazată cu pas scurtat $\frac{Y}{\tau} = \frac{7}{9}$ are $q = 3$ creștături pe pol și fază. Se cere :

1) să se reprezinte grafic factorul de înfășurare corespunzător armonicilor 1, 5, 7, 11.

2) să se determine scurtarea necesară pentru reducerea armonicilor de ordinul 11 din curba cîmpului magnetic învîrtitor și să se reprezinte grafic factorii de înfășurare pentru armonicile 1, 5, 7, 11 corespunzători acestui caz.

Soluție. 1. Unghiul electric dintre două creștături vecine este :

$$\gamma = \frac{2\pi p}{Z} = \frac{2\pi p}{2mpq} = \frac{\pi}{mq} = \frac{\pi}{3 \cdot 3} = \frac{\pi}{9}.$$

Factorul de înfășurare pentru armonica de ordin ν are expresia :

$$k_{w\nu} = k_{s\nu} \cdot k_{q\nu} = \sin \left(\nu \frac{Y}{\tau} \frac{\pi}{2} \right) \frac{\sin \left(q \nu \frac{\gamma}{2} \right)}{q \sin \left(\nu \frac{\gamma}{2} \right)}. \quad (1)$$

Folosind expresia (1) se pot calcula factorii de înfășurare :

— pentru fundamentală

$$k_{w1} = \sin \left(\frac{7}{9} \cdot \frac{\pi}{2} \right) \frac{\sin \left(3 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 9} \right)}{3 \sin \left(\frac{\pi}{2 \cdot 9} \right)} = 0,9,$$

— pentru armonica de ordinul 3

$$k_{w3} = \sin \left(3 \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{\pi}{2} \right) \frac{\sin \left(3 \cdot 3 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 9} \right)}{3 \sin \left(3 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 9} \right)} = -0,333,$$

— pentru armonica de ordinul 5

$$k_{w5} = \sin \left(5 \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{\pi}{2} \right) \frac{\sin \left(5 \cdot 3 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 9} \right)}{3 \sin \left(5 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 9} \right)} = -0,0378,$$

— pentru armonica de ordinul 7,

$$k_{w7} = \sin \left(7 \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{\pi}{2} \right) \frac{\sin \left(7 \cdot 3 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 9} \right)}{3 \sin \left(5 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 9} \right)} = -0,1358$$

— pentru armonica de ordinul 9,

$$k_{w9} = \sin \left(9 \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{\pi}{2} \right) \frac{\sin \left(9 \cdot 3 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 9} \right)}{3 \sin \left(9 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 9} \right)} = 0,333,$$

— pentru armonica de ordinul 11,

$$k_{w11} = \sin \left(11 \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{\pi}{2} \right) \frac{\sin \left(11 \cdot 3 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 9} \right)}{3 \sin \left(11 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 9} \right)} = -0,1358.$$

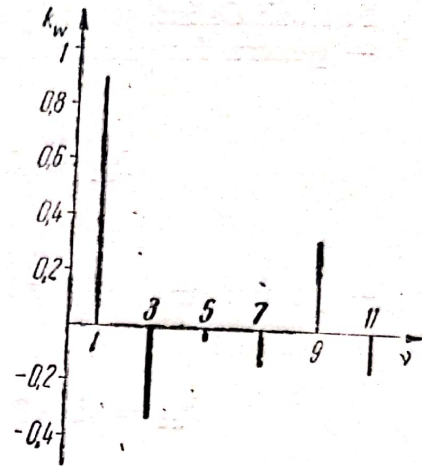


Figura 3.13.

Factorii de înfășurare sînt reprezentați grafic în figura 3.13. Din rezultatele obținute se observă că pentru înfășurarea dată armonicile 3, 5, 7, 11 sînt în opoziție de fază față de fundamentală, iar influența armonicilor 5 în curba tensiunii magnetice este neglijabilă.

2) Scurtarea necesară pentru a obține anularea unei anumite armonici din curba cîmpului magnetic se obține din ecuația $k_{sv} = 0$, sau $\sin \left(v \frac{Y}{\tau} \frac{\pi}{2} \right) = 0$ respectiv $v \frac{Y}{\tau} \frac{\pi}{2} = k\pi$.

Pentru anularea armonicilor de ordinul 11 este necesar ca :

$$\frac{y}{y_d} = \frac{Y}{\tau} = \frac{2k}{v} = \frac{2k}{11}, \text{ unde } k = 1, 2, 3, \dots, n.$$

Pentru k se alege o astfel de valoare încît y să rezulte un număr întreg de creștături mai mic decît y_d și cît mai apropiat de y_d pentru a nu obține o reducere mare a armonicilor fundamentale.

Pentru înfășurarea dată, pasul diametral y_d are valoarea

$$y_d = \frac{Z}{2p} = \frac{2mpq}{2p} = mq = 3 \cdot 3 = 9 \text{ creștături,}$$

rezultînd pentru pasul bobinei valoarea

$$y = \frac{2k}{11} \cdot y_d = \frac{2 \cdot 3}{11} \cdot 9 = 8,18 \text{ creștături.}$$

Se alege $y = 8$ creștături și deci $\frac{y}{y_d} = \frac{8}{9}$.

Factorii de înfășurare pentru noul pas de bobinaj sînt:
 — pentru fundamentală

$$k_{w1} = \sin\left(\frac{8}{9} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \frac{\sin\left(3 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 9}\right)}{3 \sin\left(\frac{\pi}{2 \cdot 9}\right)} = 0,944,$$

— pentru armonica de ordinul 3

$$k_{w3} = \sin\left(3 \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \frac{\sin\left(3 \cdot 3 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 9}\right)}{3 \sin\left(3 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 9}\right)} = -0,578$$

— pentru armonica de ordinul 5

$$k_{w5} = \sin\left(5 \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \frac{\sin\left(5 \cdot 3 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 9}\right)}{3 \sin\left(5 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 9}\right)} = 0,1398,$$

— pentru armonica de ordinul 7

$$k_{w7} = \sin\left(7 \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \frac{\sin\left(7 \cdot 3 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 9}\right)}{3 \sin\left(7 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 9}\right)} = 0,06,$$

— pentru armonica de ordinul 9

$$k_{w9} = \sin\left(9 \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \frac{\sin\left(9 \cdot 3 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 9}\right)}{3 \sin\left(9 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 9}\right)} = 0,$$

— pentru armonica de ordinul 11

$$k_{w11} = \sin\left(11 \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \frac{\sin\left(11 \cdot 3 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 9}\right)}{3 \sin\left(11 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 9}\right)} = -0,0579.$$

Curba de variație a factorilor de înfășurare este reprezentată în figura 3.14. Comparînd rezultatele obținute în cele două cazuri de scurtare a pasului înfășurării (fig. 3.13 și fig. 3.14) se observă că valoarea $\frac{y}{y_d} = \frac{8}{9}$ este mai avantajoasă față de valoarea $\frac{y}{y_d} = \frac{7}{9}$ deoarece se obține o valoare mai mare pentru armonica fundamentală, reducîndu-se în același timp

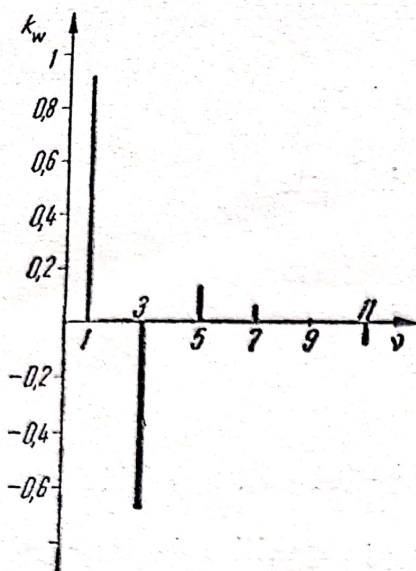


Figura 3.14.

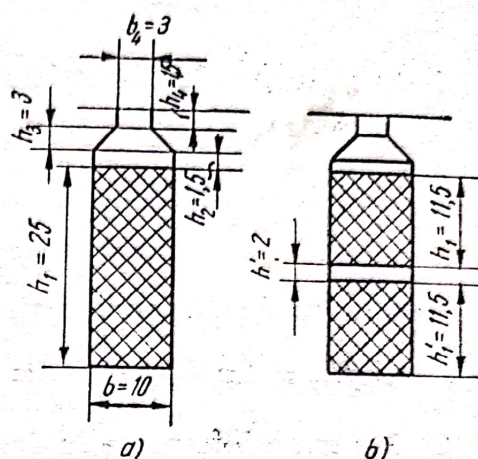


Figura 3.15.

valorile armonicilor de ordinul 7 și 11. În cazul înfășurării cu pasul $\frac{y}{y_d} = \frac{8}{9}$ crește însă influența armonicii 3. Această influență se resimte în curba tensiunii magnetice dată de o fază; însă în sistemul trifazat armonicile de ordin 3 și 9 se anulează din curba cîmpului magnetic rezultat în întrefierul mașinii.

3.14. Un motor asincron trifazat tetrapolar are statorul echipat cu o înfășurare repartizată cu $q = 2$ creștături pe pol și fază.

Creștăturile sînt de tip semiînchis.

Să se determine reactanța de dispersie pe fază corespunzătoare creștăturilor în următoarele ipoteze:

1) înfășurarea este executată într-un strat, fiecare bobină avînd $N_1 = 18$ spire.

2) înfășurarea este executată în două straturi cu pas diametral fiecare bobină avînd $N_2 = 9$ spire.

3) înfășurarea este executată în două straturi cu pas scurtat $\frac{y}{y_d} = \frac{5}{6}$, fiecare bobină avînd $N_2 = 9$ spire.

Dimensiunile creștăturii și înfășurării pentru fiecare caz sînt prezentate în figurile 3.15, a și b. Lungimea ideală a statorului este $l_i = 40$ cm. Înfășurarea este alimentată cu un sistem trifazat de tensiuni avînd frecvența $f = 50$ Hz.

Soluție. 1) În cazul înfășurării într-un strat, pentru creștătura semiînchisă, permeanța specifică totală a creștăturii are valoarea (fig. 3.15, a):

$$\lambda_c \approx \frac{h_1}{3b} + \frac{h_2}{b} + \frac{2h_3}{b+b_4} + \frac{h_4}{b_4}.$$

Prin urmare

$$\lambda_c \approx \frac{25}{3 \cdot 10} + \frac{1,5}{10} + \frac{2 \cdot 3}{10 + 3} + \frac{1,5}{3} = 1,94.$$

Inductivitatea de dispersie a unei singure bobine este

$$L_b = 2\mu_0 N_1^2 l_i \lambda_c$$

iar inductivitatea de dispersie a unei faze este

$$L_\sigma = p q L_b = 2\mu_0 p q N_1^2 l_i \lambda_c$$

Reactanța de dispersie a unei faze rezultă :

$$X_\sigma = 2\pi f L_\sigma = 2\pi \cdot 50 \cdot 2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 18^2 \cdot 0,4 \cdot 1,94 = 0,795 \Omega.$$

2) Pentru o înfășurare în două straturi permeanța specifică de dispersie a stratului inferior (v. fig. 3.15, b) este :

$$\lambda_i \approx \frac{4h'_1}{3b} + \frac{h' + h_2}{b} + \frac{2h_3}{b + b_4} + \frac{h_4}{b_4};$$

cu datele numerice din enunțul problemei rezultă :

$$\lambda_i \approx \frac{4 \cdot 11,5}{3 \cdot 10} + \frac{2 + 1,5}{10} + \frac{2 \cdot 3}{10 + 3} + \frac{1,5}{3} = 2,84$$

permeanța specifică de dispersie a stratului superior (fig. 3.15, b) este :

$$\lambda_s = \frac{h'_1}{3b} + \frac{h_2}{b} + \frac{2h_3}{b + b_4} + \frac{h_4}{b_4} = \frac{11,5}{3 \cdot 10} + \frac{1,5}{10} + \frac{2 \cdot 3}{10 + 3} + \frac{1,5}{3} = 1,49$$

permeanța specifică mutuală între cele două straturi este :

$$\lambda_m = \frac{h'_1}{2b} + \frac{h_2}{b} + \frac{2h_3}{b + b_4} + \frac{h_4}{b_4} = \frac{11,5}{2 \cdot 10} + \frac{1,5}{10} + \frac{2 \cdot 3}{10 + 3} + \frac{1,5}{3} = 1,69$$

iar permeanța specifică totală de dispersie a creștăturii este :

$$\lambda'_c = \frac{\lambda_i + \lambda_s + 2\lambda_m g}{4} \quad (1)$$

unde :

$$g = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \cos \gamma_k \quad (2)$$

este un coeficient care ține seama de defazajul curenților dintre diferitele laturi de bobine aflate în creștătură. În expresia (2), n este numărul laturilor de bobină ale fazei, iar γ_k este defazajul care apare între două laturi de bobină așezate în aceeași creștătură.

În cazul înfășurării cu pas diametral $g = 1$, deci permeanța specifică de dispersie are expresia :

$$\lambda'_c = \frac{\lambda_i + \lambda_c + 2\lambda_m}{4} = \frac{2,84 + 1,49 + 2 \cdot 1,69}{4} = 1,93.$$

Inductivitatea de dispersie a unei bobine este :

$$L'_b = 2\mu_0 N_{2i}^2 l_i \lambda'_c \frac{4}{2}$$

iar inductivitatea de dispersie a unei faze este :

$$L_\sigma = 2pqL'_b = 2pq \cdot 2\mu_0 N_{2i}^2 l_i \frac{4\lambda'_c}{2} = 2pq\mu_0 \cdot 4N_{2i}^2 l_i \lambda'_c.$$

Rezultă reactanța de dispersie a unei faze :

$$X_\sigma = 2\pi f L_\sigma = 2\pi \cdot 50 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 9^2 \cdot 0,4 \cdot 1,93 = 0,793 \Omega.$$

3) În cazul înfășurării cu pasul scurtat cu o creștătură, între laturile de bobine aflate în aceeași creștătură și aparținând la faze diferite apare defazajul :

$$\gamma = \frac{2\pi}{3}.$$

Numărul de laturi de bobină pe fază este :

$$n_e = \frac{2Z}{m} = 4pq = 4 \cdot 2 \cdot 2 = 16.$$

Deoarece înfășurarea este scurtată cu o creștătură, iar numărul de creștături pe pol și fază este $q = 2$, jumătate din numărul laturilor de bobină de pe o fază se află în creștături în care unul dintre straturi este ocupat de laturile de bobină ale celorlalte faze.

Prin urmare :

$$g = \frac{1}{n} \left[\frac{n}{2} \cos \gamma + \frac{n}{2} \right] = \frac{1 + \cos \frac{2\pi}{3}}{2} = 0,75.$$

Permeanța specifică de dispersie are valoarea :

$$\lambda'_c = \frac{2,84 + 1,49 + 0,75 \cdot 1,69 \cdot 2}{4} = 1,72.$$

Reactanța de dispersie a înfășurării de fază are valoarea

$$X_\sigma = 2\pi \cdot 50 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 9^2 \cdot 0,4 \cdot 1,72 = 0,71 \Omega.$$

La înfășurările în două straturi cu pas scurtat reactanța de dispersie este mai redusă decât la înfășurarea cu pas diametral.

3.2. ÎNFAȘURĂRI DE CURENT ALTERNATIV

3.15. Se cere schema desfășurată a unei înfășurări trifazate, tetrapolare într-un strat, avînd capetele de bobină dispuse în două etaje și $Z = 30$ creștături.

Soluție. Numărul de creștături pe pol și fază este :

$$q = \frac{Z}{2pm} = \frac{30}{2 \cdot 2 \cdot 3} = 2 \frac{1}{2} \text{ creștături.}$$

Numărul de bobine pe fază la înfășurarea într-un strat rezultă din relația :

$$n_b = pq = 2 \cdot 2 \frac{1}{2} = 5.$$

Pasul diametral al înfășurării este :

$$y_d = \frac{Z}{2p} = \frac{30}{4} = 7 \frac{1}{2}.$$

La repartizarea creștăturilor pe faze se urmărește ca tensiunea electromotoare indusă pe fază să aibă valoarea maximă ; în acest scop se construiește steaua creștăturilor (fig. 3.16).

Unghiul electric între creștături vecine este :

$$\gamma = \frac{p \cdot 360^\circ}{Z} = \frac{2 \cdot 360^\circ}{30} = 24^\circ.$$

Numărul de raze distincte este

$$\frac{Z}{p} = \frac{30}{2} = 15.$$

Defazajul între începuturile a două faze vecine este :

$$y_f = \frac{120^\circ}{24^\circ} = 5 \text{ creștături.}$$

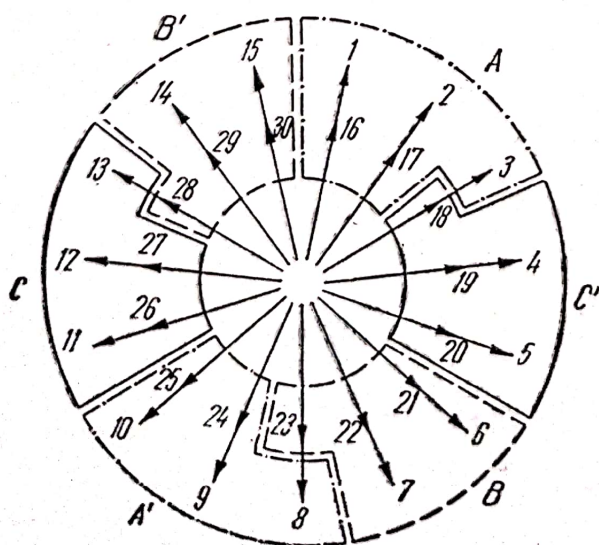


Figura 3.16.

Fie începutul fazei A în creștătura 1, atunci începutul fazei B este în creștătura 6, iar al fazei C în 11. În steaua creștăturilor se pot grupa pe faze fazele tensiunilor ținînd seama de următoarele :

— Tensiunile rezultante ale fazelor să fie egale și defazate între ele cu $2\pi/3$;

— Faza care are $q = 3$, respectiv două laturi de bobine pe pol trebuie să aibă acelaș număr de laturi de bobine și sub polul următor, pentru a se

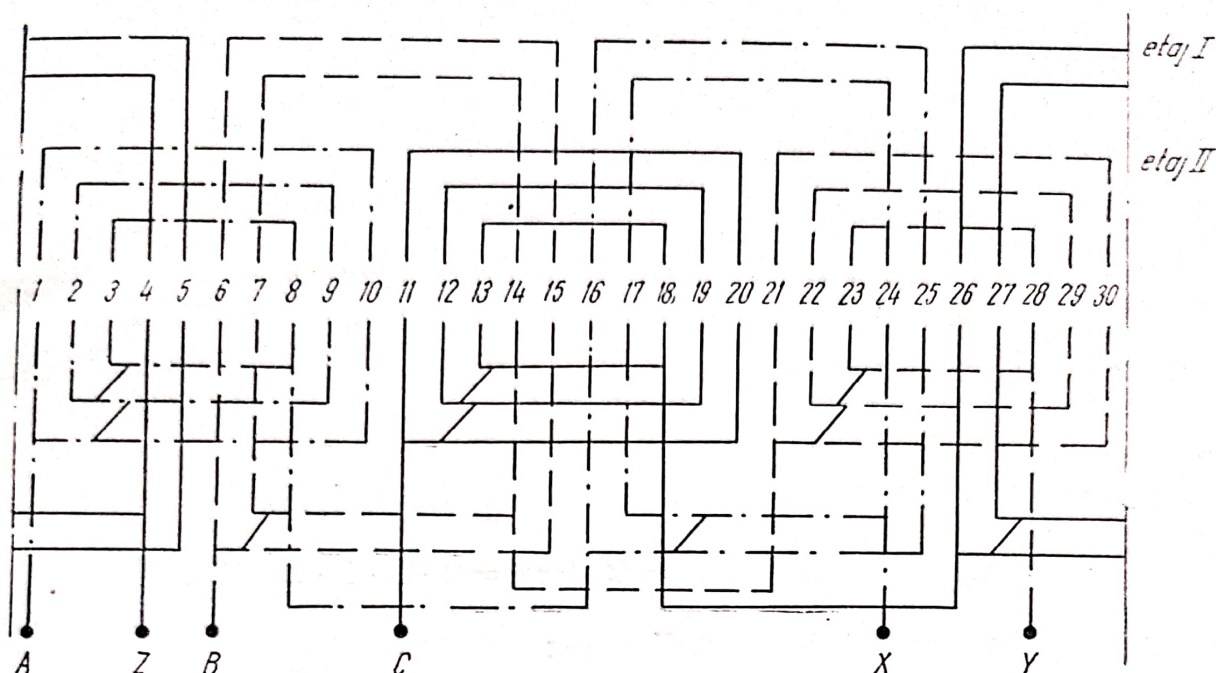


Figura 3.17.

putea forma bobinele, (de exemplu pentru faza A s-au luat fazorii 1, 2 și 3, respectiv 16 și 17) și urmează să se mai ia fazorii 8, 9 și 10, (respectiv 24 și 25).

Din figura 3.16 se constată că grupele de trei bobine au pasul mediu 7 (de exemplu 1—8 pe faza A, 21—28 pe faza B și 11—18 pe faza C), iar grupele de două bobine au pasul mediu 8 (16—24 pe faza A, 6—14 pe faza B și 26—4 pe faza C).

Pentru obținerea unor parametri identici pe cele trei faze, bobinele vor fi repartizate pe cele două etaje în mod identic pe toate fazele, de exemplu grupa de două bobine în primul etaj, respectiv grupa de trei bobine în al doilea etaj.

Schema desfășurată a înfășurării este reprezentată în figura 3.17.

3.16. Să se reprezinte grafic schemele desfășurate ale unor înfășurări trifazate, într-un strat, în două etaje având următoarele caracteristici:

- 1) $p = 2$ perechi de poli; $q = 2$ creștături pe pol și fază;
- 2) $p = 3$ perechi de poli; $q = 2$ creștături pe pol și fază.

Soluție

1) Numărul de creștături $Z = 2 \cdot p \cdot m \cdot q = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 = 24$.

Pasul diametral al înfășurării este $y_a = \frac{Z}{2p} = \frac{24}{2 \cdot 2} = 6$ creștături.

Pasul între începuturile a două faze succesive rezultă din relația :

$$y_f = \frac{Z}{3p} = \frac{24}{3 \cdot 2} = 4.$$

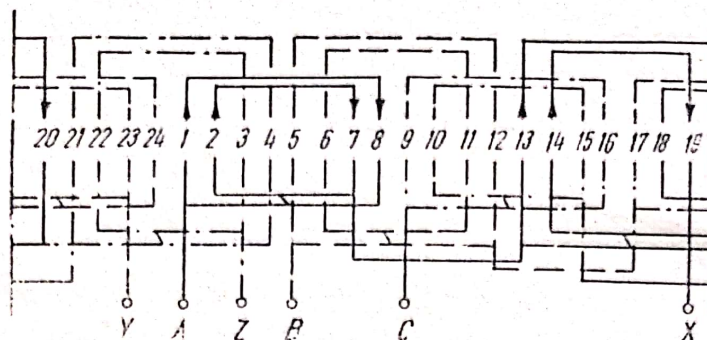


Figura 3.20.

Schema înfășurării este reprezentată în figura 3.18.

2) Numărul de creștături $Z = 2 \cdot p \cdot m \cdot q = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 36$.

Pasul diametral al înfășurării este:

$$y_d = \frac{Z}{2p} = \frac{36}{2 \cdot 3} = 6 \text{ creștături.}$$

Înfășurarea este reprezentată în figura 3.19.

Comparînd figurile 3.18 și 3.19 se observă disimetria rezistențelor pe fază ale înfășurării din figura 3.19. Înfășurarea fazei $A - X$ are o grupă de bobine în etajul I și două grupe în etajul II, faza $B - Y$ are o grupă de bobine în etajul I, o grupă în etajul II și o grupă de trecere de la etajul I la etajul II, iar faza $C - Z$ are două grupe de bobine în etajul I și o grupă în etajul II.

În general se evită folosirea înfășurărilor într-un strat cu capetele de bobină în două etaje în cazul în care numărul de perechi de poli p este impar.

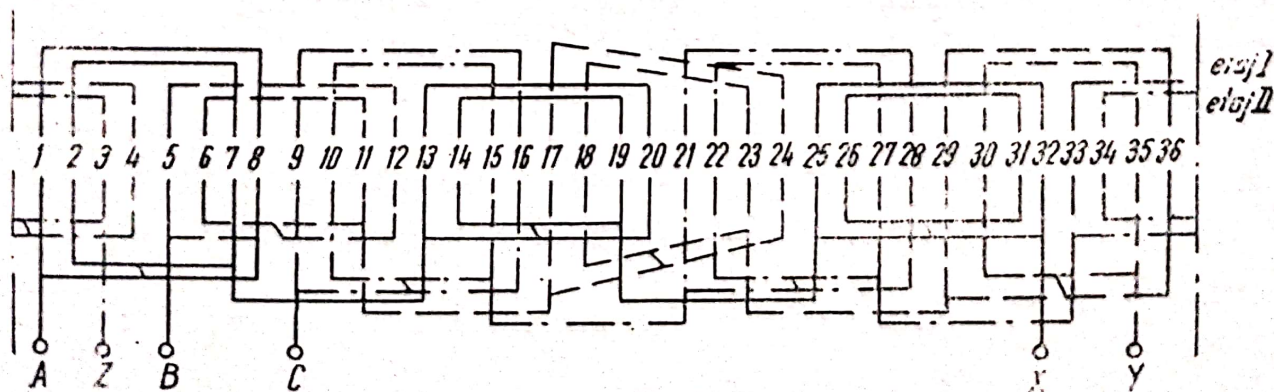


Figura 3.19.

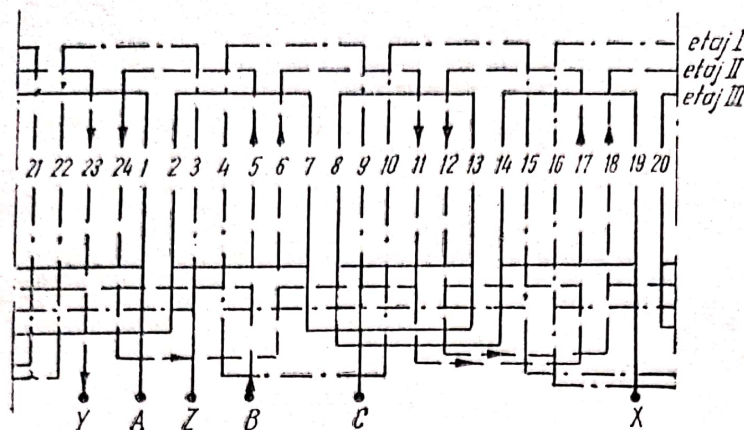


Figura 3.18.

3.17. Să se execute schema desfășurată a unei înfășurări trifazate, tetrapolare, de curent alternativ și să se calculeze factorul de înfășurare pentru fundamentală. Înfășurarea are $q = 2$ bobine pe pol și fază, pasul diametral, iar capetele de bobină sînt așezate în trei etaje.

Soluție. Numărul de creștături este $Z = 2 \cdot p \cdot m \cdot q = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ creștături. Pasul diametral al înfășurării este:

$$y_d = \frac{Z}{2p} = \frac{24}{2 \cdot 2} = 6 \text{ creștături.}$$

Schema desfășurată a înfășurării este reprezentată în figura 3.20.

Din figura 3.20 se observă că impedanțele fazelor sînt diferite datorită dimensiunilor diferite ale capetelor de bobină, fiecare fază ocupînd un etaj.

În figura 3.21 este reprezentat același tip de înfășurare, realizată pentru a fi utilizată la o mașină cu statorul divizat. În figura 3.21, *b* este indicată dispunerea capetelor de bobină și planul de secționare.

Înfășurarea din figura 3.21 are rezistențele fazelor de asemenea diferite.

Înfășurarea într-un strat cu capetele de bobină în trei etaje permite egalizarea rezistențelor pe toate fazele numai în cazul cînd p este divizibil cu 3.

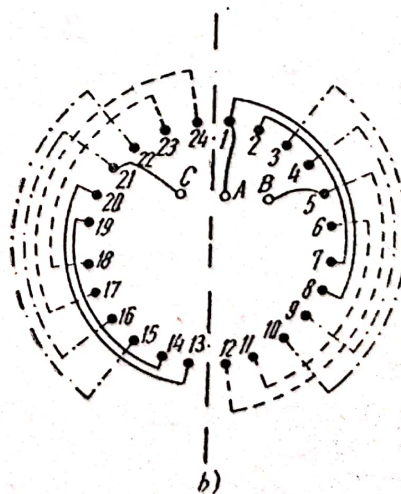
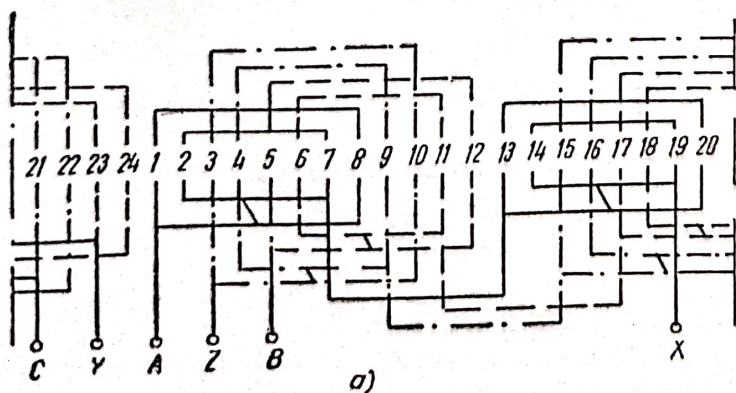


Figura 3.21.

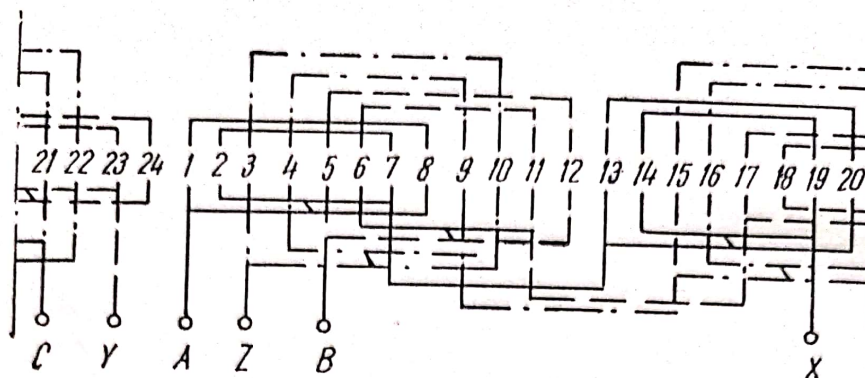


Figura 3.22.

Pentru cazul când p este divizibil cu 2 se pot egaliza rezistențele a două faze. În figura 3.22 rezistențele fazelor A și B sînt egale.

Înfășurarea fiind diametrală factorul de înfășurare este egal cu factorul de repartizare:

$$k_w = k_q = \frac{\sin q \frac{\gamma}{2}}{q \sin \frac{\gamma}{2}} = \frac{\sin 2 \frac{30}{2}}{2 \sin \frac{30}{2}} = 0,968$$

unde unghiul electric dintre două creștături vecine are valoarea

$$\gamma = \frac{p \cdot 360^\circ}{Z} = \frac{2 \cdot 360^\circ}{24} = 30^\circ.$$

3.18. Să se reprezinte grafic schema desfășurată a unei înfășurări trifazate într-un strat cu capetele de bobină în coroană.

Înfășurarea are $p = 1$ perechi de poli și $q = 2$ creștături pe pol și fază. Se vor analiza mai multe soluții constructive.

Soluție. Numărul de creștături al armăturii:

$$Z = 2pmq = 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 = 12.$$

Pasul înfășurării:

$$y = \frac{Z}{2p} = \frac{12}{2 \cdot 1} = 6 \text{ creștături.}$$

Distanța în creștături dintre începuturile a două faze succesive:

$$y_f = \frac{Z}{3p} = \frac{12}{3 \cdot 1} = 4 \text{ creștături.}$$

În figura 3.23 este reprezentată o înfășurare avînd capetele de bobină în coroană de bobine. La această înfășurare capetele de bobină au aceeași formă. O astfel de soluție constructivă se folosește pentru înfășurările executate din bare.

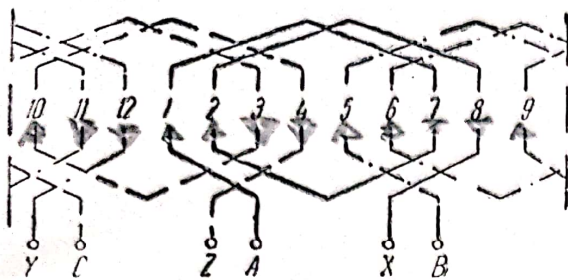


Figura 3.23.

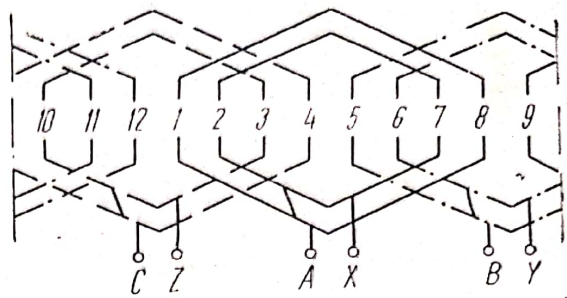


Figura 3.24.

În figura 3.24 este reprezentată o înfășurare cu capetele de bobină în coroană de grupe de bobine.

În figura 3.25 este reprezentată o înfășurare cu bobine identice. Înfășurările din figurile 3.23 și 3.25 diferă numai prin modul de execuție și reprezentare. Înfășurarea reprezentată în figura 3.24 cu capete de bobină dispuse în coroană de grupe este mai ușor de executat; răcirea capetelor de bobină la acest tip de înfășurare poate fi mai bună datorită spațiului liber care rămâne între bobinele fazelor vecine.

3.19. Să se reprezinte grafic schema desfășurată, steaua creștăturilor și diagrama de fazori a unei faze, pentru o înfășurare trifazată, tetrapolară având $q = 2$ bobine pe pol și fază. Înfășurarea se va executa în simplu strat cu pas scurtat cu capetele de bobină în coroană și cu intercalarea fazelor.

Soluție. Armătura care poartă înfășurarea are $Z = 2pmq = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ creștături.

Pasul diametral al înfășurării este $y_d = \frac{Z}{2p} = \frac{24}{2 \cdot 2} = 6$ creștături.

Alegem pasul înfășurării $y = 5$ creștături.

Înfășurarea este reprezentată în figura 3.26.

Cel mai mare divizor comun între Z și p este 2; prin urmare steaua creștăturilor are numai $\frac{Z}{2}$ fazori distincți.

Unghiul electric între două creștături vecine este $\gamma = \frac{2\pi p}{Z} = \frac{360^\circ \cdot 2}{24} = 30^\circ$.

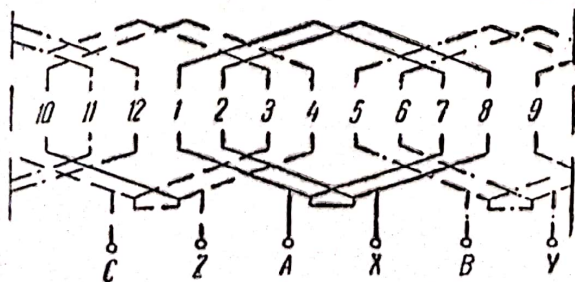


Figura 3.25.

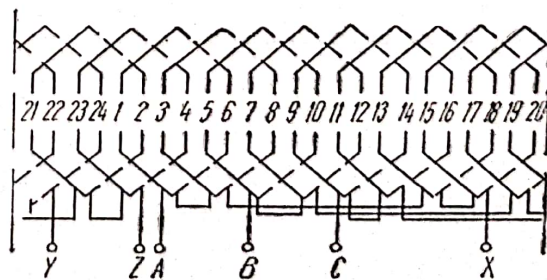


Figura 3.26.

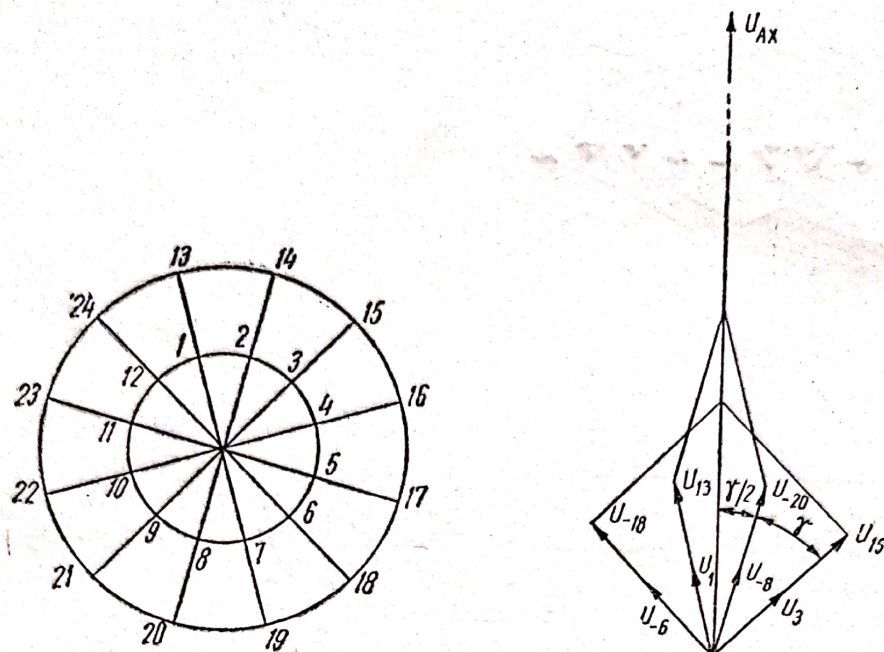


Figura 3.27.

Steaua creștăturilor și diagrama de fazori pentru faza A sînt reprezentate în figura 3.27.

Din figura 3.27 rezultă modul de calcul al factorului de înfășurare în cazul acestei înfășurări.

$$k_w = \frac{U_{A-X}}{\sum_{n=1}^8 U_n} = \frac{4u \cos \frac{\gamma}{2} + 4u \cos 3 \cdot \frac{\gamma}{2}}{8u} = \frac{4 \cos 15^\circ + 4 \cos 45^\circ}{8} = 0,832.$$

unde s-a notat cu u modulul tensiunii induse în fiecare latură.

Se observă că în cazul acestui tip de înfășurare, factorul de înfășurare pentru fundamentală are o valoare redusă, însă avantajul înfășurării este că reduce armonicile superioare din curba tensiunii magnetice.

3.20. Se cere schema desfășurată, steaua creștăturilor, diagrama tensiunilor și factorul de înfășurare al fundamentalei ai unei înfășurări în două straturi, trifazate, tetrapolare avînd $q = 3$, $a = 1$ și capetele de bobină dispuse în coroană. Înfășurarea se va efectua cu pas scurtat, avînd în vedere reducerea maximă a armonicilor 5 și 7.

Soluție. Numărul de creștături al înfășurării este:

$$Z = 2pmq = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36 \text{ creștături.}$$

Pasul diametral este:

$$y_d = \frac{Z}{2p} = \frac{36}{2 \cdot 2} = 9 \text{ creștături.}$$

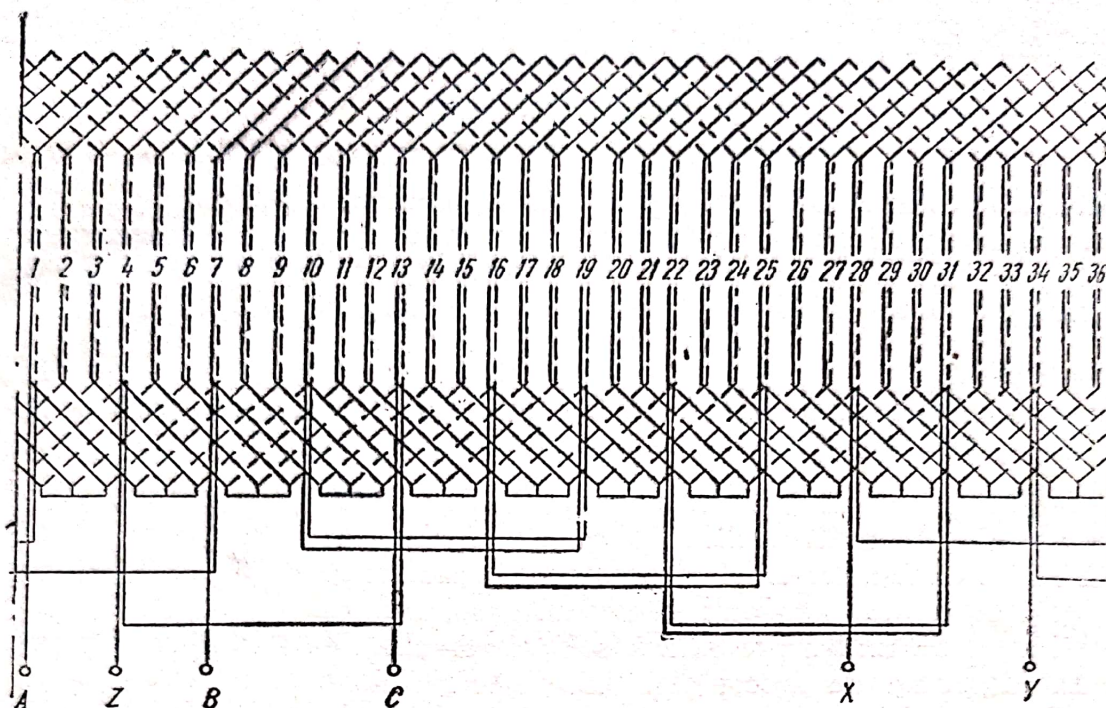


Figura 3.28.

Avînd în vedere reducerea armonicilor 5 și 7 din curba tensiunii magnetice, sînt posibile următoarele soluții pentru pasul scurtat al înfășurării: $y_1 = 7$; $y_2 = 8$.

Se va realiza înfășurarea cu pasul $y_1 = 7$ creștături, avînd scurtarea:

$$\frac{Y}{\tau} = \frac{y}{y_d} = \frac{7}{9} = 0,78$$

deoarece soluția $y_2 = 8$, conduce la o înfășurare care are numai armonica 7 redusă parțial.

Unghiul electric între două creștături vecine este:

$$\gamma = \frac{p \cdot 360^\circ}{Z} = \frac{2 \cdot 360^\circ}{36} = 20^\circ.$$

Pasul între începuturile a două faze succesive este:

$$y_f = \frac{120^\circ}{\gamma} = \frac{120^\circ}{20^\circ} = 6 \text{ creștături.}$$

Schema desfășurată a înfășurării este prezentată în figura 3.28.

Se observă că în cazul înfășurării cu pas scurtat numai o parte din creștături sînt ocupate de laturi de bobină aparținînd aceleiași faze și anume:

$2pm[q - (y_d - y)] = 2 \cdot 2 \cdot 3[3 - (9 - 7)] = 12$ creștături; în celelalte creștături sînt așezate laturi de bobină aparținînd la faze diferite.

Numărul de raze distincte în steaua creștăturilor este:

$$N = \frac{2\pi}{\gamma} = \frac{360^\circ}{20^\circ} = 18.$$

Steaua creștăturilor este reprezentată în figura 3.29.

În diagrama de fazori se urmărește ordinea și sensul de parcurgere a laturilor de bobină ale unei faze. De exemplu pentru faza $A - X$ avem următoarele laturi de bobină conectate în serie.

$$1 + (-8') + 2 + (-9') + 3 + (-10') + 19' + (-12) + 18' + (-11) + 17' + (-10) + 19 + (-26') + 20 + (-27') + 21 + (-28') + 1' + (-30) + 36' + (-29) + 35' + (-28).$$

Se observă că după înscrierea bobinelor aflate sub o pereche de poli poziția bobinelor în câmp se repetă astfel că tensiunea electromotoare rezultantă este egală cu dublul tensiunii electromotoare, indusă în porțiunea de înfășurare aflată sub o pereche de poli. În diagrama de fazori (fig. 3.30) este suficient să se adune cu el însuși vectorul sumă al grupelor de bobine 1, 2, 3 și 17', 18', 19'. Diagrama de fazori se construiește cu tensiunile induse în bobine.

Factorul de înfășurare al fundamentalei este:

$$k_w = k_y \cdot k_q,$$

unde factorul de scurtare

$$k_y = \sin \frac{Y}{\tau} \frac{\pi}{2} = \sin 0,78 \cdot 90^\circ = 0,939$$

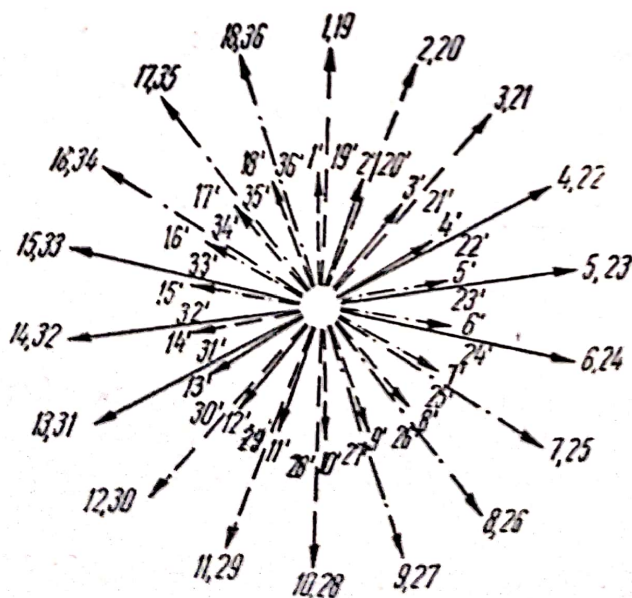


Figura 3.29.

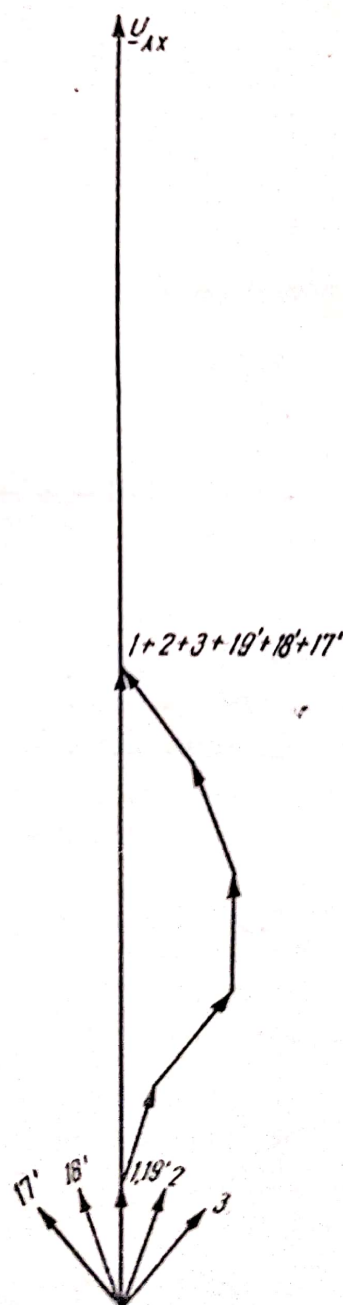


Figura 3.30.

iar factorul de repartizare

$$k_q = \frac{\sin \frac{q\gamma}{2}}{q \sin \frac{\gamma}{2}} = \frac{\sin \frac{3 \cdot 20^\circ}{2}}{3 \sin \frac{20^\circ}{2}} = 0,96.$$

Deci

$$k_w = 0,939 \cdot 0,96 = 0,902.$$

3.21. Se cere schema desfășurată, steaua creștăturilor, diagrama tensiunilor și factorul de înfășurare corespunzător fundamentalei pentru o înfășurare în două straturi, trifazată, tetrapolară avînd $q = 3$ creștături pe pol și fază. Înfășurarea se va efectua cu pas diametral și cu $a = 2$ căi de curent în paralel pe fază.

Soluție. Numărul de creștături ale înfășurării rezultă din relația :

$$Z = 2pmq = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36 \text{ creștături.}$$

Pasul diametral este :

$$y_d = \frac{Z}{2p} = \frac{36}{2 \cdot 2} = 9 \text{ creștături.}$$

Unghiul electric între 2 creștături vecine este :

$$\gamma = \frac{p \cdot 360^\circ}{Z} = \frac{2 \cdot 360^\circ}{36} = 20^\circ.$$

Pasul începuturilor a două faze succesive este :

$$y_f = \frac{120^\circ}{\gamma} = \frac{120^\circ}{20^\circ} = 6 \text{ creștături.}$$

Schema desfășurată a înfășurării este reprezentată în figura 3.31.

Se observă că pentru realizarea celor două căi de curent în paralel cele 4×3 bobine aparținînd aceleiași faze au fost conectate în schema serie-paralel, conform reprezentării simplificate din figura 3.32, în care se consideră doar o singură bobină pe pol și fază.

Unghiul geometric între 2 creștături vecine $\alpha_g = \frac{360^\circ}{Z} = \frac{360^\circ}{36} = 10^\circ$.

Steaua creștăturilor va avea 18 raze distincte și este reprezentată în figura 3.33.

Se observă că toate creștăturile sînt ocupate de laturi de bobină aparținînd aceleiași faze, fapt caracteristic înfășurării cu pas diametral.

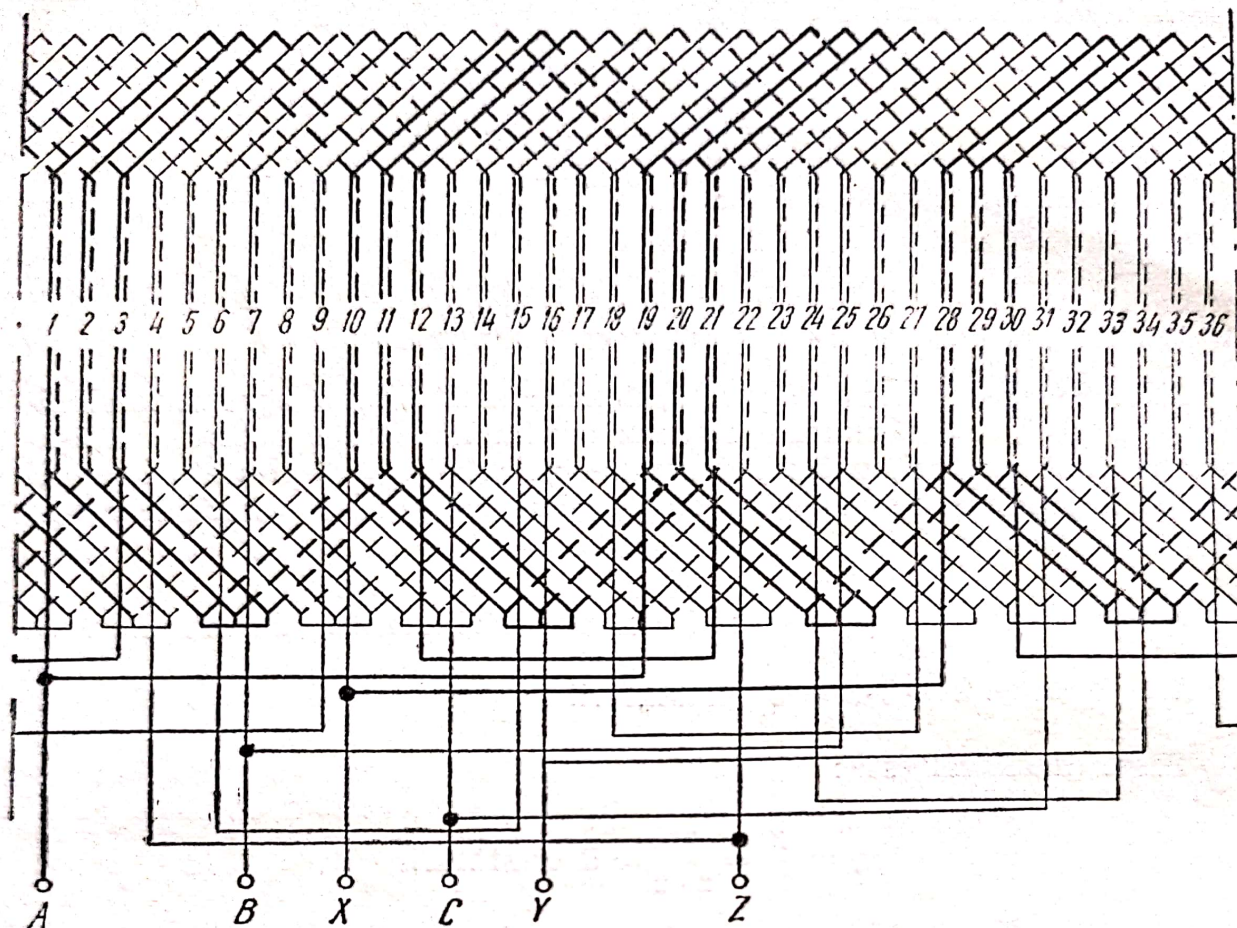


Figura 3.31.

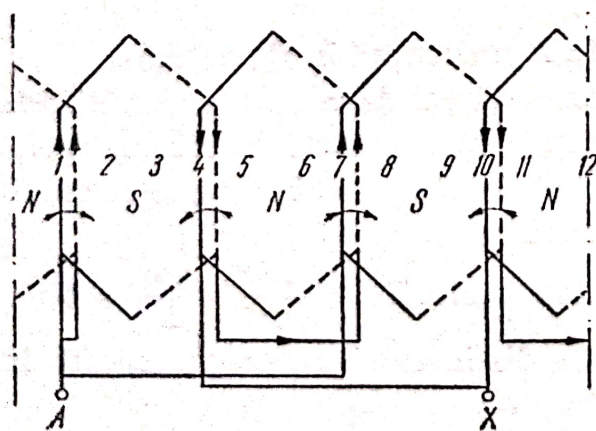


Figura 3.32.

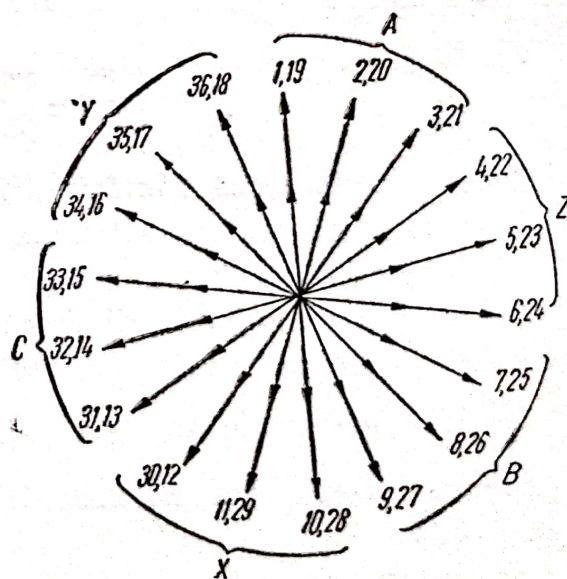


Figura 3.33.

Diagrama de fazori este reprezentată în figura 3.34.

Pentru calculul factorului de înfășurare corespunzător fundamentalei se determină mai întâi:

- factorul de scurtare $k_{y1} = 1$, înfășurarea fiind realizată cu pas diametral
- factorul de repartizare

$$k_{q1} = \frac{\sin \frac{q\gamma}{2}}{q \sin \frac{\gamma}{2}} = \frac{\sin \frac{3 \cdot 20^\circ}{2}}{3 \sin \frac{20^\circ}{2}} = 0,96.$$

Factorul de înfășurare este:

$$k_{w1} = k_{y1} \cdot k_{q1} = 1 \cdot 0,96 = 0,96.$$

3.22. Se cere schema desfășurată a unei înfășurări trifazate, tetrapolare în două straturi cu extinderea totală a zonelor, având $q = 2$. Să se construiască steaua creștăturilor și diagrama tensiunilor și să se calculeze factorul de înfășurare al fundamentalei.

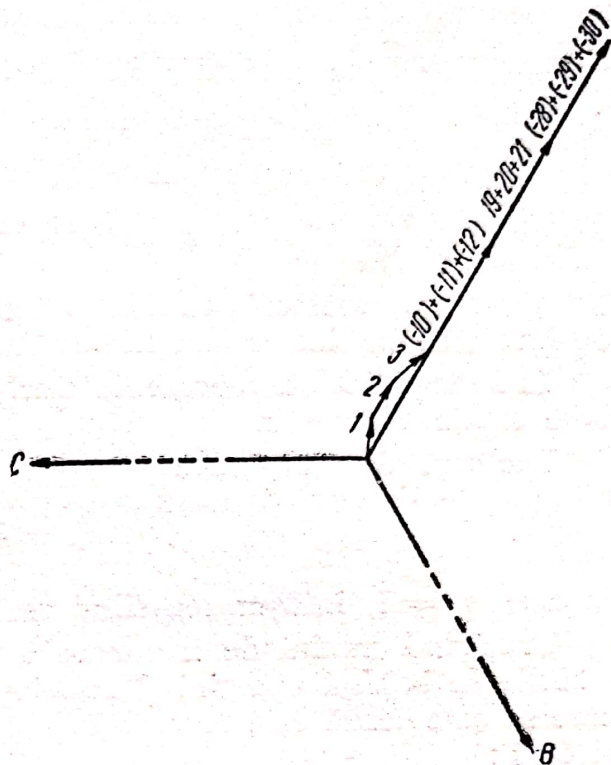


Figura 3.34.

Soluție. Numărul de creștături al înfășurării este:

$$Z = 2 p m q = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 = 24 \text{ creștături.}$$

Pasul diametral al înfășurării rezultă din relația $y_a = \frac{Z}{2p} = \frac{24}{4} = 6$ creștături.

Repartizarea conductoarelor în creștături în cazul înfășurării normale este reprezentată în figura 3.35 în care s-a notat convențional prin $\otimes$ latura de ducere și prin $\odot$ latura de întoarcere a bobinei.

La extinderea totală a zonelor cele $2q$ bobine pe fază corespunzătoare unei perechi de poli se așază în creștături alăturate conform figurii 3.36.

De observat faptul că în cazul înfășurării normale cu pas diametral creștăturile sînt ocupate de laturi de bobină aparținînd aceleiași faze; la

	A						C'						B						A'					
Nr. creștăturilor	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Strat superior	$\otimes$	$\otimes$	$\odot$	$\odot$	$\otimes$	$\otimes$	$\odot$	$\odot$	$\otimes$	$\otimes$	$\odot$	$\odot$	$\otimes$	$\otimes$	$\odot$	$\odot$	$\otimes$	$\otimes$	$\odot$	$\odot$	$\otimes$	$\otimes$	$\odot$	$\odot$
Strat inferior	$\otimes$	$\otimes$	$\odot$	$\odot$	$\otimes$	$\otimes$	$\odot$	$\odot$	$\otimes$	$\otimes$	$\odot$	$\odot$	$\otimes$	$\otimes$	$\odot$	$\odot$	$\otimes$	$\otimes$	$\odot$	$\odot$	$\otimes$	$\otimes$	$\odot$	$\odot$

Figura 3.35.

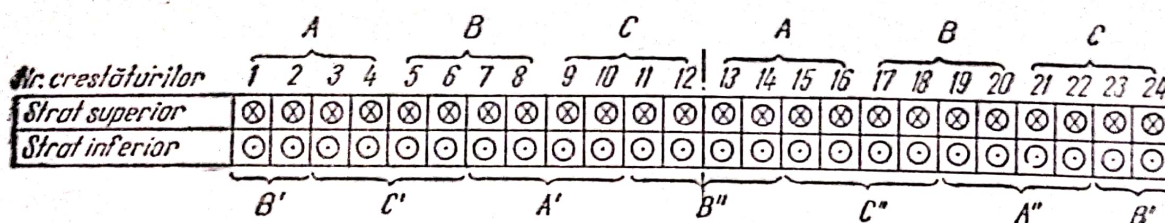


Figura 3.36.

Înfășurarea cu intercalarea totală a zonelor, toate creștăturile sînt ocupate de laturi de bobină aparținînd la faze diferite.

În figura 3.37 este reprezentată schema desfășurată a înfășurării cu extindere totală a zonelor.

Factorul de înfășurare

$$k_w = k_y \cdot k_q,$$

în care $k_y = 1$, înfășurarea fiind realizată cu pas diametral.

Urmărind modul de însumare a tensiunilor electromotoare induse în laturile de bobină aparținînd aceleiași faze, rezultă că factorul de repartizare se calculează ca pentru o înfășurare realizată cu $2q$ creștături pe pol și fază:

$$k_q = \frac{\sin 2q \frac{\gamma}{2}}{2q \sin \frac{\gamma}{2}}.$$

Unghiul electric are valoarea:

$$\gamma = \frac{p \cdot 360^\circ}{Z} = \frac{2 \cdot 360^\circ}{24} = 30^\circ.$$

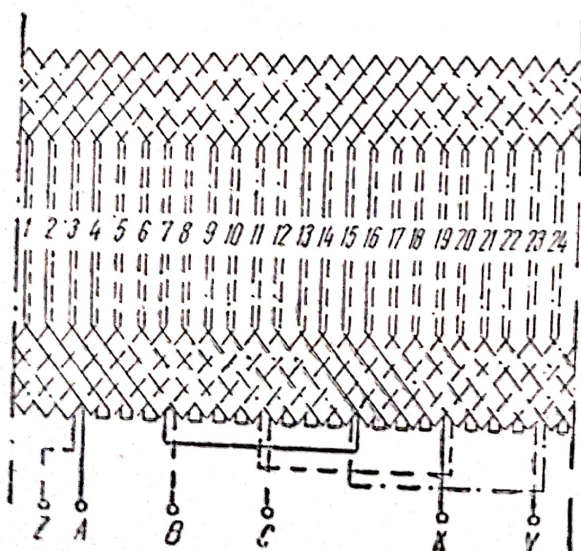


Figura 3.37.

Deci

$$k_q = \frac{\sin \left(2 \cdot 2 \cdot \frac{30^\circ}{2} \right)}{2 \cdot 2 \sin \frac{30^\circ}{2}} = \frac{\sin 60^\circ}{4 \sin 15^\circ} = 0,835.$$

În concluzie înfășurarea cu extindere totală a zonelor reduce valoarea efectivă a fundamentalei în comparație cu o înfășurare normală cu același număr de creștături pe pol și fază, însă ponderea armonicilor de ordin superior este mult mai mică, acesta fiind unul din avantajele acestui tip de înfășurare.

3.23. Se cere schema desfășurată și factorul de înfășurare a 1 unei înfășurări tetrapolare, trifazate, în dublu strat, avînd $q = 1 \frac{1}{4}$.

Soluție. Numărul de creștături este :

$$Z = 2mpq = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \frac{5}{4} = 15.$$

Numărul bobinelor pe fază :

$$n_b = 2pq = 2 \cdot 2 \cdot \frac{5}{4} = 5.$$

Cele cinci bobine pe fază trebuie împărțite în patru grupe corespunzătoare celor patru poli. O grupă va avea două bobine, iar trei grupe vor avea o bobină. Înfășurarea trebuie să fie simetrică în raport cu toate fazele, iar tensiunile induse pe fază trebuie să fie defazate cu $\frac{2\pi}{3}$.

Se construiește mai întîi steaua creștăturilor. Unghiul electric între două creștături vecine este :

$$\gamma = \frac{p \cdot 360^\circ}{Z} = \frac{2 \cdot 360^\circ}{15} = 48^\circ.$$

Deoarece cel mai mare divizor comun al lui Z și p este 1 rezultă că toate razele sînt distincte.

Steaua creștăturilor și modul de repartizare al bobinelor pe faze sînt indicate în figura 3.38.

Pasul dintre începuturile fazelor succesive se poate calcula cu formula :

$$y_f = 2q + 6kq = 2 \frac{5}{4} + 6 \frac{5}{4} k = \frac{5}{2} + \frac{15}{2} k$$

unde k este un număr natural oarecare.

Numărul k se alege astfel ca y_f să fie un număr întreg și să se încadreze în numărul de creștături al înfășurării. Pentru $k = 1$ se obține $y_f = \frac{5}{2} + \frac{15}{2} = 10$ creștături. Deci dacă faza A are începutul în creștătura 1, atunci faza B va avea începutul în creștătura 11 (pe fig. 3.38 s-au marcat începuturile fazelor).

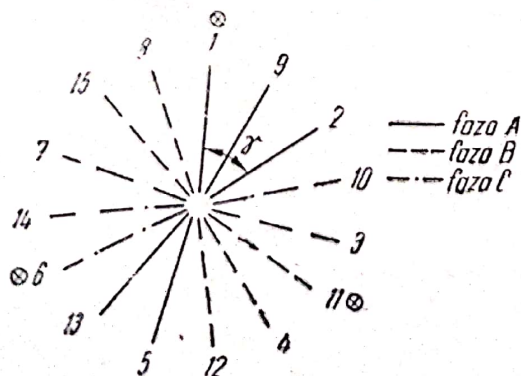


Figura 3.38.

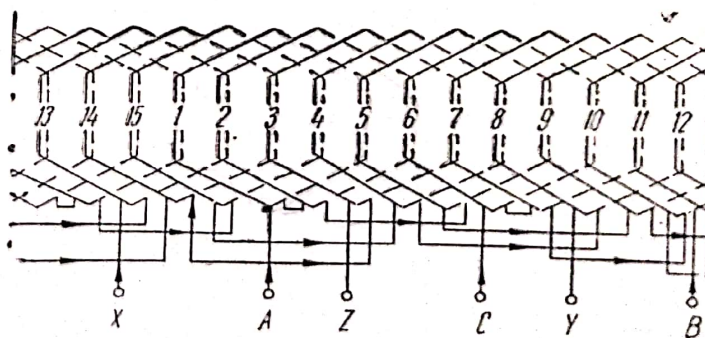


Figura 3.39.

Pasul înfăşurării este

$$y = \frac{Z}{2p} = \frac{15}{4} = 3 \frac{3}{4}.$$

Fie $y = 4$; se poate construi schema desfășurată a înfășurării după cum se arată în figura 3.39 avînd în vedere următoarea repartizare a bobinelor pe faze:

- faza A — X, bobinele 1, 2, 5, 9, 13
— faza B — Y, bobinele 11, 12, 15, 4, 8
— faza C — Z, bobinele 6, 7, 10, 14, 3.

Pentru acest tip de înfășurare se determină diagrama tensiunilor (v. fig. 3.40) cu ajutorul figurii 3.39 care indică poziția laturilor în creștătură și cu ajutorul figurii 3.38 care indică defazajul electric între creștături, deci între tensiunile electromotoare induse în diferitele laturi de bobină pentru înfășurarea unei faze.

În figura 3.40 este reprezentată la scară diagrama tensiunilor pentru faza A, ordinea de însumare corespunzând figurii 3.39.

Din figura 3.40 folosind definiția, se poate determina factorul de înfășurare:

$$k_w = \frac{U_{AX}}{\sum_{n=1}^{10} U_n} = \frac{2 \cos 24^\circ + 1 + 2 \cos 12^\circ}{5} = 0,9567.$$

3.24. Se cere schema desfășurată a unei înfășurări trifazate de tip Dahlander, pentru schimbarea numărului de perechi de poli în raportul

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{2}, \text{ știind că înfășurarea are } Z = 18 \text{ crestături.}$$

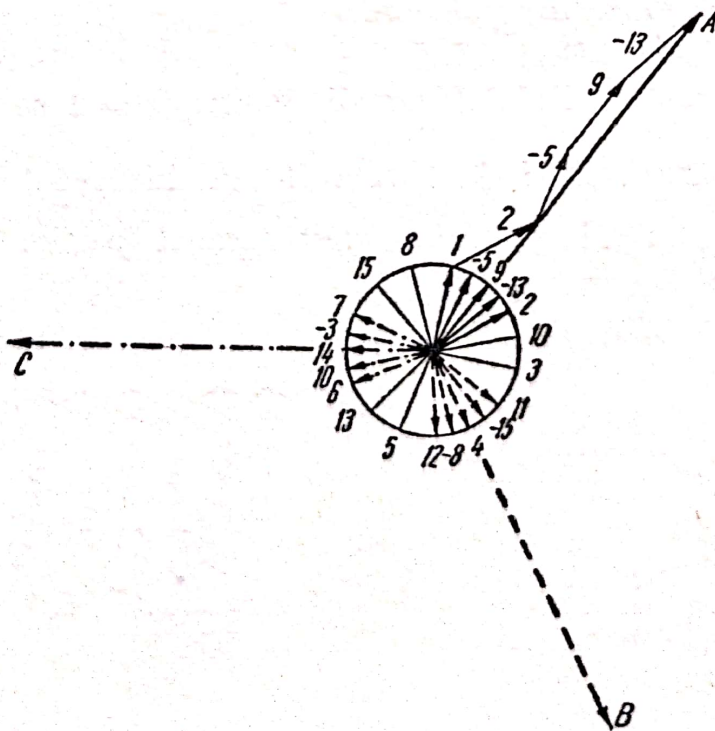


Figura 3.40.

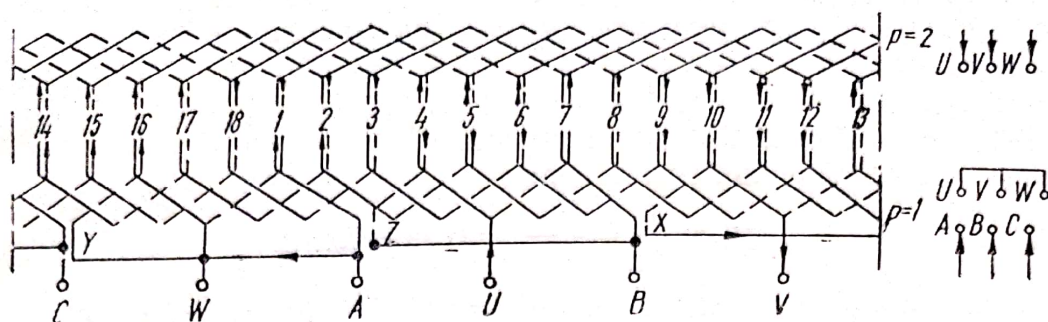


Figura 3.41.

Soluție. Numărul de creștături pe pol și fază se determină pentru înfășurarea având numărul mic de poli și este :

$$q = \frac{Z}{2mp} = \frac{18}{2 \cdot 3 \cdot 1} = 3.$$

Pasul înfășurării se determină pentru înfășurarea având numărul mare de poli. Rezultă :

$$y = \frac{Z}{2p} = \frac{18}{2 \cdot 2} = 4,5 \text{ creștături.}$$

Alegem $y = 4$ creștături.

Înfășurarea este reprezentată în figura 3.41.

Examinînd figura 3.41 se observă că înfășurarea este formată din trei porțiuni, $A - X$, $B - Y$ și $C - Z$, fiecare porțiune fiind realizată cu $\frac{Z}{3} = \frac{18}{3} = 6$ bobine ; la mijlocul fiecărei grupe de cîte șase bobine este scoasă o priză legată la bornele U, V, W . Porțiunile de înfășurare menționate sînt legate astfel : borna X cu borna C , borna Y cu borna A , borna Z cu borna B .

Alimentînd înfășurarea pe la bornele U, V, W iar bornele A, B, C rămînînd libere înfășurarea este conectată în triunghi (fig. 3.42, a) și are $p = 2$ perechi de poli.

Alimentînd înfășurarea pe la bornele A, B, C , cu bornele U, V, W legate în scurtcircuit înfășurarea este conectată în dublă stea (fig. 3.42, b) și are $p = 1$ perechi de poli.

În figura 3.41 sînt evidențiate sensurile curenților în momentul în care curențul prin faza U , respectiv A este maxim iar curenții prin celelalte două faze au valoarea pe jumătate și de sens opus. Din figură se observă că în primul caz s-au format două perechi de poli, iar în cel de al doilea caz o pereche de poli.

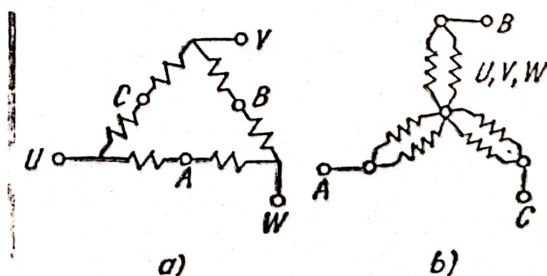


Figura 3.42.

3.25. Se cere schema desfășurată a unei înfășurări trifazate ondulate în bare, în două straturi, pentru un rotor al unei mașini de curent alternativ care are $p = 2$ și $q = 2$.

Soluție. Numărul de creștături al înfășurării este :

$$Z = 2mpq = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 24 \text{ creștături}$$

iar pasul diametral al înfășurării este :

$$y_d = \frac{Z}{2p} = \frac{24}{2 \cdot 2} = 6 \text{ creștături.}$$

La înfășurarea de curent alternativ pasul înfășurării, sau media a doi pași succesivi (dacă înfășurarea este cu pas scurtat) este egală cu pasul polar. Din această cauză după parcurgerea a $2p$ creștături, trecînd prin fața celor $2p$ poli înfășurarea s-ar închide — lucru ce nu este permis pentru înfășurările de curent alternativ. De aceea este necesar ca după parcurgerea a $2p$ creștături să se schimbe pasul, luîndu-se egal cu $y_d + 1$ sau $y_d - 1$. Continuînd înfășurarea parcurgem rotorul în același sens (cu pasul normal) de q ori, executînd astfel o jumătate de înfășurare. Ajungînd aici trebuie să schimbăm etajul (stratul), adică să legăm între ele două bare din același etaj și să schimbăm sensul parcursului. A doua jumătate a înfășurării se execută cu aceleași schimbări de pas ca și prima jumătate.

Schema desfășurată a înfășurării este prezentată în figura 3.43.

Înfășurarea este executată cu pas diametral, iar pentru exemplificare în tabelul 3.1 este prezentat modul de executare al conexiunilor pentru faza A.

TABELUL 3.1

Stratul superior	1-2	14	7	13	19	7	20	8-X
Stratul inferior	8	20	7	19-1	13	2	14	

Din tabelul 3.1, rezultă schimbările de pas (20-1 și 7-2) și schimbarea de sens de parcurs (19-1).

Acest tip de înfășurare este tipică pentru rotorul mașinilor asincrone cu rotorul bobinat.

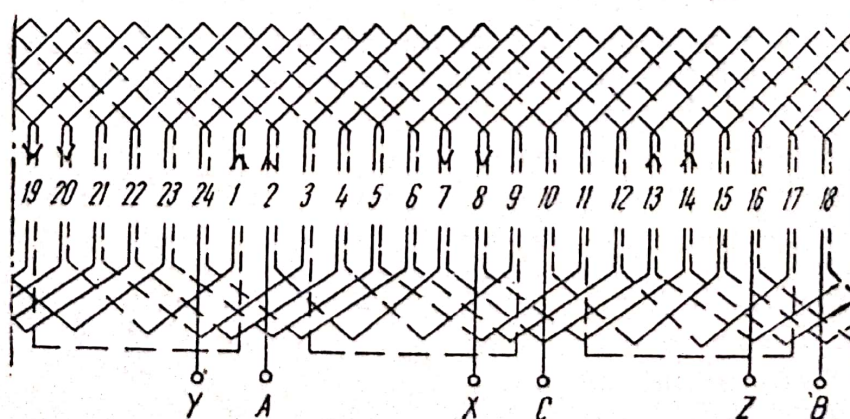


Figura 3.43.

Capitolul 4.

MAȘINA ASINCRONĂ

4.1. SCHEME ECHIVALENTE

4.1. O mașină asincronă tetrapolară are înfășurarea primară alimentată de la o sursă trifazată de frecvență $f_1 = 50$ Hz. Se cere să se calculeze alunecarea motorului și frecvența tensiunii electromotoare induse în rotor pentru următoarele valori ale turației rotorului:

1. $n = 0$,

2. $n = 1\,050$ rot/min în sensul câmpului învîrtitor,

3. $n = 1\,050$ rot/min în sens invers sensului câmpului învîrtitor,

4. $n = 1\,440$ rot/min în sensul câmpului învîrtitor.

Rotorul se învîrtește cu turație constantă în câmpul magnetic învîrtitor al statorului.

Soluție. Mașina fiind tetrapolară turația câmpului magnetic învîrtitor este:

$$n_1 = \frac{f_1}{p} = \frac{50}{2} = 25 \text{ rot/s} = 1\,500 \text{ rot/min.}$$

1) La pornire ($n = 0$), alunecarea este:

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{1\,500 - 0}{1\,500} = 1.$$

Frecvența tensiunii electromotoare induse rezultă din relația:

$$f_2 = sf_1 = 1 \cdot 50 \text{ Hz} = 50 \text{ Hz.}$$

2) La turația $n = 1\,050$ rot/min, motorul are alunecarea

$$s = \frac{1\,500 - 1\,050}{1\,500} = 0,3,$$

iar frecvența tensiunii electromotoare induse este

$$f_2 = 0,3 \cdot 50 = 15 \text{ Hz.}$$

3) La turația $n = 1\,050$ rot/min în sens opus sensului câmpului magnetic învîrtitor, alunecarea mașinii este:

$$s = \frac{1\,500 + 1\,050}{1\,500} = 1,7,$$

iar frecvența tensiunii electromotoare induse :

$$f_2 = 1,7 \cdot 50 = 85 \text{ Hz.}$$

La această turație mașina asincronă funcționează în regim de frână.

4) La turația $n = 1440 \text{ rot/min}$, motorul are alunecarea

$$s = \frac{1500 - 1440}{1500} = 0,04,$$

iar frecvența tensiunii electromotoare induse este :

$$f_2 = 0,04 \cdot 50 = 2 \text{ Hz.}$$

4.2. Un motor asincron cu puterea nominală $P_n = 2,2 \text{ kW}$, tensiunea nominală $U_{1n} = 380 \text{ V}$ și frecvența nominală $f = 50 \text{ Hz}$ are rezistențele pe fază $R_1 = R'_2 = 1 \Omega$ și reactanțele de dispersie pe fază $X_{\sigma 1} = X'_{\sigma 2} = 5 \Omega$. Randamentul nominal al mașinii este $\eta_n = 0,79$, iar factorul de putere nominal $\cos \varphi_n = 0,7$. Pierderile nominale la mers în gol sînt $P_0 = 150 \text{ W}$, iar curentul de mers în gol $I_{10} = 0,4 I_{1n}$. Înfășurarea statorului este conectată în stea.

Se cere să se determine parametrii schemei electrice echivalente.

Soluție. Pentru determinarea schemei electrice echivalente a motorului, cunoscînd rezistențele și reactanțele de dispersie pe fază, este necesar să se calculeze rezistența și reactanța circuitului de magnetizare. Schema electrică echivalentă a mașinii este reprezentată în figura 4.1, a.

Curentul nominal al mașinii are valoarea efectivă :

$$I_{1n} = \frac{P_n}{\sqrt{3} U_{1n} \eta_n \cos \varphi_n} = \frac{2200}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,79 \cdot 0,7} = 6,04 \text{ A.}$$

Curentul de mers în gol al mașinii este :

$$I_{10} = 0,4 I_{1n} = 0,4 \cdot 6,04 = 2,416 \text{ A.}$$

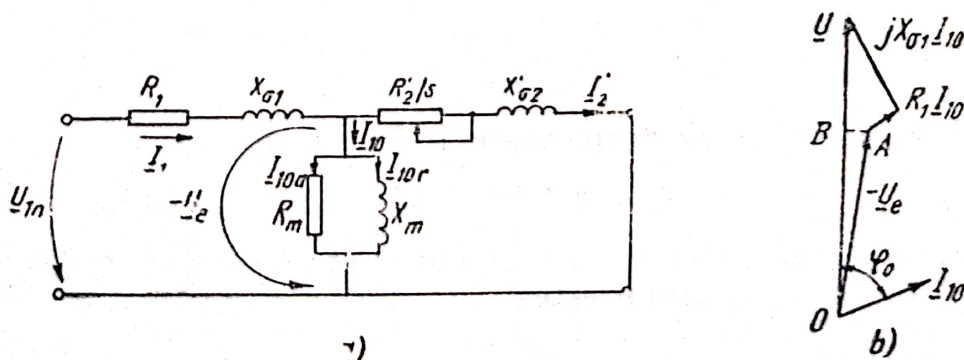


Figura 4.1.

Factorul de putere la funcționarea în gol are valoarea :

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3} U_{1n} I_{10}} = \frac{150}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 2,416} = 0,0945.$$

Componenta activă a curentului de mers în gol este

$$I_{0a} = I_{10} \cos \varphi_0 = 2,416 \cdot 0,0945 = 0,228 \text{ A},$$

iar componenta reactivă are valoarea

$$I_{0r} = \sqrt{I_{10}^2 - I_{0a}^2} = \sqrt{2,416^2 - 0,228^2} = 2,402 \text{ A}.$$

Din diagrama de fazori reprezentată în figura 4.1, *b* se calculează tensiunea electromotoare la mersul în gol :

$$\begin{aligned} U_e &= \sqrt{OB^2 + AB^2} = \\ &= \sqrt{(U - R_1 I_{10} \cos \varphi_0 - X_{\sigma 1} I_{10} \sin \varphi_0)^2 + (R_1 I_{10} \sin \varphi_0 - X_{\sigma 1} I_{10} \cos \varphi_0)^2} = \\ &= \sqrt{(U - R_1 I_{0a} - X_{\sigma 1} I_{0r})^2 + (R_1 I_{0r} - X_{\sigma 1} I_{0a})^2} = \\ &= \sqrt{(220 - 1 \cdot 0,228 - 5 \cdot 2,402)^2 + (1 \cdot 2,402 - 5 \cdot 0,228)^2} = 208,25 \text{ V}. \end{aligned}$$

Rezistența R_m corespunzătoare pierderilor în fier are valoarea :

$$R_m = \frac{U_e}{I_{0a}} = \frac{208,25}{0,228} = 914 \Omega,$$

iar reactanța din circuitul de magnetizare :

$$X_m = \frac{U_e}{I_{0r}} = \frac{208,25}{2,402} = 86,7 \Omega.$$

Schema echivalentă a mașinii asincrone este prezentată în figura 4.2.

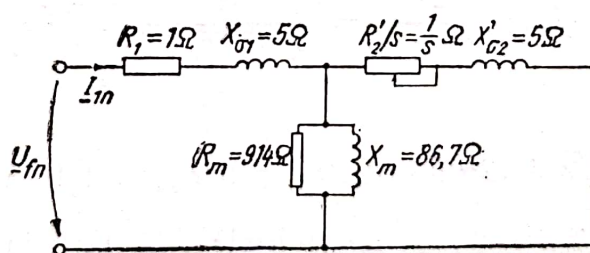


Figura 4.2.

4.3. Un motor asincron hexapolar are la funcționarea în sarcină nominală turația $n = 940 \text{ rot/min}$, fiind alimentat de la o rețea trifazată de curent alternativ de frecvență $f = 50 \text{ Hz}$.

Tensiunea indusă pe o fază din rotor la funcționarea cu rotorul deschis are valoarea efectivă $U_{20} = 240 \text{ V}$. Rezistența pe fază a circuitului rotorului este $R_2 = 3 \Omega$, iar reactanța de dispersie $X_{\sigma 2} = 7,5 \Omega$. Presupunând că

fluxul rămâne constant de la pornire pînă la funcționarea în gol, se cere să se determine :

1. alunecarea la sarcină nominală ;
2. curentul rotorului la pornirea directă (fără reostat în rotor) ;
3. curentul rotorului la funcționarea în sarcină nominală.

Soluție. 1) Alunecarea la sarcină nominală este :

$$s_n = \frac{n_1 - n}{n_1} 100\%.$$

Turația sincronă n_1 are valoarea :

$$n_1 = \frac{f_1}{p} = \frac{50}{3} \text{ rot/s},$$

iar turația nominală

$$n = \frac{940}{60} = \frac{47}{3} \text{ rot/s};$$

prin urmare

$$s_n = \frac{50 - 47}{50} 100 = 6\%.$$

2) Curentul rotorului este

$$\underline{I}_2 = \frac{s U_{20}}{R_2 + jsX_{\sigma 2}}.$$

La pornire ($s = 1$) curentul în rotor este :

$$\underline{I}_{2p} = \frac{240}{3 + j 7,5} = \frac{240}{\sqrt{3^2 + 7,5^2}} e^{j \arctg \frac{7,5}{3}}$$

respectiv

$$i_2 = 29,5 \cdot \sqrt{2} \sin(2\pi ft - 1,19), \quad (\text{cu } \varphi_{2p} = 1,19 \text{ } r = 68,18^\circ).$$

3) La funcționarea în sarcină nominală $s = 0,04$, iar curentul în rotor este :

$$\underline{I}_{2n} = \frac{240}{\frac{3}{0,06} + j 7,5} = \frac{240}{\sqrt{50^2 + 7,5^2}} e^{j \arctg \frac{7,5}{50}};$$

respectiv

$$i_2 = 4,75 \sqrt{2} \sin(2\pi ft - 0,15) \quad (\text{cu } \varphi_2 = 0,15 \text{ } r = 8,59^\circ).$$

4.4. Un motor asincron trifazat de putere nominală $P_n = 3 \text{ kW}$, tensiune nominală $U_n = 380/220 \text{ V}$ și frecvență nominală $f = 50 \text{ Hz}$ are rezistențele pe fază ale înfășurărilor $R_1 = R'_2 = 1 \Omega$ și reactanțele de dispersie pe fază $X_{\sigma 1} = X'_{\sigma 2} = 4 \Omega$. Randamentul nominal al motorului are valoarea $\eta_n = 0,82$, factorul de putere nominal $\cos \varphi_n = 0,75$, pierderile nominale la funcționarea în gol $P_0 = 150 \text{ W}$, iar curentul de mers în gol $I_{10} = 0,45 I_{1n}$. Se cere să se determine mărimile necesare construcției diagramei cercului.

Soluție. Curentul nominal pe fază al mașinii are valoarea

$$I_{1n} = \frac{P_n}{\eta_n \sqrt{3} U_n \cos \varphi_n} = \frac{3000}{0,82 \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,75} = 7,41 \text{ A.}$$

Curentul de mers în gol al motorului este :

$$I_{10} = 0,45 I_{1n} = 0,45 \cdot 7,41 = 3,34 \text{ A.}$$

Factorul de putere la funcționarea în gol a mașinii este :

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3} U_n I_{10}} = \frac{150}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 3,34} = 0,0682.$$

Curentul de scurtcircuit al mașinii este :

$$I_{1sc} = \frac{U_{1n}}{\sqrt{(R_1 + R'_2)^2 + (X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2})^2}} = \frac{220}{\sqrt{(1+1)^2 + (4+4)^2}} = 26,6 \text{ A.}$$

Factorul de putere la scurtcircuit are valoarea :

$$\cos \varphi_{sc} = \frac{R_{sc}}{Z_{sc}} = \frac{R_1 + R'_2}{\sqrt{(R_1 + R'_2)^2 + (X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2})^2}} = \frac{1+1}{\sqrt{(1+1)^2 + (4+4)^2}} = 0,242.$$

Diagrama cercului se construiește cu ajutorul celor trei puncte :

1) punctul de mers în gol P_0

$$I_0 = 3,34 \text{ A}$$

$$\varphi_0 = 86^\circ 5',$$

2) punctul nominal P_n

$$I_n = 7,41 \text{ A}$$

$$\varphi_n = 41^\circ 18',$$

3) punctul de scurtcircuit P_{sc}

$$I_{sc} = 26,6 \text{ A}$$

$$\varphi_{sc} = 76^\circ.$$

Cercul este reprezentat în figura 4.3.

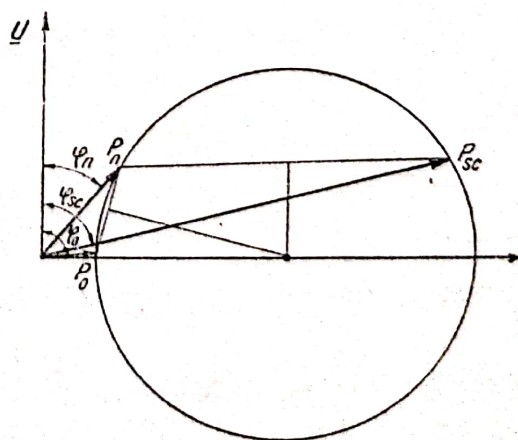


Figura 4.3.

4.5. Un motor asincron trifazat cu rotorul bobinat, avînd tensiunea nominală 380 V, absoarbe în regim de scurtcircuit, cu rotorul cald, un curent de 61 A la tensiunea de linie de 110 V, factorul de putere fiind $\cos \varphi_{sc} = 0,336$.

Înfășurările statorului și rotorului sînt legate în stea și au următoarele date caracteristice:

- numărul de creștături: $Z_1 = 72$, $Z_2 = 120$;
- numărul de conductoare în creștătură: $n_{c1} = 9$; $n_{c2} = 2$
- numărul de perechi de poli: $p = 2$.

Știind că înfășurările sînt realizate cu pas diametral, iar parametrii înfășurării statorului sînt: rezistența $R_1 = 0,159 \Omega$ și reactanța de dispersie $X_{\sigma 1} = 0,46 \Omega$, se cere să se determine:

- 1) parametrii echivalenți ai motorului la scurtcircuit;
- 2) parametrii înfășurării rotorului (rezistența și reactanța pe fază), rotorul fiind în repaus;
- 3) pierderile în înfășurări la curentul $I_{1sc} = 61 \text{ A}$.

Soluție. 1) Impedanța echivalentă a motorului la scurtcircuit este

$$Z_{sc} = \frac{U_{scf}}{I_{scf}} = \frac{110}{\sqrt{3} \cdot 61} = 1,04 \Omega.$$

— Rezistența echivalentă la scurtcircuit este:

$$R_{sc} = R_1 + R'_2 = Z_{sc} \cdot \cos \varphi_{sc} = 1,04 \cdot 0,336 = 0,35 \Omega,$$

iar reactanța echivalentă

$$X_{sc} = X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2} = Z_{sc} \sin \varphi_{sc} = 1,04 \cdot \sqrt{1 - 0,336^2} = 0,98 \Omega.$$

2) Parametrii raportați ai înfășurării rotorului au valorile:

$$R'_2 = R_{sc} - R_1 = 0,35 - 0,159 = 0,191 \Omega$$

respectiv

$$X'_{\sigma 2} = X_{sc} - X_{\sigma 1} = 0,98 - 0,46 = 0,52 \Omega.$$

Parametrii reali ai înfășurării rotorului rezultă din relațiile:

$$R_2 = R'_2 \frac{m_2}{m_1} \left[\frac{w_2 k_{w2}}{w_1 k_{w1}} \right]^2,$$

și

$$X_{\sigma 2} = X'_{\sigma 2} \frac{m_2}{m_1} \left[\frac{w_2 k_{w2}}{w_1 k_{w1}} \right]^2,$$

unde:

numerele de spire pe fază ale înfășurărilor sînt:

$$w_1 = \frac{n_{c1} \cdot Z_1}{2m_1} = \frac{9 \cdot 72}{2 \cdot 3} = 108 \text{ spire}$$

$$w_2 = \frac{n_{c2} \cdot Z_2}{2m_2} = \frac{2 \cdot 120}{2 \cdot 3} = 40 \text{ spire}$$

iar factorii de înfășurare

$$k_{w1} = k_{y1} \cdot k_{q1}$$

$$k_{w2} = k_{y2} \cdot k_{q2}$$

Înfășurările fiind realizate cu pas diametral, factorii de scurtare au valorile $k_{y1} = k_{y2} = 1$.

Factorii de repartizare se calculează din relația:

$$k_{q1} = \frac{\sin \frac{q\gamma}{2}}{q \sin \frac{\gamma}{2}},$$

unde q este numărul de creștături pe pol și fază:

$$q_1 = \frac{Z_1}{2pm_1} = \frac{72}{4 \cdot 3} = 6$$

$$q_2 = \frac{Z_2}{2pm_2} = \frac{120}{4 \cdot 3} = 10,$$

iar γ este unghiul electric între două creștături vecine

$$\gamma_1 = \frac{p \cdot 360^\circ}{Z_1} = \frac{2 \cdot 360^\circ}{72} = 10^\circ$$

$$\gamma_2 = \frac{p \cdot 360^\circ}{Z_2} = \frac{2 \cdot 360^\circ}{120} = 6^\circ.$$

Rezultă astfel:

$$k_{w1} = 1 \cdot \frac{\sin \frac{6 \cdot 10^\circ}{2}}{6 \sin \frac{10^\circ}{2}} = 0,951$$

$$k_{w2} = 1 \cdot \frac{\sin \frac{10 \cdot 6^\circ}{2}}{10 \sin \frac{6^\circ}{2}} = 0,955.$$

Deci

$$R_2 = 0,191 \frac{3(40 \cdot 0,955)^2}{3(108 \cdot 0,951)^2} = 0,0264 \Omega,$$

$$X_{\sigma 2} = 0,52 \frac{3(40 \cdot 0,955)^2}{3(108 \cdot 0,951)^2} = 0,0719 \Omega.$$

3) Pierderile în înfășurări, corespunzătoare curentului de scurtcircuit $I_{sc} = 61 \text{ A}$ (înfășurarea avînd conexiunea Y), sînt:

$$P_{cu} = m_1 R_{sc} I_{sc}^2 = 3 \cdot 0,35 \cdot 61^2 = 3915 \text{ W},$$

4.6. Un motor asincron trifazat cu înfășurarea primară legată în triunghi are următoarele date nominale:

- puterea nominală $P_n = 30 \text{ kW}$
- frecvența nominală $f = 50 \text{ Hz}$
- factorul de putere $\cos \varphi_{1n} = 0,7$
- tensiunea nominală $U_{1n} = 400 \text{ V}$
- randamentul nominal $\eta_n = 0,85$
- curentul de mers în gol $I_0 = 28,8 \text{ A}$.

Să se determine alunecarea nominală a motorului, în ipoteza că se neglijează pierderile în miezul feromagnetic. Se cunosc: rezistența pe fază a înfășurării statorului $R_1 = 0,24 \Omega$, reactanța de disipare a înfășurării statorului $X_{\sigma 1} = 0,48 \Omega$, rezistența pe fază a rotorului, raportată la stator, $R'_2 = 0,36 \Omega$, reactanța de dispersie pe fază a rotorului, raportată la stator, $X'_{\sigma 2} = 0,53 \Omega$.

Soluție. În ipoteza neglijării componentei active a curentului de mers în gol, diagrama pe fazori a mașinii este reprezentată în figura 4.4.

Curentul nominal pe fază are valoarea:

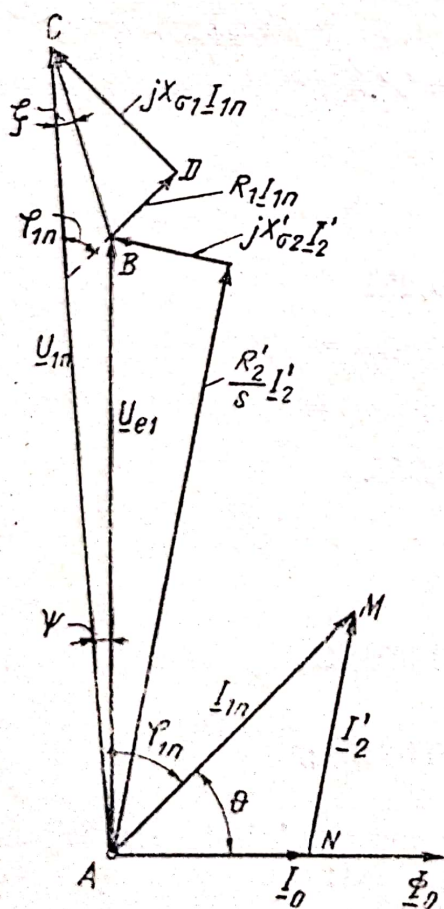


Figura 4.4.

$$I_{1n} = \frac{30 \cdot 10^3}{3 \cdot 400 \cdot 0,7 \cdot 0,85} = 41,7 \text{ A}$$

iar impedanța pe fază a înfășurării primare este:

$$Z_1 = \sqrt{0,24^2 + 0,48^2} = 0,535 \Omega.$$

Valoarea efectivă a tensiunii electromotoare rezultă din ΔABC (v. fig. 4.4):

$$U_{e1} = \sqrt{BC^2 + AC^2 - 2BC \cdot AC \cos \xi}$$

unde

$$\overline{BC} = Z_1 I_{1n} \text{ și } \overline{AC} = U_{1n},$$

iar unghiul ξ are valoarea:

$$\begin{aligned} \hat{\xi} &= \frac{\pi}{2} - \varphi_{1n} - \arctg \frac{R_1}{X_{\sigma 1}} = \\ &= \frac{\pi}{2} - \arccos 0,7 - \arctg \frac{0,24}{0,48} = 18^\circ. \end{aligned}$$

Valoarea efectivă a tensiunii electromotoare este :

$$U_e = \sqrt{(41,7 \cdot 0,535)^2 + 400^2 - 2 \cdot 41,7 \cdot 0,535 \cdot 400 \cos 18^\circ} = 378 \text{ V.}$$

Valoarea efectivă a curentului secundar raportat, rezultă din ΔAMN (vezi figura 4.4)

$$I'_2 = \sqrt{I_{1n}^2 + I_0^2 - 2I_{1n} I_0 \cos \theta}$$

unde :

$$\theta = \frac{\pi}{2} + \psi - \varphi_{1n} = 90^\circ + 55' - 45^\circ 30' = 45^\circ 25'$$

$$\begin{aligned} \psi &= \arcsin \left(\frac{BC}{AB} \sin \xi \right) = \arcsin \left(\frac{I_{1n} Z_1}{U_{e1}} \sin 18^\circ \right) = \\ &= \arcsin \frac{41,7 \cdot 0,535}{378} \sin 18^\circ = 55'. \end{aligned}$$

Valoarea efectivă a curentului secundar raportat este deci :

$$I'_2 = \sqrt{41,7^2 + 28,2^2 - 2 \cdot 41,7 \cdot 28,2 \cos (45^\circ 25')} = 29,5 \text{ A.}$$

Din triunghiul dreptunghic ADB rezultă :

$$U_{e1}^2 = I_2'^2 \left[\left(\frac{R'_2}{s_n} \right)^2 + X_{\sigma 2}^2 \right].$$

Prin urmare alunecarea nominală este :

$$s_n = \frac{R'_2 I_2'}{\sqrt{U_{e1}^2 - (X_{\sigma 2} I_2')^2}} = \frac{0,36 \cdot 29,5}{\sqrt{378^2 - (0,53 \cdot 29,5)^2}} = 0,028.$$

4.7. Un motor asincron trifazat cu rotorul bobinat este alimentat de la o rețea trifazată cu tensiunea $U_n = 380 \text{ V}$ și funcționează în sarcină nominală $P_n = 80 \text{ kW}$, avînd randamentul $\eta_n = 89,5\%$ și factorul de putere $\cos \varphi_n = 0,71$.

Mașina are numărul de poli $2p = 10$ și înfășurările legate în stea.

Se cunosc :

— parametri echivalenți ai înfășurărilor mașinii corespunzători schemei echivalente în Γ :

$$\begin{aligned} r_1 &= 0,028 \ \Omega; & x_{\sigma 1} &= 0,11 \ \Omega; & r'_2 &= 0,027 \ \Omega; \\ & & x'_{\sigma 2} &= 0,068 \ \Omega. \end{aligned}$$

— factorul de raportare al curentului din rotor la sator :

$$k = 1,21.$$

— curentul în rotor la funcționarea nominală $I_{2n} = 167 \text{ A}$,
— pierderile în fier la tensiunea nominală $P_{Fe} = 2,24 \text{ kW}$.

Se cere să se determine :

- 1) curentul absorbit de motor ;
- 2) pierderile în înfășurări la funcționare nominală ;
- 3) turația și alunecarea nominală a mașinii.

Soluție. 1) Curentul nominal al mașinii este

$$I_{1n} = \frac{80\,000}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,71 \cdot 0,895} = 191 \text{ A.}$$

2) Pierderile în înfășurarea statorului sînt

$$P_{cu1} = 3 \cdot 0,028 \cdot 191^2 = 3,06 \cdot 10^3 \text{ W} = 3,06 \text{ kW.}$$

Pentru calculul pierderilor în înfășurarea rotorului

$$P_{cu2} = m_1 r'_2 I_2'^2,$$

se determină mai întîi curentul din rotor raportat la înfășurarea statorului

$$I_2'' \approx I_2' = k I_2 = 1,21 \cdot 167 = 202 \text{ A.}$$

Deci :

$$P_{cu2} = 3 \cdot 0,027 \cdot 202^2 = 3,32 \cdot 10^3 \text{ W} = 3,32 \text{ kW.}$$

3) Alunecarea nominală a mașinii este

$$s_n = \frac{P_{cu2}}{P_e} \cdot 100 \%$$

unde puterea electromagnetică rezultă astfel :

$$P_e = P_1 - P_{cu1} - P_{Fe} = \frac{P_2}{\eta} - P_{cu1} - P_{Fe} = \frac{80}{0,895} - 3,06 - 2,24 = 83,9 \text{ kW.}$$

Prin urmare :

$$s_n = \frac{3,32}{83,9} \cdot 100 = 3,95 \%.$$

Turația nominală a mașinii are valoarea :

$$n_n = (1 - s_n)n_1 = (1 - 0,0395) \frac{60 \cdot 50}{5} = 576 \text{ rot/min.}$$

4.8. Un motor asincron trifazat avînd puterea nominală $P_n = 5,5 \text{ kW}$, tensiunea nominală $U_n = 220 \text{ V}$ și frecvența nominală $f_n = 50 \text{ Hz}$, are înfășurarea statorului conectată în stea. Parametrii înfășurării sînt : rezistența $R_1 = 0,30 \, \Omega$ și reactanța de dispersie $X_{\sigma 1} = 0,40 \, \Omega$. Parametrii înfășurării rotorului, raportați la stator, sînt : rezistența $R'_2 = 0,15 \, \Omega$ și reactanța de dispersie $X'_{\sigma 2} = 0,20 \, \Omega$. Reactanța de magnetizare a înfășurării statorului este $X_m = 10 \, \Omega$.

Se cere să se calculeze curentul absorbit de motor și puterea activă primită în următoarele situații :

- 1) mașina funcționează cu rotorul cald ($s = 1$) ;
- 2) mașina funcționează în gol ideal ($s = 0$) ;
- 3) mașina funcționează în regim de motor cu alunecare $s = 0,02$.

Soluție. 1) Schema echivalentă a mașinii asincrone la funcționarea cu rotorul cald este reprezentată în figura 4.5. Din schema echivalentă se obține

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1(\underline{Z}'_2 + \underline{Z}_m)}{\underline{Z}_1\underline{Z}'_2 + \underline{Z}_1\underline{Z}_m + \underline{Z}'_2\underline{Z}_m}$$

unde

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{\sigma 1} = 0,30 + j 0,4,$$

$$\underline{Z}'_2 = R'_2 + jX'_{\sigma 2} = 0,15 + j 0,2,$$

$$\underline{Z}_m = jX_m = j10.$$

Înlocuind în expresia curentului și considerînd pe $\underline{U}_1$ origine de fază rezultă :

$$\underline{I}_1 = \frac{\frac{220}{\sqrt{3}} (0,15 + j 0,2 + j 10)}{(0,3 + j 0,4) \cdot (0,15 + j 0,2) + (0,3 + j 0,4) j 10 + (0,15 + j 0,2) j 10} = 103,61 - j 136,9.$$

Valoarea efectivă a curentului primar este :

$$I_1 = 171,69 \text{ A}$$

iar puterea activă absorbită de mașină :

$$P_{sc} = \text{Re}(m\underline{U}_1\underline{I}_1^*)$$

$$P_{sc} = \text{Re}\left[3 \cdot \frac{220}{\sqrt{3}} (103,61 + j136,9)\right] = 39\,479 \text{ W} = 39,479 \text{ kW}.$$

2) Schema echivalentă a mașinii asincrone la funcționarea în gol ideal este reprezentată în figura 4.6. Din schema echivalentă rezultă :

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{R_1 + j(X_{\sigma 1} + X_m)} = \frac{\frac{220}{\sqrt{3}}}{0,3 + j(0,4 + 10)} = 0,352 - j 12,2.$$

Valoarea efectivă a curentului primar este :

$$I_1 = 12,205 \text{ A},$$

iar puterea activă absorbită de mașină :

$$\begin{aligned} P_0 &= \text{Re}(m\underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^*) \\ P_0 &= \text{Re}\left[3 \cdot \frac{220}{\sqrt{3}} (0,352 + j 12,2)\right] = \\ &= 134,13 \text{ W}. \end{aligned}$$

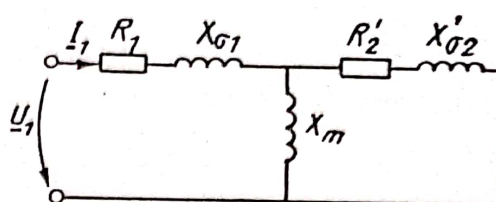


Figura 4.5.

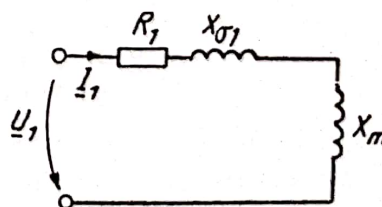


Figura 4.6.

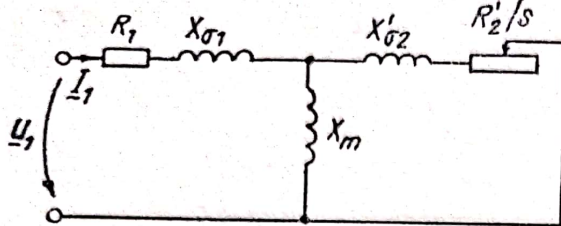


Figura 4.7.

3) Schema echivalentă la funcționarea mașinii în sarcină este reprezentată în figura 4.7.

Din schema echivalentă rezultă :

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}'_2 \underline{Z}_m}{\underline{Z}'_2 + \underline{Z}_m}}$$

unde :

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{\sigma 1} = 0,3 + j 0,4,$$

$$\underline{Z}'_2 = R'_2/s + jX'_{\sigma 2} = \frac{0,15}{0,02} + j 0,2 \quad (2)$$

$$\underline{Z}_m = jX_m = j10.$$

Înlocuind impedanțele în expresia curentului și considerînd fazorul $\underline{U}_1$ origine de fază, rezultă :

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \frac{\frac{220}{\sqrt{3}} \left(\frac{0,15}{0,02} + j 0,2 + j 10 \right)}{(0,3 + j 0,4) \left(\frac{0,15}{0,02} + j 0,2 \right) + (0,3 + j 0,4) j 10 + \left(\frac{0,15}{0,02} + j 0,2 \right) (j 10)} = \\ &= 14,6 - j 11,78. \end{aligned}$$

Valoarea efectivă a curentului primar este :

$$I_1 = 18,76 \text{ A}$$

iar puterea activă absorbită de mașină :

$$P = \operatorname{Re}(m \underline{U}_1 \underline{I}_1^*) = \operatorname{Re} \left[3 \cdot \frac{220}{\sqrt{3}} (14,6 + j 11,78) \right] = 5,563 \text{ kW}.$$

4.2. REGIMURI SIMETRICE DE FUNCȚIONARE

4.9. Un motor asincron trifazat tetrapolar, avînd tensiunea nominală pe fază $U_{1n} = 220 \text{ V}$, curentul nominal pe fază $I_{1n} = 33 \text{ A}$ la frecvența $f = 50 \text{ Hz}$, cuplul maxim $M_{max} = 220 \text{ Nm}$, factorul de supraîncărcare $M_{max}/M_n = 2,3$, cuplul la mersul în gol $M_0 = 0,02 M_{max}$, funcționează în sarcină nominală. La funcționarea în sarcină nominală pierderile în înfășurarea rotorului sînt $P_{cu2} = 350 \text{ W}$, pierderile în înfășurarea statorului $P_{cu1} = 1000 \text{ W}$ și pierderile în fier $P_{Fe} = 480 \text{ W}$.

Se cere să se determine :

- 1) alunecarea nominală,
- 2) randamentul nominal,
- 3) factorul de putere nominal.

Soluție. 1) Mașina fiind tetrapolară turația de sincronism, corespunzătoare frecvenței $f = 50$ Hz va fi

$$n_1 = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ rot/min} = 25 \text{ rot/s.}$$

Cuplul nominal al mașinii are valoarea

$$M_n = \frac{M_{max}}{k_m} = \frac{220}{2,3} = 95,7 \text{ Nm.}$$

Alunecarea corespunzătoare regimului nominal are valoarea:

$$s_n = \frac{P_{cu2}}{2\pi n_1 M_n} = \frac{350}{2\pi \cdot 25 \cdot 95,7} = 0,02325$$

sau în procente

$$s_n = 0,02325 \cdot 100 = 2,325\%.$$

2) Pentru determinarea randamentului este necesar să se determine puterea utilă a mașinii și puterea absorbită de aceasta. Puterea mecanică are valoarea $P_{mec} = 2\pi n_1 (1 - s_n) M_n = 2\pi \cdot 25 (1 - 0,02325) 95,7 = 14700 \text{ W}$ iar pierderile de frecare și ventilație sînt:

$$P_{f,v} = \omega_1 M_0 = 2\pi n_1 M_0 = 2\pi \cdot 25 \cdot 0,02 \cdot 220 = 692 \text{ W.}$$

Puterea utilă a mașinii este:

$$P_2 = P_{mec} - P_{f,v} = 14700 - 692 = 14008 \text{ W.}$$

Puterea P_1 absorbită de mașină de la rețea are valoarea:

$$P_1 = P_e + P_{cu1} + P_{Fe} = 15050 + 1000 + 480 = 16530 \text{ W}$$

unde

— puterea electromagnetică este

$$P_e = \omega_1 M_n = 2\pi n_1 M_n = 2\pi \cdot 25 \cdot 95,7 = 15050 \text{ W.}$$

Randamentul nominal are valoarea:

$$\eta_n = \frac{14008}{16530} = 0,849$$

sau în procente

$$\eta_n = 0,849 \cdot 100 = 84,9\%$$

3) Factorul de putere nominal este:

$$\cos \varphi_n = \frac{P_1}{m_1 U_{1n} I_{1n}} = \frac{16530}{3 \cdot 220 \cdot 33} = 0,758.$$

4.10. Un motor asincron trifazat cu rotorul bobinat, avînd tensiunea nominală $U_1 = 220$ V la conexiunea triunghi a înfășurării statorului, are următorii parametri ai înfășurărilor:

$$R_1 = 0,46 \, \Omega; \quad R_2 = 0,02 \, \Omega; \quad X_{\sigma 1} = 2,24 \, \Omega; \quad X_{\sigma 2} = 0,08 \, \Omega;$$

$$c_1 = 1,023$$

- numărul de spire pe fază $w_1 = 192$; $w_2 = 36$;
- factorii de înfășurare: $k_{w1} = 0,932$, $k_{w2} = 0,955$;
- numărul de perechi de poli $p = 3$.

Știind că $m_1 = m_2$ și curentul de mers în gol $I_0 \approx I_{0\mu} = 3,47$ A, să se determine:

1) Curenții în stator și în rotor, factorul de putere și cuplul electromagnetic la pornirea motorului cu rotorul scurtcircuitat.

2) Curentul în stator și în rotor, cuplul electromagnetic, turația nominală, pierderile în înfășurări și puterea electromagnetică a mașinii la funcționarea cu alunecarea nominală $s_n = 3\%$ pe caracteristica mecanică naturală.

3) Alunecarea critică și cuplul maxim al motorului pe caracteristica mecanică naturală.

4) Valoarea rezistenței suplimentare care trebuie introdusă în rotor pentru a obține cuplul de pornire egal cu cuplul maxim și valoarea curenților, în înfășurări, în acest caz.

5) Valoarea rezistenței suplimentare care trebuie introdusă în serie cu rotorul astfel încît la sarcină nominală mașina să aibă turația $n = 0,3 n_n$.

Soluție 1. Pornirea fără reostat de pornire.

Curentul în rotor raportat la stator, pentru alunecarea $s = 1$ are valoarea efectivă dată de relația

$$I'_{2p} = \frac{U_1}{\sqrt{(r_1 + r'_2)^2 + (x_{\sigma 1} + x'_{\sigma 2})^2}}.$$

Parametrii echivalenței ai mașinii pentru schema echivalentă cu circuitul de magnetizare scos la borne sînt:

$$r_1 = c_1 R_1 = 1,023 \cdot 0,46 = 0,472 \, \Omega$$

$$r'_2 = c_1^2 \left(\frac{w_1 k_{w1}}{w_2 k_{w2}} \right)^2 \cdot \frac{m_1}{m_2} R_2 = 1,023^2 \left(\frac{192 \cdot 0,932}{36 \cdot 0,955} \right)^2 \cdot 0,02 = 0,568 \, \Omega$$

$$x_{\sigma 1} = c_1 X_{\sigma 1} = 1,023 \cdot 2,24 = 2,3 \, \Omega$$

$$x'_{\sigma 2} = c_1^2 \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{w_1 k_{w1}}{w_2 k_{w2}} \right)^2 \cdot X_{\sigma 2} = 1,023^2 \left(\frac{192 \cdot 0,932}{36 \cdot 0,955} \right)^2 \cdot 0,08 = 2,272 \, \Omega.$$

Deci:

$$I'_{2p} = \frac{220}{\sqrt{(0,472 + 0,568)^2 + (2,3 + 2,272)^2}} = 46,9 \, \text{A}.$$

Curentul real în rotor este

$$I_{2p} = \frac{m_1 w_1 k_{w1}}{m_2 w_2 k_{w2}} \cdot I'_{2p} = \frac{192 \cdot 0,932}{36 \cdot 0,955} \cdot 46,9 = 233 \text{ A.}$$

Curentul în stator la pornire ($s = 1$), are valoarea:

$$I_{1p} = \sqrt{(I_{0a} + I'_{2pa})^2 + (I_{0\mu} + I'_{2pr})^2}$$

unde componentele activă și reactivă ale curentului din rotor, raportate la stator, sînt:

$$I'_{2pa} = I'_{2p} \cdot \cos \varphi'_2$$

$$I'_{2pr} = I'_{2p} \sin \varphi'_2.$$

Pe baza schemei echivalente, pentru alunecarea $s = 1$, se calculează

$$\cos \varphi'_2 = \frac{r_1 + r'_2}{\sqrt{(r_1 + r'_2)^2 + (x_{\sigma 1} + x'_{\sigma 2})^2}} = \frac{0,472 + 0,568}{\sqrt{(0,472 + 0,568)^2 + (2,3 + 2,272)^2}} = 0,222.$$

Rezultă componentele curentului din rotor:

$$I'_{2pa} = 46,9 \cdot 0,222 = 10,4 \text{ A,}$$

$$I'_{2pr} = 46,9 \sqrt{1 - 0,222^2} = 46,9 \cdot 0,976 = 45,8 \text{ A,}$$

și curentul de pornire

$$I_{1p} = \sqrt{10,4^2 + (45,8 + 3,47)^2} = 50,3 \text{ A.}$$

Factorul de putere în acest regim este:

$$\cos \varphi_p = \frac{I_{0a} + I'_{2pa}}{I_{1p}} = \frac{10,4}{50,3} = 0,207.$$

Cuplul de pornire, în cazul pornirii pe caracteristica mecanică naturală are valoarea

$$M_p = \frac{p m_1 r'_2 I_{2p}^2}{\omega_1} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 0,568 \cdot 46,9^2}{2\pi \cdot 50} = 35,8 \text{ Nm.}$$

2) Funcționarea cu alunecarea $s = 3\%$.

Curentul în stator se calculează din expresia:

$$I_1 = \sqrt{(I_{0a} + I'_{2a})^2 + (I_{0\mu} + I'_{2r})^2}$$

unde componentele raportate ale curentului din rotor sînt:

$$I'_{2a} = \frac{U_1 \left(r_1 + \frac{r'_2}{s} \right)}{\left(r_1 + \frac{r'_2}{s} \right)^2 + (x_{\sigma 1} + x'_{\sigma 2})^2} = \frac{220 \left(0,472 + \frac{0,568}{0,03} \right)}{\left(0,472 + \frac{0,568}{0,03} \right)^2 + (2,3 + 2,272)^2} = 10,75 \text{ A.}$$

$$I'_{2r} = \frac{U_1 (x_{\sigma 1} + x'_{\sigma 2})}{\left(r_1 + \frac{r'_2}{s} \right)^2 + (x_{\sigma 1} + x'_{\sigma 2})^2} = \frac{220(2,3 + 2,272)}{\left(0,472 + \frac{0,568}{0,03} \right)^2 + (2,3 + 2,272)^2} = 2,54 \text{ A.}$$

Deci

$$I_1 = \sqrt{10,75^2 + (3,47 + 2,54)^2} = 12,3 \text{ A.}$$

Curentul din rotor, raportat la înfășurarea statorului, are valoarea:

$$I'_2 = \sqrt{I_{2a}^2 + I_{2r}^2} = \sqrt{10,75^2 + 2,54^2} = 11 \text{ A,}$$

iar curentul real în înfășurarea rotorului este:

$$I_2 = \frac{m_1 w_1 k_{w1}}{m_2 w_2 k_{w2}} \cdot I'_2 = \frac{192 \cdot 0,932}{36 \cdot 0,955} \cdot 11 = 54,8 \text{ A.}$$

Cuplul corespunzător alunecării $s = 3\%$, pe caracteristica mecanică naturală, este

$$M = \frac{p m_1 r'_2 U_1^2}{\omega_1 s \left[\left(r_1 + \frac{r'_2}{s} \right)^2 + (x_{\sigma 1} + x'_{\sigma 2})^2 \right]} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 0,568 \cdot 220^2}{2\pi \cdot 50 \cdot 0,03 \left[\left(0,472 + \frac{0,568}{0,03} \right)^2 + (2,3 + 2,272)^2 \right]} = 66,4 \text{ Nm.}$$

Turația motorului are valoarea:

$$n = (1 - s)n_1 = (1 - s) \frac{60 f}{p} = (1 - 0,03) \frac{60 \cdot 50}{3} = 970 \text{ rot/min.}$$

Pierderile în înfășurarea statorului sînt

$$P_{cu 1} = m_1 r_1 I_1^2 = 3 \cdot 0,472 \cdot 12,3^2 = 214 \text{ W,}$$

iar pierderile în înfășurarea rotorului:

$$P_{cu 2} = m_1 r'_2 I_2^2 = 3 \cdot 0,568 \cdot 11^2 = 206 \text{ W.}$$

Rezultă puterea electromagnetică a mașinii la alunecarea $s = 3\%$:

$$P_e = \frac{P_{cu 2}}{s} = \frac{206}{0,03} \cdot 10^{-3} = 6,86 \text{ kW.}$$

3) Cuplul maxim pe care îl poate dezvolta motorul este:

$$M_{max} = \frac{p m_1 U_1^2}{2\omega_1 [r_1 + \sqrt{r_1^2 + (x_{\sigma 1} + x'_{\sigma 2})^2}]} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 220^2}{2 \cdot 314 \cdot [0,472 + \sqrt{0,472^2 + (2,3 + 2,272)^2}]} = 137 \text{ Nm} = 2,06 M_n.$$

Alunecarea corespunzătoare cuplului maxim pe caracteristica mecanică naturală, se calculează astfel:

$$s_m = \frac{r'_2}{\sqrt{r_1^2 + (x_{\sigma 1} + x'_{\sigma 2})^2}} = \frac{0,568}{\sqrt{0,472^2 + (2,3 + 2,272)^2}} = 0,124.$$

4) Pentru ca mașina să pornească cu cuplul maxim trebuie ca alunecarea s_m corespunzătoare cuplului maxim să ia valoarea $s' = 1$; în acest

scop rezistența echivalentă a circuitului rotorului are valoarea care rezultă din relația :

$$\frac{r'_{2m}}{\sqrt{r_1^2 + (x_{\sigma 1} + x'_{\sigma 2})^2}} = 1.$$

Deci :

$$r'_{2m} = \sqrt{0,472^2 + (2,3 + 2,272)^2} = 4,59.$$

Rezistența reală pe fază în rotor este

$$R_2 + R_{2s} = \frac{1}{c_1^2} \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{w_2 k_{w2}}{w_1 k_{w1}} \right)^2 r'_{2m} = \frac{1}{1,023^2} \left(\frac{36 \cdot 0,955}{192 \cdot 0,932} \right)^2 4,59 = 0,162.$$

Se poate calcula astfel rezistența R_{2s} a reostatului din rotor :

$$R_{2s} = 0,162 - 0,02 = 0,142 \Omega$$

5) Pe caracteristica mecanică naturală mașina dezvoltă cuplul nominal la alunecarea

$$s = s_n = \frac{n_1 - n_n}{n_1} = 0,03.$$

Prin introducerea rezistenței suplimentare r'_{2s} pe fază în rotor trebuie să se obțină același cuplu la alunecarea

$$s' = \frac{n_1 - 0,3 n_n}{n_1} = \frac{n_1 - 0,3(1 - s_n)n_1}{n_1} = 0,7 + 0,3 s_n = 0,7 + 0,3 \cdot 0,03 = 0,71.$$

Din egalitatea valorilor cuplului rezultă

$$\frac{r'_2}{s \left[\left(r_1 + \frac{r'_2}{s} \right)^2 + (x_{\sigma 1} + x'_{\sigma 2})^2 \right]} = \frac{r'_2 + r'_{2s}}{s' \left[\left(r_1 + \frac{r'_2 + r'_{2s}}{s'} \right)^2 + (x_{\sigma 1} + x'_{\sigma 2})^2 \right]}.$$

Înlocuind valorile numerice se obține următoarea ecuație în r'_{2s} :

$$(r'_{2s})^2 - 13,11 r'_{2s} + 2,88 = 0$$

cu soluțiile :

$$(r'_{2s})_1 = 12,89 \Omega$$

$$(r'_{2s})_2 = 0,225 \Omega.$$

Alunecarea maximă corespunzătoare primei soluții este

$$s_{m1} = \frac{12,89 + 0,568}{\sqrt{0,472^2 + (2,3 + 2,272)^2}} = 2,93$$

deci mașina funcționează pe ramura stabilă a caracteristicii mecanice (curba 1 în figura 4.8).

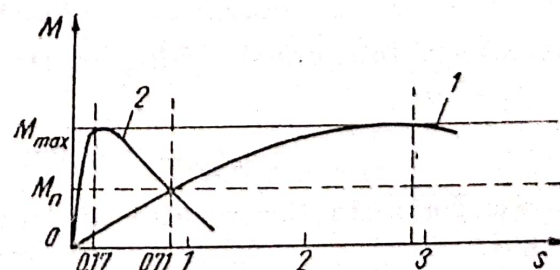


Figura 4.8.

Alunecarea maximă corespunzătoare la $r'_{2s} = 0,225$ are valoarea :

$$s_{m2} = \frac{0,225 + 0,568}{\sqrt{0,472^2 + (2,3 + 2,272)^2}} = 0,17.$$

Deoarece $s_{m2} < s'$, mașina lucrează cu cuplul nominal la $n = 0,3 n_n$ pe ramura nestabilă a caracteristicii mecanice (curba 2 în figura 4.8).

Se reține ca soluție valabilă, valoarea rezistenței suplimentare pentru care mașina funcționează stabil.

Rezistența suplimentară reală introdusă în circuit are valoarea

$$R_{2s} = \frac{1}{1,023^2} \left(\frac{36 \cdot 0,955}{192 \cdot 0,932} \right)^2 \cdot 12,89 = 0,45 \Omega.$$

4.11. Un motor asincron trifazat de 5,5 kW, are tensiunea nominală $U_n = 380$ V la conexiunea înfășurărilor în stea, turația nominală $n_n = 1450$ rot/min și absoarbe la funcționarea în sarcină nominală curentul pe fază $I_{1n} = 11,02$ A la $\cos \varphi_n = 0,862$. Din încercarea de mers în gol efectuată la temperatura $\theta_a = 20^\circ\text{C}$ se cunosc $P_0 = 323$ W, $I_0 = 4,47$ A și pierderile mecanice $P_{mec} = 120$ W.

Știind că rezistența înfășurării statorului la 20°C este $r_1 = 0,52 \Omega$, se cere să se determine pierderile în înfășurările statorului și rotorului, pierderile în fier, pierderile suplimentare și randamentul mașinii la sarcină nominală.

Temperatura înfășurării statorului la funcționarea în sarcină se consideră $\theta = 75^\circ\text{C}$.

Soluție. Puterea absorbită de motor la sarcină nominală este

$$P_1 = \sqrt{3} U_{1n} I_{1n} \cos \varphi_n = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 11,02 \cdot 0,862 = 6250 \text{ W}.$$

Pierderile în înfășurarea statorului la temperatura $\theta = 75^\circ\text{C}$ rezultă din relația

$$P_{j1} = m r_{1,75^\circ} I_{1nf}^2$$

în care

$$r_{1,75^\circ} = r_{1,20^\circ} [1 + \alpha_{cu}(75^\circ - 20^\circ)] = 0,52 [1 + 0,004 \cdot 55] = 0,636 \Omega$$

iar

$$I_{1nf} = I_{1n}.$$

conexiunea înfășurărilor fiind în stea.

Rezultă :

$$P_{j1} = 3 \cdot 0,636 \cdot 11,02^2 = 232 \text{ W}.$$

Pierderile în fier rezultă din bilanțul puterilor la încercarea de mers în gol:

$$P_{Fe} = P_0 - (P_{j10} + P_{mec}),$$

unde

$$P_{j10} = mr_{1,20} I_{10}^2 = 3 \cdot 0,52 \cdot 4,47^2 = 31 \text{ W.}$$

Deci :

$$P_{Fe} = 323 - (31 + 120) = 172 \text{ W.}$$

Pierderile în înfășurarea rotorului au expresia :

$$P_{j2} = s_n P_e,$$

în care, puterea electromagnetică are valoarea :

$$P_e = P_1 - (P_{Fe} + P_{j1}) = 6\,250 - (172 + 232) = 5\,846 \text{ W}$$

iar alunecarea nominală este :

$$s_n = \frac{n_1 - n_n}{n_1} = \frac{1\,500 - 1\,450}{1\,500} = 0,0333.$$

Rezultă :

$$P_{j2} = 0,0333 \cdot 5\,846 = 194,5 \text{ W.}$$

Pierderile suplimentare se calculează din relația :

$$\begin{aligned} P_s &= P_e - (P_{j2} + P_{mec} + P_{2n}) = 5\,846 - (194,5 + 120 + 5\,500) = \\ &= 31,5 \text{ W} \approx 0,5\% P_1. \end{aligned}$$

Randamentul mașinii la sarcină nominală este

$$\eta = \frac{P_{2n}}{P_1} = \frac{5\,500}{6\,250} = 0,88$$

sau în procente $\eta = 88\%$.

4.12. Un motor are următoarele date nominale : puterea $P_n = 10 \text{ kW}$, tensiunea $U_n = 380 \text{ V}$, factorul de putere $\cos \varphi_n = 0,82$; turația de sincronism $n_1 = 3\,000 \text{ rot/min}$, alunecarea $s_n = 2,53\%$; randamentul $\eta_n = 0,85$; cuplul maxim $M_{max} = 2,5 M_n$; curentul de pornire $I_p = 5,8 I_n$; cuplul de pornire $M_p = 2 M_n$.

Se cere să se determine turația nominală, cuplul nominal, cuplul maxim, cuplul de pornire și curentul de pornire al mașinii.

Soluție. Turația nominală a mașinii este

$$n_n = (1 - s_n)n_1 = (1 - 0,0253)3\,000 = 2\,924,1 \text{ rot/min.}$$

Rezultă cuplul nominal al mașinii :

$$M_n = \frac{P_n}{2\pi n_n} = \frac{10\,000 \cdot 60}{2\pi \cdot 2\,924,1} = 32,7 \text{ Nm.}$$

Cuplul maxim al mașinii este :

$$M_{max} = 2,5 M_n = 2,5 \cdot 32,7 = 81,7 \text{ Nm}$$

și cuplul de pornire :

$$M_p = 2M_n = 2 \cdot 32,7 = 65,4 \text{ Nm.}$$

Curentul nominal al mașinii este :

$$I_n = \frac{P_n}{\sqrt{3} U_n \cos \varphi_n \cdot \eta_n} = \frac{10\,000}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,82 \cdot 0,85} = 21,8 \text{ A.}$$

Rezultă curentul de pornire

$$I_p = 5,8 I_n = 5,8 \cdot 21,8 = 126,44 \text{ A.}$$

4.13. Un motor asincron cu rotorul în scurtcircuit este pornit direct de la rețea. Pierderile în scurtcircuit ale motorului sînt $P_{sc} = 540 \text{ W}$, la tensiunea de scurtcircuit $U_{sc} = 34 \text{ V}$ și curentul nominal pe fază $I_{1f} = 10 \text{ A}$.

Se cere să se determine curentul de pornire în regim staționar, absorbit de motor de la rețea și factorul de putere în acest caz, știind că înfășurarea primară a motorului este legată în triunghi avînd tensiunea nominală pe fază $U_{1f} = 220 \text{ V}$, iar creștăturile rotorului și statorului sînt deschise sau semideschise.

Soluție. Datorită formei creștăturilor se poate presupune că parametrii mașinii în perioada pornirii sînt constanți, neglijîndu-se saturația magnetică. Impedanța de scurtcircuit pe fază se determină astfel :

$$Z_{sc} = \frac{U_{sc}}{I_{1f}} = \frac{34}{10} = 3,4 \Omega,$$

— curentul de pornire (de scurtcircuit) pe fază

$$I_{1p} = \frac{U_{1f}}{Z_{sc}} = \frac{220}{3,4} = 64,8 \text{ A}$$

rezistența de scurtcircuit pe fază

$$R_{sc} = \frac{P_{sc}}{3 I_{1f}^2} = \frac{540}{3 \cdot 10^2} = 1,8 \Omega,$$

și factorul de putere la pornire

$$\cos \varphi_p = \frac{R_{sc}}{Z_{sc}} = \frac{1,8}{3,4} = 0,53$$

4.14. Pentru un motor asincron trifazat cu rotorul bobinat se cunosc următoarele date: tensiunea nominală $U_n = 380 \text{ V}$ la conexiune stea, capacitatea de supraîncărcare $\frac{M_{max}}{M_n} = 1,8$, numărul de poli $2p = 8$, parametrii echivalenți ai înfășurărilor $r_1 = 0,43 \Omega$; $r'_2 = 0,38 \Omega$; $x_{\sigma 1} = 0,526 \Omega$; $x'_{\sigma 2} = 0,66 \Omega$.

Se cere să se determine:

1. Cuplul maxim, cuplul nominal M_n și turația nominală a mașinii.
2. Turația mașinii la sarcină nominală, dacă se înscriează pe fiecare fază a statorului câte o reactanță $x_s = 2x_{\sigma 1}$ și pe fiecare fază a rotorului câte o rezistență suplimentară $r_s = 2r'_2$.

Care va fi cuplul maxim și alunecarea critică în acest caz?

Soluție. Tensiunea pe fază a mașinii este

$$U_{1f} = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ V}$$

iar cuplul maxim se calculează cu relația:

$$\begin{aligned} M_{max} &= \frac{pm_1 U_{1f}^2}{2\omega_1(r_1 + \sqrt{r_1^2 + (x_{\sigma 1} + x'_{\sigma 2})^2})} = \\ &= \frac{4 \cdot 3 \cdot 220^2}{2 \cdot 2\pi \cdot 50[0,43 + \sqrt{0,43^2 + (0,526 + 0,66)^2}]} = 546 \text{ Nm.} \end{aligned}$$

Întrucât se cunoaște capacitatea de supraîncărcare a mașinii, rezultă cuplul nominal:

$$M_n = \frac{M_{max}}{1,8} = \frac{546}{1,8} = 303 \text{ Nm.}$$

Alunecarea nominală a mașinii se determină din condiția ca la această alunecare mașina să dezvolte cuplul nominal determinat anterior.

Se exprimă deci cuplul în funcție de parametrii echivalenței ai mașinii și de alunecare:

$$M_n = \frac{pm_1 r'_2 U_{1f}^2}{\omega_1 s_n \left[\left(r_1 + \frac{r'_2}{s_n} \right)^2 + (x_{\sigma 1} + x'_{\sigma 2})^2 \right]}.$$

Înlocuind mărimile cunoscute în relația de mai sus se obține expresia:

$$303 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 0,38 \cdot 220^2}{2\pi \cdot 50 \cdot s_n \left[\left(0,43 + \frac{0,38}{s_n} \right)^2 + (0,526 + 0,66)^2 \right]}$$

sau ecuația:

$$1,59 s_n^2 - 1,98 s_n + 0,1445 = 0$$

cu soluțiile $s_{n1} = 0,078$ și $s_{n2} = 1,168$.

Alunecarea nominală a mașinii este deci $s_n = 7,8\%$, cea de a doua soluție fiind în domeniul corespunzător funcționării mașinii asincrone în regim de frână.

Rezultă turația nominală a mașinii în acest caz:

$$n_n = (1 - s_n)n_1 = (1 - s_n) \frac{60f}{p} = (1 - 0,078) \frac{60 \cdot 50}{4} = 692 \text{ rot/min.}$$

2) La înserierea unei reactanțe suplimentare $x_s = 2x_{\sigma 1}$ pe fiecare fază a statorului și a unei rezistențe $r_s = 2r'_2$ pe fiecare fază a rotorului, motorul se va comporta față de rețea ca o nouă mașină avînd următorii parametri

$$r_1^* = r_1 = 0,43 \, \Omega,$$

$$x_{\sigma 1}^* = x_{\sigma 1} + x_s = 3x_{\sigma 1} = 1,578 \, \Omega,$$

$$r_2'^* = r_2' + r_s = 3r_2' = 1,14 \, \Omega,$$

$$x_{\sigma 2}'^* = x_{\sigma 2}' = 0,66 \, \Omega.$$

Din condiția ca mașina să dezvolte cuplul nominal la ax, rezultă alunecarea motorului în noile condiții de funcționare. Expresia cuplului este:

$$M_n = \frac{pm_1 r_2'^* U_{1f}^2}{\omega_1 s \left[\left(r_1^* + \frac{r_2'^*}{s} \right)^2 + (x_{\sigma 1}^* + x_{\sigma 2}'^*)^2 \right]}$$

sau înlocuind mărimile cunoscute, se obține:

$$303 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 1,14 \cdot 220^2}{2\pi \cdot 50 \cdot s \left[\left(0,43 + \frac{1,14}{s} \right)^2 + (1,578 + 0,66)^2 \right]};$$

rezultă astfel ecuația:

$$5,185 s^2 - 5,97 s + 1,3 = 0$$

cu soluțiile $s_1^* = 0,293$ și $s_2^* = 0,859$.

Ambele soluții ale ecuației reprezintă valori posibile pentru funcționarea mașinii. Alunecarea critică în noul regim este

$$s_m^* = \frac{r_2'^*}{\sqrt{r_1^{*2} + (x_{\sigma 1}^* + x_{\sigma 2}'^*)^2}} = \frac{1,14}{\sqrt{0,43^2 + (1,578 + 0,66)^2}} = 0,5.$$

În noile condiții motorul va funcționa stabil (la sarcina nominală), cu alunecarea $s_1^* = 0,293$; cea de a doua soluție a ecuației corespunde zonei de funcționare nestabilă pe caracteristica mecanică $M = f(s)$.

Turația mașinii corespunzătoare noii alunecări este:

$$n^* = (1 - 0,293) \cdot \frac{60 \cdot 50}{4} = 530 \text{ rot/min.}$$

Cuplul maxim are valoarea:

$$M_{max}^* = \frac{4 \cdot 3 \cdot 220^2}{2 \cdot 2\pi \cdot 50 [0,43 + \sqrt{0,43^2 + (1,578 + 0,66)^2}]} = 340 \text{ Nm.}$$

Capacitatea de supraîncărcare în noile condiții este:

$$k_m^* = \frac{M_{max}^*}{M_n} = \frac{340}{303} = 1,12.$$

Se observă că în timp ce rezistența suplimentară înseriată în rotor influențează doar valoarea alunecării critice, prin introducerea unei reac-tanțe suplimentare în stator se modifică atât alunecarea critică cât și cuplul maxim al mașinii.

4.15. Un motor asincron trifazat tetrapolar avînd puterea nominală $P_n = 10$ kW funcționează în sarcină nominală ; puterea electromagnetică a motorului este $P_e = 10,8$ kW, iar factorul de supraîncărcare $k_m = M_{max}/M_n = 2,5$; mașina funcționează stabil fiind alimentată de la o sursă tri-fazată simetrică cu frecvența $f = 50$ Hz. Se cere să se determine alunecarea maximă și cuplul de pornire al mașinii. Se neglijează rezistența înfășurării primare.

Soluție. Alunecarea nominală a mașinii este

$$s_n = 1 - \frac{P_n}{P_e} = 1 - \frac{10}{10,8} = 0,074.$$

Folosind relația lui Kloss

$$\frac{M_n}{M_{max}} = \frac{2}{\frac{s_n}{s_{max}} + \frac{s_{max}}{s_n}},$$

se poate determina alunecarea maximă :

$$\frac{1}{2,5} = \frac{2}{\frac{0,074}{s_{max}} + \frac{s_{max}}{0,074}};$$

rezultînd

$$s_{max} = 0,355.$$

Cuplul de pornire în funcție de cuplul nominal se determină tot cu aju-torul relației lui Kloss, observînd că la pornire $s_p = 1$

$$\frac{M_p}{M_{max}} = \frac{2}{\frac{1}{s_{max}} + s_{max}}.$$

Dar

$$\frac{M_p}{M_{max}} = \frac{M_p}{M_n} \cdot \frac{M_n}{M_{max}} = k_m \frac{M_p}{M_n}$$

Rezultă astfel :

$$\frac{M_p}{M_n} = \frac{2,5 \cdot 2}{\frac{1}{0,355} + 0,355} = 1,575.$$

Cuplul nominal al mașinii fiind

$$M_n = \frac{P_n}{2\pi(1-s_n)n_1} = \frac{10\,000}{2\pi(1-0,074)\frac{1\,500}{60}} = 68,8 \text{ Nm},$$

cuplul de pornire al mașinii are valoarea:

$$M_p = 1,575 \cdot 68,8 = 108 \text{ Nm}.$$

4.16. Un motor asincron cu rotorul în scurtcircuit, cu colivie cu bare înalte, are puterea nominală $P_{1n} = 350 \text{ kW}$, tensiunea nominală $U_n = 3\,000 \text{ V}$, turația nominală $n_n = 1\,475 \text{ rot/min}$ și rezistența înfășurării statorului la 75°C : $r_1 = 0,332 \, \Omega$

Știind că parametrii motorului la scurtcircuit, corespunzători frecvenței $f = 50 \text{ Hz}$, sînt $r_{sc50} = 1,33 \, \Omega$ și $x_{sc50} = 4,15 \, \Omega$, iar la frecvența de 5 Hz au valorile $r_{sc5} = 0,715 \, \Omega$ și $x_{sc5} = 0,601 \, \Omega$, se cere să se determine valoarea cuplului de pornire raportat la cuplul nominal.

Soluție. Cuplul de pornire al motorului se calculează cu relația

$$M_p = \frac{pm r'_{2R} U_{1f}^2}{\omega_1 [(r_1 + r'_{2R})^2 + (x_{\sigma 1} + x'_{\sigma 2R})^2]},$$

în care intervin parametrii echivalenți ai mașinii calculați la frecvența $f = 50 \text{ Hz}$ cu considerarea fenomenului de refulare a curentului în barele înalte ale coliviei rotorice.

Refularea curentului se va manifesta la pornire în mod identic ca în cazul unei încercări de scurtcircuit la frecvența rețelei. Parametrii motorului la scurtcircuit pentru frecvența de 50 Hz vor fi deci:

$$r_{sc50} = r_1 + r'_{2R} \quad \text{și} \quad x_{sc50} = x_{\sigma 1} + x'_{\sigma 2R}.$$

Rezultă

$$M_p = \frac{pm_1(r_{sc50} - r_1)U_{1f}^2}{\omega_1(r_{sc50}^2 + x_{sc50}^2)}$$

în care numărul de perechi de poli rezultă ținînd seama că la turația nominală $n_n = 1\,475 \text{ rot/min}$, pentru ca alunecarea nominală a mașinii să aibă o valoare corespunzătoare, turația de sincronism nu poate fi decît $n_1 = 1\,500 \text{ rot/min}$, deci:

$$p = \frac{60f}{n_1} = \frac{60 \cdot 50}{1\,500} = 2.$$

Tensiunea pe fază a motorului, ținînd seama că la $U_n = 3\,000 \text{ V}$, pentru simplificarea schemei de izolație, mașina se realizează în stator cu conexiune stea, este:

$$U_{1f} = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{3\,000}{\sqrt{3}} = 1\,730 \text{ V}$$

Deci

$$M_p = \frac{2 \cdot 3(1,33 - 0,332) 1730^2}{2\pi \cdot 50 (1,33^2 + 4,15^2)} = 3\,010 \text{ Nm.}$$

Cuplul nominal se calculează observînd că la turația nominală a mașinii frecvența curenților din rotor fiind foarte redusă, fenomenul de refulare a curentului în barele coliviei este neglijabil. Parametrii echivalenți ai mașinii în acest caz, la $f = 5 \text{ Hz}$, sînt:

$$r_{sc5} = r_1 + r'_2$$

și

$$x_{sc5} = \frac{5}{f} (x_{\sigma 1} + x'_{\sigma 2}).$$

de unde

$$x_{\sigma 1} + x'_{\sigma 2} = \frac{f}{5} x_{sc5}.$$

Cuplul nominal al mașinii are expresia:

$$M_n = \frac{pm_1 r'_2 U_{1f}^2}{\omega_1 s_n \left[\left(r_1 + \frac{r'_2}{s_n} \right)^2 + (x_{\sigma 1} + x'_{\sigma 2})^2 \right]},$$

în care:

$$r_2 = r_{sc5} - r_1 = 0,715 - 0,332 = 0,383 \, \Omega$$

$$x_{\sigma 1} + x'_{\sigma 2} = \frac{f}{5} x_{sc5} = \frac{50}{5} \cdot 0,601 = 6,01 \, \Omega,$$

iar alunecarea nominală a mașinii are valoarea:

$$s_n = \frac{n_1 - n_n}{n_1} = \frac{1\,500 - 1\,475}{1\,500} = 0,0167.$$

Rezultă

$$M_n = \frac{2 \cdot 3 \cdot 0,383 \cdot 1730^2}{2\pi \cdot 50 \cdot 0,0167 \left[\left(0,332 + \frac{0,383}{0,0167} \right)^2 + 6,01^2 \right]} = 2\,280 \text{ Nm.}$$

Cuplul de pornire raportat la cuplul nominal este:

$$\frac{M_p}{M_n} = \frac{3\,010}{2\,280} = 1,32.$$

4.17. Un motor asincron trifazat tetrapolar are următoarele date nominale: puterea nominală $P_n = 100 \text{ kW}$, frecvența nominală $f_n = 50 \text{ Hz}$, factorul de supraîncărcare $M_{max}/M_n = 3$ și cuplul de pornire $M_p = 1,2 M_n$.

Se cere să se reprezinte grafic caracteristica mecanică a motorului. Se neglijează rezistența înfășurării statorice.

Soluție. Neglijând rezistența înfășurării statorice, alunecarea maximă se poate determina din relația lui Kloss:

$$\frac{M_p}{M_{max}} = \frac{2}{\frac{1}{s_{max}} + s_{max}}$$

în care:

$$\frac{M_p}{M_{max}} = \frac{M_p}{M_n} \cdot \frac{M_n}{M_{max}} = 1,2 \cdot \frac{1}{3} = 0,4.$$

Rezultă:

$$s_{max} = 0,205$$

Alunecarea nominală se determină tot cu ajutorul relației lui Kloss

$$\frac{M_n}{M_{max}} = \frac{2}{\frac{s_n}{s_{max}} + \frac{s_{max}}{s_n}}$$

Se obține:

$$s_n = 0,034.$$

Motorul avînd $p=2$, turația de sincronism are valoarea $n_1=1500$ rot/min, iar turația nominală:

$$n_n = (1 - s_n)n_1 = (1 - 0,034)n_1 = 1\,450 \text{ rot/min} = 24,2 \text{ rot/s.}$$

Cuplul nominal al mașinii are valoarea:

$$M_n = \frac{P_n}{\Omega_n} = \frac{P_n}{2\pi n_n} = \frac{1\,000 \cdot 10^3}{2\pi \cdot 24,2} = 662 \text{ Nm.}$$

Rezultă cuplul maxim:

$$M_{max} = 3M_n = 3 \cdot 662 = 1\,986 \text{ Nm.}$$

și cuplul de pornire:

$$M_p = 1,2 M_n = 1,2 \cdot 662 = 798 \text{ Nm.}$$

Un punct oarecare al caracteristicii mecanice, de exemplu punctul de ordonată $M = 2M_n$ are abscisa dată de ecuația următoare:

$$\frac{M}{M_{max}} = \frac{2}{\frac{s}{s_{max}} + \frac{s_{max}}{s}}$$

în care

$$\frac{M}{M_{max}} = \frac{M}{M_n} \cdot \frac{M_n}{M_{max}} = \frac{2}{3} = 0,667.$$

Rezultă pentru abscisă valorile:

$s'_1 = 0,537$ — punct de funcționare instabilă,

$s''_1 = 0,0775$ — punct de funcționare stabilă.

Caracteristica mecanică reprezentată în figura 4.9 a fost construită prin puncte.

4.18. Caracteristica mecanică $M=f(s)$ a unui motor asincron în regiunea alunecărilor mici este dată prin puncte în tabelul 4.1.

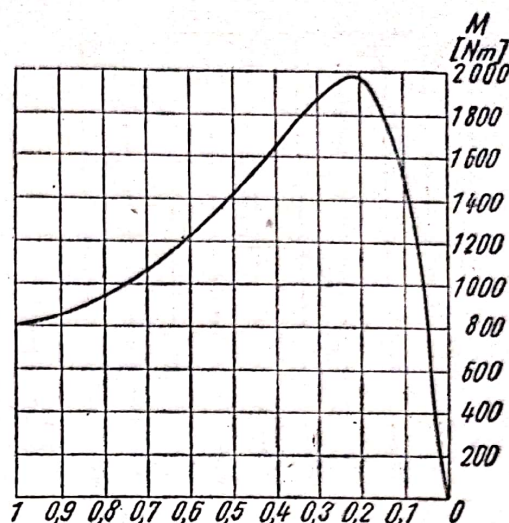


Figura 4.9.

TABELUL 4.1

M	Nm	6,8	12,3	24,8	48,6	69	90
s	%	0,25	0,5	1	2	3	4

Să se determine caracteristica mecanică $M = f(s')$ a mașinii dacă în circuitul rotorului se introduce o rezistență de reglaj $R_s = 3R_2$, unde R_2 este rezistența înfășurării rotorului.

Soluție. Expresia de calcul a cuplului în funcție de alunecare este:

$$M = \frac{pm_1 r'_2 U_1^2}{\omega_1 s \left[\left(r_1 + \frac{r'_2}{s} \right)^2 + (x_{\sigma 1} + x'_{\sigma 2})^2 \right]} \quad (1)$$

La alunecări mici, se pot neglija termenii care au ca factor pe s^2 și se obține relația:

$$M = \frac{pm_1 U_1^2 s}{\omega_1 r'_2} = ks. \quad (2)$$

Caracteristica mecanică la funcționarea cu rezistență suplimentară în rotor este

$$M' = \frac{pm_1 U_1^2 s'}{\omega_1 (r'_2 + R'_s)} \quad (3)$$

Între alunecările corespunzătoare aceluiași cuplu pe porțiunea liniară a caracteristicii mecanice naturale respectiv a caracteristicii reostatice, rezultă din (2) și (3) relația:

$$\frac{s}{r'_2} = \frac{s'}{r'_2 + R'_s},$$

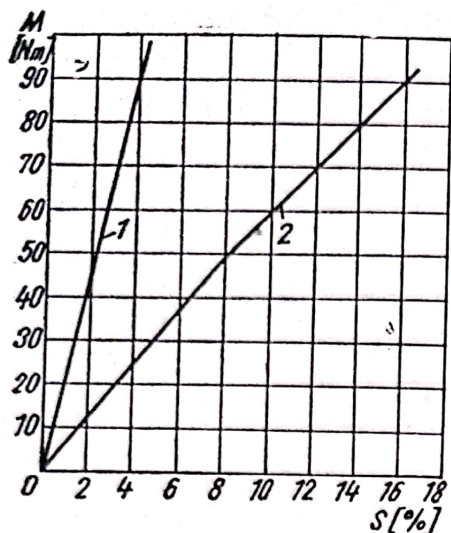


Figura 4.10.

4.19. Un motor asincron trifazat cu rotorul bobinat, are capacitatea de supraîncărcare $M_{max}/M_n = 3$, iar cuplul de pornire $M_p = 0,8 M_n$. Înfășurarea statorului are $q=3$ creștături pe pol și fază și pasul scurtat $\frac{Y}{\tau} = \frac{7}{9}$; înfășurarea rotorului are de asemenea $q = 3$ creștături pe pol și fază, fiind executată cu pas diametral.

Coeficientul de raportare este $\frac{w_1}{w_2} = 1$, iar rezistența rotorică raportată la stator are valoarea $r'_2 = 0,2 \Omega$.

Se cere să se calculeze rezistența reostatului de pornire conectat în serie cu rotorul, pentru ca motorul să pornească cu cuplul maxim M_{max} .

Se neglijează rezistența înfășurării statorice.

Soluție. Valoarea alunecării s_{max} a motorului se poate obține folosind relația lui Kloss:

$$\frac{M_p}{M_{max}} = \frac{2}{\frac{1}{s_{max}} + \frac{s_{max}}{1}}$$

Cu valoarea:

$$\frac{M_p}{M_{max}} = \frac{M_p}{M_n} \cdot \frac{M_n}{M_{max}} = 0,8 \cdot \frac{1}{3}$$

relația precedentă devine:

$$0,8 s_{max}^2 - 6 s_{max} + 0,8 = 0$$

cu soluțiile:

$$s_{max} = \frac{3 \pm 2,891}{0,8}$$

Alunecarea maximă este $s_{max} = 0,136$.

Din expresia de calcul a alunecării maxime (în ipoteza neglijării rezistenței statorice)

$$s_{max} = \frac{r'_2}{x_\sigma} \quad (1)$$

rezultă reactanța echivalentă de dispersie

$$x_\sigma = \frac{r'_2}{s_{max}} = \frac{0,2}{0,136} = 1,47 \, \Omega.$$

Pentru ca mașina să pornească cu cuplul maxim este necesar ca $s_{max} = 1$. Folosind această condiție în relația (1), obținem rezistența raportată necesară a unei faze rotorice:

$$R'_2 = x_\sigma = 1,47 \, \Omega.$$

Rezistența reostatului de pornire, raportată la înfășurarea statorică are valoarea

$$R' = R'_2 - r'_2 = 1,47 - 0,2 = 1,27 \, \Omega.$$

Rezistența reală pe fază a reostatului de pornire are expresia:

$$R = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{w_2 k_{w2}}{w_1 k_{w1}} \right)^2 R'$$

unde:

- $m_1 = m_2 = 3$ — mașina fiind cu rotorul bobinat, are același număr de faze în rotor ca și în stator;
- factorul de înfășurare al înfășurării primare:

$$k_{w1} = \sin \frac{Y}{\tau} \frac{\pi}{2} \frac{\sin q \frac{\gamma}{2}}{q \sin \frac{\gamma}{2}} = \sin \left(\frac{7}{9} \frac{\pi}{2} \right) \frac{\sin \left(3 \frac{\pi}{2 \cdot 3 \cdot 3} \right)}{3 \sin \left(\frac{\pi}{2 \cdot 3 \cdot 3} \right)} = 0,9;$$

- factorul de înfășurare al înfășurării secundare

$$k_{w2} = \frac{\sin q \frac{\gamma}{2}}{q \sin \frac{\gamma}{2}} = \frac{\sin \left(\frac{\pi}{2 \cdot 3 \cdot 3} \right)}{3 \sin \left(\frac{\pi}{2 \cdot 3 \cdot 3} \right)} = 0,955.$$

Prin urmare

$$R = \frac{3}{3} \left(\frac{0,955}{0,9} \right)^2 \cdot 1,27 = 1,42 \, \Omega.$$

4.20. Un motor asincron trifazat, tetrapolar are puterea nominală $P_n = 150 \, \text{kW}$, la tensiunea nominală $U_n = 380 \, \text{V}$ și frecvența $f_n = 50 \, \text{Hz}$. Parametrii înfășurărilor sînt: rezistența înfășurării statorului $R_1 = 0,01 \, \Omega$, rezistența raportată a înfășurării rotorului $R'_2 = 0,011 \, \Omega$, rezis-

tența ramurii de magnetizare $R_m = 49,5 \, \Omega$, reactanța de dispersie a înfășurării statorului $X_{\sigma 1} = 0,06 \, \Omega$, reactanța de dispersie, raportată, a rotorului $X'_{\sigma 2} = 0,068 \, \Omega$, reactanța ramurii de magnetizare $X_m = 2,5 \, \Omega$, iar factorul de raportare a rotorului la stator $k = R'_2 / R_2 = 2$.

Se cere să se determine cuplul maxim și rezistența adițională care trebuie conectată în circuitul rotorului, pe fază, pentru ca motorul să pornească cu cuplul maxim.

Soluție. Cuplul maxim al mașinii are expresia :

$$M_{max} = \frac{m_1 p U_1^2}{2\omega_1(r_1 + \sqrt{r_1^2 + x_\sigma^2})} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 380^2}{2 \cdot 2\pi \cdot 50(0,01024 + \sqrt{0,01024^2 + 0,13284^2})} = 9680 \, \text{Nm}$$

unde :

$$r_1 = c_1 R_1 = 1,024 \cdot 0,01 = 0,01024 \, \Omega,$$

cu

$$c_1 = 1 + \frac{X_{\sigma 1}}{X_m} = 1 + \frac{0,06}{2,5} = 1,024$$

$$r'_2 = c_1^2 R'_2 = 1,024^2 \cdot 0,011 = 0,01155 \, \Omega,$$

$$x_{\sigma 1} = c_1 X_{\sigma 1} = 1,024 \cdot 0,06 = 0,0614 \, \Omega,$$

$$x'_{\sigma 2} = c_1^2 X'_{\sigma 2} = 1,024^2 \cdot 0,068 = 0,0714 \, \Omega$$

$$X_\sigma = X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2} = 0,06144 + 0,0714 = 0,13284 \, \Omega.$$

Pentru ca mașina să pornească cu cuplul maxim este necesar ca valoarea alunecării maxime să fie $s_{max} = 1$. Punînd această condiție pentru alunecarea maximă se obține valoarea rezistenței necesară pentru o fază a rotorului :

$$r'_{2t} = s_{max} \sqrt{r_1^2 + x_\sigma^2} = \sqrt{r_1^2 + x_\sigma^2} = \sqrt{0,01024^2 + 0,13284^2} = 0,13285 \, \Omega.$$

Rezistența raportată, suplimentară, care trebuie să fie introdusă în rotor este :

$$r'_{2s} = r'_{2t} - r'_2 = 0,13285 - 0,01155 = 0,1213 \, \Omega.$$

Valoarea reală a rezistenței este :

$$R_{2s} = \frac{r'_{2s}}{c_1^2 k} = \frac{0,1213}{1,024^2 \cdot 2} = 0,0579 \, \Omega.$$

4.21. Un motor asincron trifazat, cu rotorul bobinat, are următoarele caracteristici : tensiunea nominală pe fază $U_n = 220 \, \text{V}$, factorul de supraîncărcare $k_m = M_{max}/M_n = 2$, rezistența înfășurării rotorului, raportată, $r'_2 = 0,34 \, \Omega$, reactanța raportată de dispersie a rotorului $x'_{\sigma 2} = 2 \, \Omega$, curentul nominal secundar $I_{2n} = 45 \, \text{A}$, factorul de raportare a rotorului la stator

$k = 1,73$. Motorul trebuie pornit cu ajutorul unui reostat de pornire. Știind că pentru pornire este fixată limita superioară a curentului rotoric $I_{2max} = 2I_{2n}$ și limita inferioară a cuplului $M_{min} = 0,8 M_n$, se cere să se determine numărul de trepte ale reostatului de pornire precum și valoarea rezistenței fiecărei trepte.

Se neglijează parametrii înfășurării statorului.

Soluție. Limita inferioară a cuplului, determină valoarea alunecării la care este necesar să se efectueze schimbarea treptei de rezistență a reostatului.

Cuplul minim raportat la cuplul maxim are valoarea

$$\frac{M_{min}}{M_{max}} = \frac{M_{min}}{M_n} \cdot \frac{M_n}{M_{max}} = 0,8 \cdot \frac{1}{2} = 0,4.$$

Din relația

$$\frac{M_{min}}{M_{max}} = \frac{2}{\frac{s}{s_{max}} + \frac{s_{max}}{s}} \quad (1)$$

rezultă alunecările (diferite după valorile lui s_{max}) la care trebuie efectuată comutarea reostatului.

Din ecuația (1) se obține valoarea alunecării la care trebuie efectuată schimbarea treptei reostatului:

$$s = 0,21 s_{max}. \quad (2)$$

Limita maximă admisă pentru valoarea curentului din rotor, ținând seama că alunecarea la care se comută reostatul de pornire este cunoscută [din relația (2)], permite determinarea rezistenței necesare pe fază în rotor pentru a nu depăși condiția impusă. Valoarea rezistenței rotorice se obține din expresia curentului rotoric expresie obținută pentru schema echivalentă a mașinii, cu circuitul de magnetizare scos la borne

$$r'_2 = s \sqrt{\left(\frac{U_1}{I_{2max}''}\right)^2 - x_{\sigma}^2} = 3,71 \text{ s}, \quad (3)$$

unde

$$I_{2max}'' = \frac{I_{2max}'}{c_1} = \frac{2I_{2n}}{c_1 k} = \frac{2 \cdot 45}{1 \cdot 1,73} = 52 \text{ A}.$$

S-a considerat valoarea $c_1 = 1$ (se neglijează parametrii înfășurării statorice). Ținând seama de relațiile (2) și (3), se determină valorile între care trebuie să fie cuprinsă alunecarea când se efectuează schimbarea pe caracteristica naturală a mașinii.

Alunecarea maximă pentru caracteristica naturală este:

$$s_{max} = \frac{r'_2}{x'_{\sigma 2}} = \frac{0,34}{2} = 0,17.$$

Din relația (2) se obține $s_1 = 0,21 \cdot 0,17 = 0,0356$.
Din relația (3) se obține

$$s_2 = \frac{r'_2 I''_{2max}}{\sqrt{U_1^2 - (x'_{\sigma 2} I''_{2max})^2}} = \frac{0,34 \cdot 52}{\sqrt{(220)^2 - (2 \cdot 52)^2}} = 0,091.$$

Deci trecerea pe caracteristica naturală trebuie să se efectueze pentru o alunecare cuprinsă în intervalul

$$0,0356 \leq s \leq 0,091. \quad (4)$$

Pentru o pornire cât mai bună este necesar ca mașina să pornească cu cuplul maxim. Introducând condiția $s = 1$ în relația (3) se obține rezistența totală rotorică la pornire:

$$r'_{2t} = 3,71 \text{ s} = 3,71 \Omega.$$

Rezistența totală a reostatului de pornire este

$$R_t = \frac{r'_{2t} - r'_2}{k^2} = \frac{3,71 - 0,34}{1,73^2} = 1,13 \Omega.$$

Rezistența r'_{2t} corespunde unei alunecări maxime

$$s_{max} = \frac{r'_{2t}}{x'_{\sigma 2}} = \frac{3,71}{2} = 1,855$$

cu ajutorul căreia se determină alunecarea la care se scoate prima treaptă, din relația (2)

$$s'_1 = 0,21 \cdot 1,855 = 0,39.$$

Cunoscînd alunecarea la care se efectuează prima comutare a reostatului, se determină din relația (3) rezistența rotorică corespunzătoare caracteristicii de funcționare pe care se înscrie mașina:

$$r'_{2t1} = 3,71 \cdot 0,39 = 1,45 \Omega.$$

Rezultă rezistența primei trepte a reostatului de pornire:

$$R_1 = \frac{r'_{2t} - r'_{2t1}}{k^2} = \frac{3,71 - 1,45}{1,73^2} = 0,756 \Omega.$$

Pentru noua curbă de funcționare a mașinii alunecarea maximă are valoarea:

$$s_{max} = \frac{r'_{2t1}}{x'_{\sigma 2}} = \frac{1,45}{2} = 0,725.$$

Întroducînd această valoare în relația (2) se obține valoarea alunecării la care se scoate și treapta a doua:

$$s'_2 = 0,21 \cdot 0,725 = 0,1523.$$

Pentru că s'_2 nu îndeplinește condiția (4) mai este necesară o treaptă. Introducând valoarea lui s'_2 în relația (3) se obține valoarea rezistenței rotorice necesare:

$$r'_{2t2} = 3,71 \cdot 0,1523 = 0,565 \, \Omega.$$

Rezultă rezistența treptei a treia a reostatului

$$R_3 = \frac{r'_{2t2} - r'_2}{k^2} = \frac{0,565 - 0,34}{1,73^2} = 0,0754 \, \Omega.$$

Corespunzător rezistenței rotorice r'_{2t2} alunecarea maximă pe curba de funcționare a mașinii este:

$$s_m = \frac{r'_{2t2}}{x'_{\sigma 2}} = \frac{0,565}{2} = 0,2825,$$

căreia îi corespunde conform relației (2) valoarea alunecării la care se scoate și ultima treaptă a reostatului

$$s'_3 = 0,21 \cdot 0,2825 = 0,0594.$$

Se observă că s'_3 satisface condiția (4) și deci reostatul este dimensionat corect.

Rezistența treptei a doua a reostatului este

$$R_2 = R_t - R_1 - R_3 = 1,13 - 0,756 - 0,0754 = 0,2986 \, \Omega.$$

Deci în condițiile impuse este necesar un reostat cu trei trepte care au valorile (în ordinea scoaterii lor din circuit): $R_1 = 0,756 \, \Omega$; $R_2 = 0,2986 \, \Omega$; $R_3 = 0,0754 \, \Omega$.

4.22. Un motor asincron trifazat cu rotorul în scurtcircuit are următoarele date nominale: puterea nominală $P_n = 100 \, \text{kW}$, tensiunea nominală $U_n = 380 \, \text{V}$, înfășurarea primară fiind conectată în stea, turația nominală $n_n = 970 \, \text{rot/min}$, curentul nominal $I_n = 190 \, \text{A}$, curentul de pornire $I_p = 5,6 I_n$, factorul de putere la scurtcircuit $\cos \varphi_{sc} = 0,56$ și cuplul de pornire $M_p = 2,6 M_n$.

Se cere să se determine valoarea rezistenței care trebuie conectată în serie pe fiecare fază a înfășurării statorice, astfel încât valoarea curentului de pornire să se reducă la jumătate. Pentru acest caz să se determine valoarea cuplului de pornire al motorului.

Soluție. Conform schemei echivalente din figura 4.11, a, impedanța echivalentă a motorului la pornire este:

$$-Z_e = R_e + jX_e$$

cu valoarea:

$$Z_e = \frac{U_1}{I_p} = \frac{U_n / \sqrt{3}}{I_p} = \frac{380}{\sqrt{3} \cdot 5,6 \cdot 190} = 0,206 \, \Omega$$

rezistența echivalentă este $R_e = Z_e \cos \varphi_{sc} = 0,206 \cdot 0,56 = 0,115 \, \Omega$ iar reactanța echivalentă $X_e = Z_e \sin \varphi_{sc} = 0,206 \cdot 0,828 = 0,17 \, \Omega$.

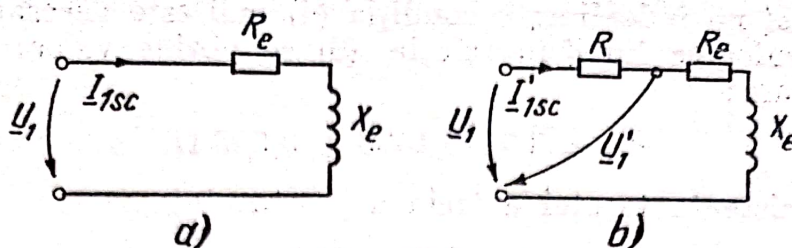


Figura 4.11.

În cazul conectării unei rezistențe în serie pe fază (v. fig. 4.11, b) expresia curentului de pornire devine:

$$\underline{I}'_p = \frac{\underline{U}_1}{(R + R_e) + jX_e} \quad (1)$$

avînd valoarea efectivă

$$I'_p = \frac{U_1}{\sqrt{(R + R_e)^2 + X_e^2}} \quad (2)$$

Din expresia (2) se obține valoarea rezistenței suplimentare necesară pe fază

$$R = \sqrt{\frac{4U_1^2}{I_p^2} - X_e^2} - R_e = \sqrt{4Z_e^2 - X_e^2} - R_e = \\ = \sqrt{4 \cdot 0,206^2 - 0,17^2} - 0,115 = 0,261 \, \Omega.$$

Prin introducerea rezistenței R pe fiecare fază, curentul de pornire scade la jumătate, iar tensiunea la bornele motorului devine:

$$U'_{1f} = I'_p Z_e = \frac{I_p}{2} Z_e = \frac{U_1}{2}.$$

Cuplul de pornire este proporțional cu pătratul tensiunii:

$$M_p = \frac{1}{2\pi n_1} \cdot \frac{m_1 U_1^2 r'_2}{(r_1 + r'_2)^2 + x_\sigma^2};$$

prin urmare după introducerea rezistenței R , cuplul electromagnetic de pornire are valoarea

$$M'_p = \left(\frac{U'_{1f}}{U_1}\right)^2 M_p = \left(\frac{1}{2}\right)^2 M_p = \frac{1}{4} M_p \simeq \frac{1}{4} \cdot \frac{P}{2\pi n} \cdot 2,6 = \\ = \frac{2,6}{4} \cdot \frac{60}{2\pi \cdot 970} \cdot 100 \cdot 10^3 = 639 \, \text{Nm}.$$

4.23. Să se determine valoarea rezistenței suplimentare care trebuie introdusă în circuitul rotorului unui motor asincron trifazat, tetrapolar cu turația nominală $n_n = 1470$ rot/min, pentru ca la sarcină nominală turația să scadă la valoarea $n = 1350$ rot/min. Rezistența pe fază a înfășurării rotorului este $R_2 = 0,06 \, \Omega$.

Soluție. Pentru alunecări mici, expresia cuplului mașinii asincrone poate fi scrisă sub forma:

$$M = \frac{m_1 p U_1^2}{\omega_1 r'_2} s = k_M \frac{s}{r'_2}$$

În absența unei rezistențe suplimentare în circuitul rotorului cuplul nominal are expresia:

$$M_n = k_M \frac{s_n}{r'_2} = k_M \frac{s_n}{c_1 k^2 R_2} \quad (1)$$

unde

$$s_n = \frac{n_1 - n_n}{n_1} = \frac{1500 - 1470}{1500} = 0,02,$$

iar k reprezintă factorul de raportare a rotorului la stator.

În cazul încărcării în regim nominal, cu rezistența rotorică suplimentară, cuplul are expresia:

$$M_n = k_M \frac{s}{r'_2 + R'} = k_M \frac{s}{c_1 k^2 (R_2 + R)} \quad (2)$$

cu

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{1500 - 1350}{1500} = 0,1.$$

Împărțind relațiile (1) și (2) obținem

$$\frac{s_n}{R_2} = \frac{s}{R_2 + R}$$

Din această relație rezultă valoarea rezistenței care se conectează pe fază în serie în circuitul rotorului:

$$R = \frac{s}{s_n} R_2 - R_2 = \left(\frac{0,1}{0,02} - 1 \right) 0,06 = 0,24 \, \Omega.$$

4.24. Un motor asincron, proiectat să funcționeze la frecvența $f = 50 \text{ Hz}$, are capacitatea de supraîncărcare la tensiune nominală și frecvență nominală, egală cu $k_m = M_{max}/M_n = 2,5$.

Se cere să se determine capacitatea de supraîncărcare a motorului în următoarele regimuri de funcționare:

- 1) tensiunea la borne scade la valoarea $U = 0,9 U_n$;
- 2) frecvența tensiunii de alimentare scade la valoarea $f = 48,5 \text{ Hz}$;
- 3) tensiunea la borne și frecvența în primar scad concomitent la valorile de mai sus.

Se consideră că valoarea cuplului rezistent la axul mașinii rămâne constantă și egală cu valoarea cuplului nominal.

Soluție. La motoarele asincrone de putere mare, la care rezistența înfășurării statorice este neglijabilă față de reactanța de dispersie, se poate



considera că valoarea cuplului maxim variază proporțional cu pătratul tensiunii de alimentare ($M_{max} \sim U^2$) și invers proporțional cu pătratul frecvenței de alimentare ($M_{max} \sim \frac{1}{f^2}$).

În aceste condiții rezultă:

1) factorul de supraîncărcare în condițiile date, dacă tensiunea scade la valoarea $U = 0,90 U_n$ este:

$$k_{mu} = k_m \left(\frac{U}{U_n} \right)^2 = 2,5 \cdot 0,9^2 = 2,03,$$

2) factorul de supraîncărcare în condițiile date, dacă frecvența tensiunii de alimentare scade la valoarea $f = 48,5$ Hz este

$$k_{mf} = k_m \left(\frac{f_n}{f} \right)^2 = 2,5 \left(\frac{50}{48,5} \right)^2 = 2,65.$$

3) dacă și valoarea efectivă și frecvența tensiunii de alimentare scad concomitent, factorul de supraîncărcare are valoarea:

$$k_{mfu} = k_m \left(\frac{U}{U_n} \right)^2 \left(\frac{f}{f_n} \right)^2 = 2,5(0,9)^2 \left(\frac{50}{48,5} \right)^2 = 2,155.$$

4.25. Un motor asincron tetrapolar are la funcționarea în regim nominal turația $n_n = 1455$ rot/minut, iar curentul în rotor $I_{2n} = 81$ A.

Motorul are factorul de supraîncărcare nominal $k_m = M_{max}/M_n = 2,3$ și funcționează la o rețea cu frecvența $f = 50$ Hz. Să se determine alunecarea și curentul în înfășurarea rotorică în următoarele cazuri particulare:

- 1) tensiunea la bornele primare scade la valoarea $U = 0,90 U_n$,
- 2) frecvența tensiunii de alimentare scade la valoarea $f = 49$ Hz,
- 3) tensiunea la borne și frecvența în primar scad concomitent la valorile de mai sus.

Se consideră că valoarea cuplului rezistent la axul mașinii rămîne constantă și egală cu valoarea cuplului nominal.

Soluție. La frecvența $f = 50$ Hz și $p = 2$, turația de sincronism este

$$n_1 = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ rot/min.}$$

Alunecarea corespunzătoare regimului nominal de funcționare este

$$s_n = \frac{n_1 - n_n}{n_1} = \frac{1500 - 1455}{1500} = 0,03.$$

1) La micșorarea tensiunii la bornele primare alunecarea maximă s_{max} rămîne neschimbată; variază capacitatea de supraîncărcare și alunecarea la funcționarea în sarcină. Conform relației lui Kloss rezultă:

$$k_m^{-1} = \left(\frac{M_{max}}{M_n} \right)^{-1} = \frac{2}{\frac{s_n}{s_{max}} + \frac{s_{max}}{s_n}}. \quad (1)$$

Rezolvăm ecuația (1) în raport cu alunecarea nominală, la tensiunea nominală și rezultă:

$$s_n = (k_m \pm \sqrt{k_m^2 - 1}) s_{max}. \quad (2)$$

Din relația (1) rezultă alunecarea s_u la tensiunea redusă (capacitatea de supraîncărcare fiind k'_m)

$$s_u = (k'_m \pm \sqrt{k'^2_m - 1}) s_{max} \quad (2')$$

S-a notat cu

$$k'_m = \frac{M'_{max}}{M_n} = \frac{(0,9)^2 M_{max}}{M_n} = (0,9)^2 k_m = 0,81 k_m,$$

capacitatea de supraîncărcare la tensiunea redusă.

Din relațiile (2') și (2) rezultă:

$$\frac{s_u}{s_n} = \frac{k'_m - \sqrt{k'^2_m - 1}}{k_m - \sqrt{k_m^2 - 1}}$$

sau:

$$s_u = \frac{k'_m - \sqrt{k'^2_m - 1}}{k_m - \sqrt{k_m^2 - 1}} s_n$$

$$s_u = \frac{0,81 \cdot 2,3 - \sqrt{(0,81 \cdot 2,3)^2 - 1}}{2,3 - \sqrt{2,3^2 - 1}} 0,03 = 0,0359.$$

Curentul din rotor rezultă din expresia cuplului:

$$M = \frac{m_2 R_2 I_{2n}^2}{2\pi s n_1}. \quad (3)$$

Aplicăm relația (3) pentru cele două valori ale tensiunii de alimentare:

$$M_n = \frac{m_2 R_2 I_{2n}^2}{2\pi s_n n_1} \quad - \text{pentru } U = U_n \quad (4)$$

și

$$M_n = \frac{m_2 R_2 I_{2u}^2}{2\pi s_u n_1} \quad - \text{pentru } U = 0,9 U_n. \quad (4')$$

Din relațiile (4') și (4) obținem:

$$\frac{I_{2n}^2}{s_n} = \frac{I_{2u}^2}{s_u} \quad (4'')$$

sau

$$I_{2u}^2 = \frac{s_u}{s_n} I_{2n}^2.$$



Rezultă :

$$I_{2u} = I_{2n} \sqrt{\frac{s_u}{s_n}} = 81 \sqrt{\frac{0,0359}{0,03}} = 88,4 \text{ A.}$$

2) Variația frecvenței tensiunii de alimentare influențează valoarea cuplului maxim și valoarea alunecării maxime. Rezolvînd relația (1) obținem :

$$s_f = [k_m'' - \sqrt{(k_m'')^2 - 1}] k_f s_{max} \quad (5)$$

unde

$$k_m'' = \frac{M_{max}'}{M_n} = \frac{\left(\frac{f_n}{f}\right)^2 M_{max}}{M_n} = \left(\frac{f_n}{f}\right)^2 k_m = \left(\frac{50}{49}\right)^2 2,3 = 2,39$$

iar

$$k_f = \frac{f_n}{f} = \frac{50}{49} \approx 1,02.$$

Deci :

$$s_f = (2,39 - \sqrt{2,39^2 - 1}) \cdot 1,02 s_{max}. \quad (5')$$

Împărțind relațiile (5') și (2) rezultă :

$$s_f = \frac{(2,39 - \sqrt{2,39^2 - 1}) 1,02}{2,3 - \sqrt{2,3^2 - 1}} \cdot 0,03 = 0,02935.$$

Pentru determinarea curentului în rotor aplicăm relația (4'') și rezultă :

$$I_{2f} = I_{2n} \sqrt{\frac{s_f}{s_n}} = 81 \sqrt{\frac{0,02935}{0,03}} = 80 \text{ A.}$$

3) Variația tensiunii de alimentare și a frecvenței provoacă o variație a cuplului maxim și a alunecării maxime.

Din relația (4) rezultă :

$$s_r = (k_{mr} - \sqrt{k_{mr}^2 - 1}) k_f s_{max} \quad (6)$$

unde :

$$k_{mr} = \frac{M_{maxr}}{M_n} = \frac{\left(\frac{U}{U_n}\right)^2 \left(\frac{f_n}{f}\right)^2 M_{max}}{M_n} = (0,9)^2 \left(\frac{50}{49}\right)^2 \cdot 2,3 = 1,935$$

și $k_f = 1,02$ cu aceeași semnificație ca la punctul 2.

Din relațiile (6) și (2) rezultă :

$$s_r = \frac{(k_{mr} - \sqrt{k_{mr}^2 - 1}) k_f}{(k_m - \sqrt{k_m^2 - 1})} s_n$$

sau :

$$s_r = \frac{(1,935 - \sqrt{1,935^2 - 1}) \cdot 1,02}{2,3 - \sqrt{2,3^2 - 1}} 0,03 = 0,035.$$

Curentul rezultă din relația (4'') :

$$I_{2r} = I_{2n} \sqrt{\frac{s_r}{s_n}} = 81 \sqrt{\frac{0,035}{0,03}} = 87,9 \text{ A.}$$

4.26. Un motor asincron cu înfășurarea primară conectată în triunghi are factorul de supraîncărcare $k_m = \frac{M_{max}}{M_n} = 2,5$ și funcționează în sarcină avînd un cuplu rezistent $M_r = 0,6 M_n$ la alunecarea $s = 2\%$. Se comută brusc conexiunile înfășurării primare din triunghi în stea.

Se cere să se determine alunecarea în noul regim de funcționare, neglijîndu-se pierderile.

Soluție. Alunecarea maximă a mașinii se poate determina folosind formula lui Kloss :

$$\frac{s_{max}}{s} + \frac{s}{s_{max}} = 2 \frac{M_{max}}{M_r}$$

dar

$$\frac{M_{max}}{M_r} = \frac{M_{max}}{M_n} \cdot \frac{M_n}{M_r} = \frac{2,5}{0,6} = 4,17,$$

deci :

$$\frac{s_{max}}{0,02} + \frac{0,02}{s_{max}} = 8,34. \quad (1)$$

Rezolvînd ecuația (1) se obține valoarea alunecării maxime, corespunzătoare unei funcționări stabile $s_{max} = 0,164$.

Schimbînd conexiunea statorului din triunghi în stea tensiunea pe fază a mașinii scade de $\sqrt{3}$ ori, iar cuplul mașinii scade de trei ori, cuplul rezistent rămînînd constant.

Deci :

$$M_r = 0,6 M_{n\Delta} = 0,6 \cdot 3 M_{n\lambda} = 1,8 M_{n\lambda}$$

$$k_m = \frac{M_{max\lambda}}{M_{n\lambda}} = 2,5$$

rezultă aceeași valoare pentru factorul de supraîncărcare, deoarece ambii termeni scad de trei ori.

Alunecarea în noul regim se determină din formula lui Kloss, ținînd seama că alunecarea maximă nu se schimbă în cazul schimbării conexiunii statorului :

$$\frac{s_{max}}{s} + \frac{s}{s_{max}} = 2 \frac{M_{max}}{M_r}.$$

Dar

$$\frac{M_{max}}{M_r} = \frac{2,5}{1,8} = 1,39$$

prin urmare

$$\frac{s}{0,164} + \frac{0,164}{s} = 2,78 \quad (2)$$

cu soluția $s = 0,07$ (sau în procente $s = 0,07 \cdot 100 = 7\%$), corespunzătoare funcționării stabile.

4.27. Un motor asincron cu rotorul bobinat are capacitatea de supraîncărcare $k_m = M_{max}/M_n = 2,5$ și alunecarea maximă $s_{max} = 10\%$ corespunzătoare unei temperaturi a rotorului de 20°C .

Să se determine alunecarea nominală și cuplul de pornire în următoarele cazuri:

1) motorul este pornit cu rotorul la temperatura mediului ambiant $t = 20^\circ\text{C}$.

2) motorul este pornit după funcționarea de durată, temperatura rotorului fiind 100°C , iar coeficientul de variație al rezistivității înfășurării cu temperatura este $\alpha = 0,004 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

Pornirea are loc cu înfășurarea rotorului scurtcircuitată. Se neglijează valoarea rezistenței înfășurării primare și se presupune că încălzirea înfășurării rămâne neschimbată în perioada pornirii.

Soluție. 1) Din relația lui Kloss se obține:

$$\frac{s_{max}}{s_n} + \frac{s_n}{s_{max}} = \frac{2M_{max}}{M_n} \quad (1)$$

sau

$$\frac{s_{max}}{s_n} + \frac{s_n}{s_{max}} = 2,25. \quad (2)$$

Rezolvând ecuația (2) în funcție de alunecarea nominală (s_n) se obține soluția reală, corespunzătoare funcționării stabile a mașinii:

$$s_n = 0,21 \cdot s_{max} = 0,21 \cdot 10 = 2,1\%.$$

Folosind ecuația (1) putem determina cuplul de pornire pe caracteristica naturală știind că $s_p = 1$:

$$M_p = \frac{2M_{max}}{\frac{s_p}{s_{max}} + \frac{s_{max}}{s_p}} = \frac{2M_{max}}{\frac{1}{0,1} + \frac{0,1}{1}} = 0,198 M_{max}. \quad (3)$$

2) Datorită variației temperaturii rotorului, variază rezistența rotorică; se schimbă valoarea alunecării maxime:

$$s_{m100} = \frac{r'_2 100}{x_\sigma} = \frac{r'_2(1 + \alpha \Delta \theta)}{x_\sigma} = s_{max}(1 + \alpha \Delta \theta) = \frac{10}{100} (1 + 0,004 \cdot 80) = 0,132.$$

Cunoscând noua valoare a alunecării maxime din relația (2) se obține alunecarea nominală corespunzătoare funcționării stabile:

$$s_{n100} = 0,21 \quad s_{max100} = 0,21 \cdot 0,132 = 0,0277 = 2,77\%,$$

iar din relația (3) se obține valoarea cuplului la pornire:

$$M_p = \frac{2M_{max}}{\frac{1}{0,112} + \frac{0,132}{1}} = 0,259 M_{max}.$$

Se observă că în cazul în care rotorul este mai cald, mașina are un cuplu de pornire mai ridicat.

4.28. Să se determine cuplul de pornire al unui motor asincron cu rotorul în scurtcircuit care are alunecarea nominală $s_n = 0,05$ și curentul de pornire $I_p = 6,1 I_n$. Rețeaua la care se conectează motorul admite un curent maxim $I_r = 2,5 I_n$. Se presupune că pornirea se face prin două metode:

1. cu ajutorul unui reactor,
 2. cu ajutorul unui autotransformator,
- Se neglijează curentul de mers în gol al mașinii.

Soluție. 1) La pornire, curentul secundar raportat se reduce în același raport în care se reduce tensiunea primară, respectiv curentul primar $I'_{2p} = \frac{I_p}{I_r} I_{2n}$. Din expresia cuplului unei mașini asincrone se poate determina cuplul de pornire.

Cuplul de pornire este:

$$M_{pR} = \frac{m_1 I_{2p}'^2 R_2'}{\Omega_1}; \quad (1)$$

cu

$$I'_{2p} = \frac{6,1}{2,5} I_{2n}' = 2,44 I_{2n}'.$$

Cuplul nominal al mașinii este:

$$M_n = \frac{m_1 I_{2n}'^2 R_2'}{s_n \Omega_1}. \quad (2)$$

Din raportul relațiilor (1) și (2) se obține:

$$M_{pR} = \left(\frac{I_r}{I_{1n}} \right)^2 s_n M_n = 2,44^2 \cdot 0,05 M_n = 0,298 M_n.$$

2) În cazul pornirii prin autotransformator curentul absorbit de la rețea, egal cu curentul maxim admisibil al rețelei, are valoarea

$$I_r = \frac{1}{k^2} I_p$$

unde k este raportul de transformare al autotransformatorului.

Prin urmare

$$k^2 = \frac{6,1}{2,5} = 2,44$$

iar

$$k = \sqrt{2,44} = 1,56.$$

Curentul de pornire este

$$I'_{2p} = \frac{6,1 I'_{2n}}{1,56} = 3,85 I'_{2n}.$$

Cuplul de pornire la pornirea cu autotransformator rezultă:

$$M_{pAt} = \left(\frac{I_{2p}}{I'_{2n}} \right)^2 s_n M_n = 3,85^2 \cdot 0,05 M_n = 0,762 M_n.$$

La pornirea prin autotransformator, curentul absorbit din rețea rămânând constant, cuplul electromagnetic a crescut în raportul:

$$\frac{M_{pAt}}{M_{pR}} = \frac{0,762}{0,298} = 2,56$$

față de cuplul electromagnetic la pornirea prin reactor.

4.29. Un motor asincron trifazat cu rotorul bobinat are următoarele date nominale: puterea $P_n = 630 \text{ kW}$; tensiunea $U_n = 6\,000 \text{ V}$ (înfășurarea statorului avînd conexiunea stea); turația nominală $n_n = 1\,485 \text{ rot/min}$, numărul de poli $2p = 4$ și $f = 50 \text{ Hz}$.

La încercarea în scurtcircuit a acestui motor s-au măsurat: curentul de scurtcircuit la tensiunea nominală $I_{sc} = 380 \text{ A}$, puterea absorbită $P_{sc} = 515 \text{ kW}$ și rezistențele înfășurărilor la temperatura probei $r_1 = 0,657 \, \Omega$ și $r_2 = 0,0109 \, \Omega$.

Se cere să se determine valoarea rezistenței suplimentare care trebuie introdusă în circuitul rotorului, astfel încît la trecerea motorului în regim de frînă electromagnetică, să se obțină un cuplu de frînare egal cu $0,5 M_n$, dacă turația în momentul frînării este egală cu turația nominală a mașinii.

Soluție. — Cuplul nominal al motorului are valoarea

$$M_n = \frac{P_n}{2\pi n_n} = \frac{630\,000}{2\pi \cdot \frac{1\,485}{60}} = 4\,053 \text{ Nm}.$$

— Cuplul de frînare:

$$M_f = 0,5 M_n = 0,5 \cdot 4\,053 = 2\,026,5 \text{ Nm}.$$

— Alunecarea în momentul frînării rezultă:

$$s_f = \frac{n_1 - (-n)}{n_1} = \frac{n_1 + n}{n_1} = \frac{1\,500 + 1\,485}{1\,500} = 1,99.$$

Din condiția :

$$M(s_f) = M_f$$

rezultă următoarea ecuație pentru determinarea rezistenței suplimentare

$$M_f = \frac{m_1 p (r'_2 + r'_f) U_1^2}{\omega_1 s_f \left[\left(r_1 + \frac{r'_2 + r'_f}{s_f} \right)^2 + (x_{\sigma 1} + x'_{\sigma 2})^2 \right]} \quad (1)$$

Din încercarea în scurtcircuit se calculează :

— impedanța echivalentă de scurtcircuit

$$Z_e = \frac{U_{1nf}}{I_{1sc}} = \frac{6000}{\sqrt{3} \cdot 380} = 9,12 \, \Omega,$$

— rezistența echivalentă de scurtcircuit

$$r_e = r_1 + r'_2 = \frac{P_{sc}}{m I_{1sc}^2} = \frac{515000}{3 \cdot 380^2} = 1,19 \, \Omega,$$

— reactanța de dispersie echivalentă

$$x_e = x_{\sigma 1} + x'_{\sigma 2} = \sqrt{Z_e^2 - r_e^2} = \sqrt{9,12^2 - 1,19^2} = 9,04 \, \Omega,$$

— rezistența înfășurării rotorului raportată la stator

$$r'_2 = r_e - r_1 = 1,19 - 0,657 = 0,533 \, \Omega.$$

Întroducând în relația (1) valorile numerice determinate, rezultă relația

$$2026,5 = \frac{3 \cdot 2 \left(\frac{6000}{\sqrt{3}} \right)^2 (r'_2 + r'_f)}{314 s_f \left[\left(0,657 + \frac{r'_2 + r'_f}{s_f} \right)^2 + 9,04^2 \right]}$$

Notînd cu

$$x = \frac{r'_2 + r'_f}{s_f} \quad (2)$$

se obține ecuația :

$$x^2 - 111,84 x + 82,15 = 0$$

cu soluțiile

$$x_1 = 111,07$$

$$x_2 = 0,77.$$

Valoarea rezistenței de frînare raportată la înfășurarea statorului rezultă din relația (2) :

$$r'_{f1} = 220,5 \, \Omega,$$

$$r'_{f2} = 0,999 \, \Omega.$$

Coeficientul de raportare al parametrilor înfășurării rotorului la stator are valoarea :

$$k^2 = \frac{r'_2}{r_2} = \frac{0,533}{0,0109} = 48,9.$$

Valorile rezistențelor de frînare vor fi :

$$r_{f1} = \frac{r'_{f1}}{k^2} = \frac{220,5}{48,9} = 4,52 \, \Omega,$$

$$r_{f2} = \frac{r'_{f2}}{k^2} = \frac{0,999}{48,9} = 0,0205 \, \Omega.$$

Alunecarea maximă corespunzătoare rezistenței de frînare $r'_{f1} = 220,5 \, \Omega$ este :

$$s_{m1} = \frac{r'_2 + r'_{f1}}{\sqrt{r_1^2 + (x_{\sigma 1} + x'_{\sigma 2})^2}} = \frac{0,533 + 220,5}{\sqrt{0,657^2 + 9,04^2}} = 24,2.$$

Deci punctul de funcționare este în zona stabilă a caracteristicii mecanice. La rezistența $r'_{f2} = 0,999 \, \Omega$, corespunde :

$$s_{m2} = \frac{0,533 + 0,999}{\sqrt{0,657^2 + 9,04^2}} = 0,169.$$

În cazul rezistenței de frînare $r'_{f2} = 0,999 \, \Omega$, alunecarea $s_f > s_{m2}$, deci punctul de funcționare este în regiunea nestabilă a caracteristicii mecanice.

4.30. Un motor asincron, hexapolar, acționează o macara pentru ridicarea unei greutăți. Motorul funcționează cu turația $n = 955 \, \text{rot/min}$ fiind alimentat cu o tensiune alternativă de frecvență $f = 50 \, \text{Hz}$.

Se cere să se determine rezistența suplimentară care trebuie introdusă pe fază în circuitul rotorului pentru ca la coborîrea uniformă a aceleiași greutăți, turația mașinii să fie $n' = 700 \, \text{rot/min}$. Legăturile la rețea rămân neschimbate, iar rezistența pe fază a rotorului este $R_2 = 0,07 \, \Omega$.

Soluție. Motorul avînd legăturile neschimbate, în cazul în care greutatea coboară lucrează în regim de frînă, cu alunecarea :

$$s' = \frac{n_1 + n'}{n_1} = \frac{\frac{60f}{p} + n'}{\frac{60f}{p}} = \frac{\frac{60 \cdot 50}{3} + 700}{\frac{60 \cdot 50}{3}} = 1,7$$

unde n_1 este turația de sincronism, iar p numărul de perechi de poli ai mașinii :

În cazul cînd funcționează ca motor, la ridicarea greutății, alunecarea de regim este

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{1000 - 955}{1000} = 0,045.$$

Deoarece la coborîre asupra macaralei acţionează aceeaşi forţă, cuplul la axul maşinii rămîne neschimbat, adică :

$$\frac{m_2 R_2 I_2^2}{2\pi s n_1} = \frac{m_2 R'_2 I_2^2}{2\pi s' n_1}$$

sau

$$\frac{R'_2}{s'} = \frac{R_2}{s} = \frac{R_2 + R_s}{s'} \quad (1)$$

unde R'_2 este rezistenţa totală a rotorului pe fază în regim de frînă, iar R_s este rezistenţa suplimentară pe fază.

Din relaţia (1) rezultă rezistenţa suplimentară pe fază :

$$R_s = R_2 \left(\frac{s'}{s} - 1 \right) = 0,07 \left(\frac{1,7}{0,045} - 1 \right) = 2,57 \, \Omega.$$

4.3. PORNIREA MOTOARELOR ASINCRONE ŞI REGIMURI ASIMETRICE DE FUNCŢIONARE

4.31. Un motor asincron cu rotorul bobinat are următoarele date nominale: puterea nominală $P_n = 150 \text{ kW}$, turaţia nominală $n_n = 1485 \text{ rot/min}$, rezistenţa raportată a înfăşurării rotorului $r'_2 = 0,011 \, \Omega$; reactanţa totală de dispersie $x_\sigma = 0,132 \, \Omega$. Se cere să se determine timpul de pornire al maşinii, ştiind că pornirea se face cu rotorul în scurtcircuit.

Se consideră momentul de inerţie $J = 6,5 \text{ kgm}^2$ pentru toată instalaţia motor — agregat şi se neglijează rezistenţa înfăşurării statorului.

Soluţie. Timpul de pornire se determină cu ajutorul relaţiei

$$t_p = \frac{T}{2} \left[\frac{s_i^2 - s_f^2}{2s_{max}} + s_{max} \ln \frac{s_i}{s_f} \right],$$

unde

— alunecarea iniţială

$$s_i = 1,$$

— alunecarea finală

$$s_f = s_n = \frac{n_1 - n_n}{n_1} = \frac{1500 - 1485}{1500} = 0,01,$$

— alunecarea s_{max} corespunzătoare cuplului maxim :

$$s_{max} = \frac{r'_2}{x_\sigma} = \frac{0,011}{0,132} = 0,0834,$$

— cuplul nominal al maşinii

$$M_n = \frac{P_n}{2\pi n_n} = \frac{150\,000}{2\pi \frac{1485}{60}} = 982 \text{ Nm},$$

— cuplul maxim al mașinii

$$M_{max} = \frac{1}{2} M_n \left(\frac{s}{s_{max}} + \frac{s_{max}}{s} \right) = \frac{1}{2} \cdot 982 \left(\frac{0,01}{0,0834} + \frac{0,0834}{0,01} \right) = 4\,180 \text{ Nm},$$

— constanta de timp

$$T = J \frac{2\pi n_1}{M_{max}} = 6,5 \frac{2\pi \frac{1\,500}{60}}{4\,180} = 2,415 \text{ s.}$$

Rezultă timpul de pornire real:

$$t_p = \frac{2,415}{2} \left[\frac{1 - (0,01)^2}{2 \cdot 0,0834} + 0,0834 \ln \frac{1}{0,01} \right] = 7,78 \text{ s.}$$

4.32. Un motor asincron trifazat, tetrapolar, cu puterea nominală $P_n = 13 \text{ kW}$ la frecvența $f = 50 \text{ Hz}$, are diametrul rotorului $D = 160 \text{ mm}$, iar lungimea rotorului $l = 180 \text{ mm}$.

Se cere să se determine:

1. pierderile care se produc în rotor în decursul pornirii în gol a mașinii;
2. pierderile care se produc în rotor la funcționarea mașinii în regim de frână în gol, de la o turație apropiată de turația de sincronism pînă la oprire.
3. pierderile care se produc în rotor atunci cînd se intervertesc brusc două faze la bornele mașinii care funcționează în sarcină nominală, iar cuplul aplicat la ax este nul pînă în momentul în care rotorul ajunge la turația nominală în sens invers.

Densitatea de masă a fierului are valoarea $\rho = 7,8 \text{ kg/dm}^3$.

Soluție. Turația sincronă a mașinii este

$$n_1 = \frac{f}{p} = \frac{50}{2} = 25 \text{ rot/s},$$

iar viteza unghiulară sincronă

$$\Omega_1 = 2\pi n_1 = 2\pi \cdot 25 = 156,7 \text{ rad/s.}$$

Pierderile în rotor au expresia:

$$P_{j2} = sP_e = s2\pi n_1 M_e$$

unde P_e este puterea electromagnetică, M_e cuplul electromagnetic $M_e = -J2\pi n_1 \frac{ds}{dt}$, s — alunecarea mașinii; J este momentul de inerție al rotorului și se calculează astfel:

$$J = \rho l \frac{\pi D^4}{32} = 7,8 \cdot 10^3 \cdot 1,8 \cdot 10^{-1} \frac{\pi \cdot 1,6^4}{32} 10^{-4} = 0,0904 \text{ kgm}^2.$$

Căldura dezvoltată în rotor în intervalul $t_2 - t_1$, t_1 și t_2 fiind momentele corespunzătoare alunecărilor s_1 și s_2 , se determină prin efectuarea integralei pierderilor $P_{j2} = -(2\pi n_1)^2 s J \frac{ds}{dt}$ în raport cu timpul:

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} P_{j2} dt = - \int_{s_1}^{s_2} (2\pi n_1)^2 J s ds = \frac{(2\pi n_1)^2}{2} J (s_1^2 - s_2^2). \quad (1)$$

1) La pornirea mașinii din repaus alunecările s_1 și s_2 au valorile $s_1 = 1$ și $s_2 = 0$; pierderile în rotor conform expresiei (1) sînt:

$$Q = J \frac{\Omega_1}{2} = 0,0904 \frac{156,7^2}{2} = 1\,105 \text{ J.}$$

2) La funcționarea în regim de frînă în gol limitele de integrare a relației (1) sînt

$$s_1 = 2 \quad \text{și} \quad s_2 = 1.$$

Deci

$$Q = J \frac{\Omega_1}{2} (s_1^2 - s_2^2) = 0,0904 \frac{156,7^2}{2} (4 - 1) = 3\,315 \text{ J.}$$

3) După inversarea a două legături la bornele motorului valorile alunecărilor inițiale și finale sînt $s_1 = 2$ și $s_2 = 0$. Rezultă:

$$Q = J \frac{\Omega_1^2}{2} (s_1^2 - s_2^2) = 0,09 \frac{156,4^2}{2} (2^2 - 0) = 4\,420 \text{ J.}$$

Se observă că, energia dezvoltată sub formă de căldură în rotor, în cazul regimului de frînă este mare și produce solicitări termice mari ale rotorului.

4.33. Un motor asincron trifazat, bipolar, avînd înfășurarea statorică conectată în stea, este alimentat de la o sursă de tensiune trifazată, avînd frecvența $f = 50$ Hz. Durata pornirii motorului este $t_p = 3$ secunde. Se cere să se determine: durata pornirii în cazul cînd înfășurarea este conectată în triunghi, motorul fiind alimentat de la aceeași sursă de tensiune, precum și căldura dezvoltată în circuitul rotorului în perioada pornirii în ambele cazuri. Momentul de inerție al motorului și agregatul acționat este egal cu $J = 3 \text{ kgm}^2$. Se neglijează rezistența înfășurării statorului.

Soluție. Durata pornirii unui motor asincron în ipoteza neglijării rezistenței înfășurării statorului are expresia

$$[t_p = \frac{2\pi n_1 J}{2M_{max}} \left[\frac{s_i^2 - s_f^2}{2s_{max}} + s_{max} \ln \frac{s_i}{s_f} \right].$$

Cînd mașina este pornită cu statorul conectat în triunghi tensiunea pe fază crește de $\sqrt{3}$ ori, iar cuplul maxim de trei ori față de cazul pornirii mașinii cu înfășurarea primară conectată în stea.

Deoarece cuplul maxim M_{max} crește de trei ori, alunecarea maximă s_{max} , alunecarea inițială $s_i = 1$ și alunecarea finală s_f rămânând neschimbate rezultă că mașina va porni într-un interval de timp de trei ori mai scurt.

Deci timpul de pornire în cazul conectării în triunghi va fi $t_p = 1$ s. Căldura dezvoltată în circuitul rotorului în timpul pornirii nu depinde de modul sau de timpul de pornire. Deci în ambele cazuri căldura dezvoltată în rotor va fi:

$$Q = J \frac{\Omega_1^2}{2} = J \frac{(2\pi f)^2}{2} = \frac{(\pi \cdot 50 \cdot 2)^2}{2} = 14,79 \cdot 10^4 \text{ J.}$$

4.34. Un motor asincron cu rotorul bobinat are următoarele caracteristici: turația nominală $n_n = 1470$ rot/min, rezistența rotorului raportată $r'_2 = 1,2 \Omega$, reactanța totală de dispersie $x_\sigma = 10 \Omega$ și numărul de perechi de poli $p = 2$.

Se cere să se determine timpul de pornire al mașinii știind că pornirea se face cu ajutorul unui reostat de pornire cu două trepte, fiecare treaptă avînd rezistența pe fază, raportată la înfășurarea statorului mașinii, $r'_p = 4,4 \Omega$.

Se consideră că în tot timpul pornirii acționează cuplul nominal al mașinii; constanta de timp are valoarea $T = 2$ s și se neglijează rezistența înfășurării statorului. Comutarea de pe o treaptă pe alta se efectuează la cuplul maxim.

Soluție. Presupunem că schimbarea treptelor reostatului se face conform cu figura 4.12, adică se schimbă treapta atunci cînd s-a ajuns la alunecarea maximă corespunzătoare treptei următoare.

Introducerea unor rezistențe în circuitul rotorului modifică numai alunecarea maximă, cuplul maxim rămînînd constant.

Timpul de pornire este

$$t_p = t_{AB} + t_{CD} + t_{EF}$$

în care t_{AB} , t_{CD} și t_{EF} sînt intervalele de timp între două comutări succesive.

— Alunecarea maximă corespunzătoare regimului de funcționare cu reostatul de pornire introdus este

$$s_{m1} = \frac{r'_2 + 2r'_p}{x_\sigma} = \frac{1,2 + 2 \cdot 4,4}{10} = 1.$$

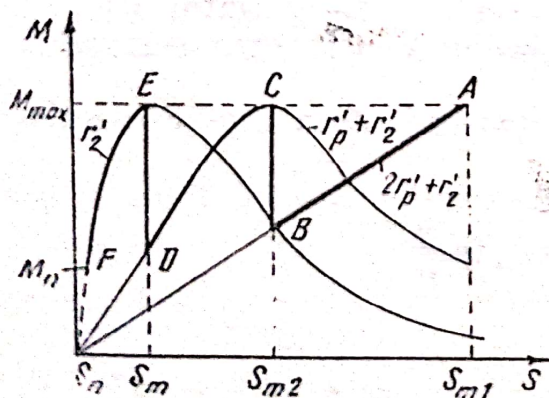


Figura 4.12.

— Alunecarea maximă corespunzătoare primei trepte a reostatului de pornire este

$$s_{m2} = \frac{r'_2 + r'_p}{x_\sigma} = \frac{1,2 + 4,4}{10} = 0,56.$$

— Alunecarea maximă corespunzătoare reostatului scurtcircuitat este

$$s_m = \frac{r'_2}{x_\sigma} = \frac{1,2}{10} = 0,12.$$

— Alunecarea nominală

$$s_n = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{1\,500 - 1\,470}{1\,500} = 0,02.$$

Pentru zona A—B

— alunecarea inițială este egală cu alunecarea s_{m1}

$$s_i = s_{m1} = 1,$$

— alunecarea finală

$$s_f = s_{m2} = 0,56$$

iar timpul de pornire are valoarea

$$t_{AB} = \frac{T}{2} \left[\frac{s_i^2 - s_f^2}{2s_m} + s_m \ln \frac{s_i}{s_f} \right] = \frac{2}{2} \left[\frac{1 - 0,56^2}{2 \cdot 1} + 1 \cdot \ln \frac{1}{0,56} \right] = 0,923 \text{ s.}$$

Pentru zona C—D

— alunecarea inițială este egală cu alunecarea s_{m2}

$$s_i = s_{m2} = 0,56,$$

— alunecarea finală

$$s_f = s_m = 0,12$$

iar timpul de pornire are valoarea

$$t_{CD} = \frac{2}{2} \left[\frac{0,56^2 - 0,12^2}{2 \cdot 0,56} + 0,56 \ln \frac{0,56}{0,12} \right] = 1,1265 \text{ s.}$$

Pentru zona E—F

— alunecarea inițială și egală cu alunecarea maximă s_m este

$$s_i = s_m = 0,12,$$

— alunecarea finală

$$s_f = s_n = 0,02$$

iar timpul de pornire are valoarea

$$t_{EF} = \frac{2}{2} \left[\frac{0,12^2 - 0,02^2}{2 \cdot 0,12} + 0,12 \ln \frac{0,12}{0,02} \right] = 0,2734 \text{ s.}$$

Timpul de pornire total are valoarea

$$t_p = t_{AB} + t_{CD} + t_{EF} = 0,923 + 1,1265 + 0,2734 = 2,3229 \text{ s.}$$

4.35. Un motor asincron trifazat tetrapolar are următoarele date nominale: puterea nominală $P_n = 155 \text{ kW}$, tensiunea nominală $U_n = 6 \text{ kV}$, factorul de supraîncărcare $k_m = M_{max}/M_n = 2,5$, alunecarea maximă $s_{max} = 10\%$ și frecvența tensiunii de alimentare $f = 50 \text{ Hz}$. Motorul funcționează în regim nominal.

Datorită unei defecțiuni pe rețea tensiunea la bornele motorului scade cu 50%.

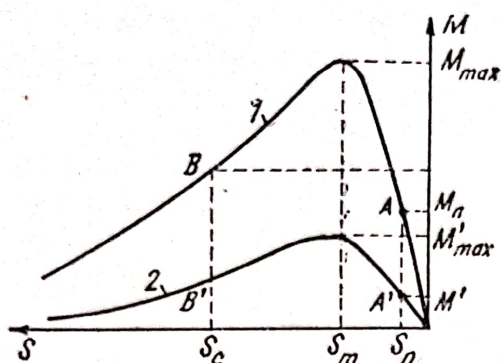


Figura 4.13.

Să se determine durata maximă admisibilă a defectului pentru ca motorul după revenirea tensiunii la valoarea nominală să poată accelera din nou în sarcină, fără a se proceda la deconectarea și repornirea lui.

Cuplul la arbore rămîne constant și este egal cu cuplul nominal.

Dimensiunile rotorului sînt: diametrul $D=38$ cm, lungimea $l=40$ cm, iar greutatea specifică echivalentă $\gamma = 7,8$ kg/dm³.

Soluție. Inițial motorul funcționa la cuplul nominal M_n , corespunzător alunecării nominale s_n , în punctul de funcționare A pe caracteristica mecanică naturală (v. fig. 4.13, curba 1). La scăderea tensiunii punctul de funcționare se va muta în A' pe noua caracteristică de funcționare (v. fig. 4.13, curba 2). Deoarece în noua situație cuplul $M' < M_n = M_r = \text{constant}$ alunecarea crește, motorul se frînează, iar punctul de funcționare se deplasează pe caracteristica 2. Dacă tensiunea revine la valoarea nominală în punctul B' motorul revine pe caracteristica naturală în punctul B . Dacă cuplul electromagnetic în punctul B , corespunzător alunecării s_c , este mai mare decît cuplul rezistent (egal cu cel nominal) atunci apare un cuplu de accelerare care readuce rotorul la starea inițială de funcționare (în punctul A).

Ecuatia cuplurilor mașinii este

$$J \frac{d^2\alpha}{dt^2} + M_r = M_e \quad (1)$$

unde M_r reprezintă cuplul rezistent ($M_r = M_n$), M_e cuplul electromagnetic, iar

$$\frac{d\alpha}{dt} = 2\pi(1-s)n_1,$$

cu n_1 turația de sincronism.

Rezultă

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -2\pi n_1 \frac{ds}{dt} = -\omega_1 \frac{ds}{dt} \quad (2)$$

Din relațiile (2) și (1) se obține

$$-J\omega_1 \frac{ds}{dt} = M' - M_n$$

$$\frac{J\omega_1}{M_n} \frac{ds}{dt} = T_a \frac{ds}{dt} = 1 - \frac{M'}{M_n} \quad (3)$$

respectiv

$$\int dt = t = T_a \int_{s_n}^{s_c} \frac{ds}{1 - \frac{M'}{M_n}}$$

Mașina fiind de putere mare se poate aplica formula lui Kloss ($r_1 \approx 0$)

$$\frac{M'}{M_{max}} = \frac{2}{\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s}} \quad (4)$$

unde

$$M'_{max} = M_{max} \left(\frac{0,5}{U_n} U_n \right)^2 = 0,25 M_{max}$$

La scăderea tensiunii la borne scade cuplul maxim, alunecarea maximă rămânând neschimbată. Înlocuind pe M' din relația (4) în relația (3) se obține

$$t = T_a \int_{s_n}^{s_c} \frac{\left[\left(\frac{s}{s_m} \right)^2 + 1 \right] ds}{\left(\frac{s}{s_m} \right)^2 - 2k \left(\frac{s}{s_m} \right) + 1} \quad (5)$$

unde

$$k = \frac{M'_{max}}{M_n} = \frac{0,25 M_{max}}{M_n} = 0,25 \cdot 2,5 = 0,625.$$

Pentru rezolvarea integralei (5) se efectuează schimbarea de variabilă $z = \frac{s}{s_m}$ și rezultă:

$$t = T_a s_m \int_{\frac{s_n}{s_m}}^{\frac{s_c}{s_m}} \frac{(z^2 + 1) dz}{z^2 - 2kz + 1} = T_a s_m \tau \quad (6)$$

relație cu care se poate calcula timpul.

Cunoscând alunecarea maximă s_m și factorul de supraîncărcare k_m se poate determina s_n și s_c din relația lui Kloss:

$$\frac{M_n}{M_{max}} = \frac{2}{\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s}}$$

Se obține

$$s_n = 0,21 s_m = 2,1\% \\ s_c = 4,79 s_m = 47,9\%$$

Integrala τ din relația (6) are expresia

$$\tau = \left\{ z + k \ln \left[z \left(z + \frac{1}{z} - 2k \right) \right] + \frac{2k}{\sqrt{1-k^2}} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{z-k}{\sqrt{1-k^2}} \right\} \left| \begin{array}{l} \frac{s_c}{s_m} = 4,79 \\ \frac{s_n}{s_m} = 0,21 \end{array} \right. =$$

$$= \left\{ 4,79 + 0,625 \ln \left[4,79 \left(4,79 + \frac{1}{4,79} - 2 \cdot 0,625 \right) \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{2 \cdot 0,625^2}{\sqrt{1-0,625^2}} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{4,79-0,625}{\sqrt{1-0,625^2}} \right\} -$$

$$- \left\{ 0,21 + 0,625 \ln \left[0,21 \left(0,21 + \frac{1}{0,21} - 2 \cdot 0,625 \right) \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{2 \cdot 0,625^2}{\sqrt{1-0,625^2}} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{0,21-0,625}{\sqrt{1-0,625^2}} \right\} = 8,41.$$

Momentul de inerție are valoarea

$$J = \gamma l \frac{\pi D^4}{32} = 7,8 \cdot 10^3 \cdot 0,4 \frac{\pi (0,38)^4}{32} = 43,9 \text{ kgm}^2.$$

Turația nominală a mașinii este

$$n_n = (1 - s_n)n_1 = (1 - 0,021)25 = 24,475 \text{ rot/s.}$$

Viteza unghiulară la sincronism este

$$\omega_1 = 2\pi n_1 = 2\pi \cdot 25 = 50 \pi \text{ rad/s}$$

iar cuplul nominal

$$M_n = \frac{P_n}{\omega_n} = \frac{P_n}{2\pi n_n} = \frac{155 \cdot 10^3}{2\pi \cdot 24,475} = \frac{3,16}{\pi} 10^3 \text{ Nm.}$$

Constanta de timp corespunzătoare cuplului nominal are valoarea

$$T_a = \frac{J\omega_1}{M_n} = \frac{43,9 \cdot 50\pi}{\frac{3,16}{\pi} 10^3} = 6,85 \text{ s.}$$

Prin urmare durata maximă a defectului condiționată de stabilitatea sistemului pentru ca motorul să poată reveni la regim nominal este

$$t < T_a s_m \tau \leq 6,85 \cdot 0,1 \cdot 8,41 = 5,76 \text{ s.}$$

Deci mașina poate funcționa timp de 5,76 secunde cu tensiunea redusă la jumătate.

4.36. Un motor asincron monofazat hexapolar are următoarele date nominale: tensiunea $U_1 = 380 \text{ V}$, turația $n_n = 920 \text{ rot/min}$, rezistența înfășurării statorului $R_1 = 0,4 \Omega$, rezistența raportată a înfășurării rotorului

$R'_2 = 0,25 \Omega$, reactanța de dispersie a înfășurării statorului $X_{\sigma 1} = 1 \Omega$, reactanța de dispersie raportată a înfășurării rotorului $X'_{\sigma 2} = 0,5 \Omega$, reactanța utilă $X_u = 18,5 \Omega$.

Se cere să se determine curentul și factorul de putere cu care funcționează mașina în următoarele situații:

- 1) Rotorul este calat.
 - 2) Rotorul este antrenat din exterior la turația sincronă.
 - 3) Mașina funcționează în regim de motor la sarcina nominală.
- Frecvența tensiunii de alimentare este $f = 50 \text{ Hz}$.

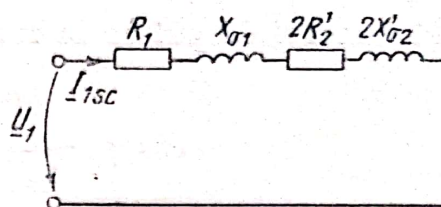


Figura 4.14.

Soluție. 1) Schema echivalentă a motorului monofazat la funcționarea în scurtcircuit este prezentată în figura 4.14.

Din schema echivalentă rezultă expresia curentului de scurtcircuit:

$$I_{1sc} = \frac{U_1}{\sqrt{(R_1 + 2R'_2)^2 + (X_{\sigma 1} + 2X'_{\sigma 2})^2}} = \frac{380}{\sqrt{(0,4 + 2 \cdot 0,25)^2 + (1 + 2 \cdot 0,5)^2}} = 173,27 \text{ A.}$$

Factorul de putere la scurtcircuit este

$$\cos \varphi_{sc} = \frac{R_1 + 2R'_2}{\sqrt{(R_1 + 2R'_2)^2 + (X_{\sigma 1} + 2X'_{\sigma 2})^2}} = \frac{0,4 + 2 \cdot 0,25}{\sqrt{(0,4 + 2 \cdot 0,25)^2 + (1 + 2 \cdot 0,5)^2}} = 0,41.$$

2) Schema echivalentă a mașinii în cazul funcționării în gol ideal este prezentată în figura 4.15.

Din schema echivalentă rezultă expresia curentului de mers în gol

$$I_{10} = \frac{U_1}{\left(R_1 + \frac{R'_2}{2}\right) + j(X_{\sigma 1} + X_u + X'_{\sigma 2})}$$

Rezultă valoarea efectivă a curentului de mers în gol

$$\begin{aligned} I_{10} &= \frac{U_1}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R'_2}{2}\right)^2 + (X_{\sigma 1} + X_u + X'_{\sigma 2})^2}} = \\ &= \frac{380}{\sqrt{\left(0,4 + \frac{0,25}{2}\right)^2 + (1 + 18,5 + 0,5)^2}} = 18,99 \text{ A} \end{aligned}$$

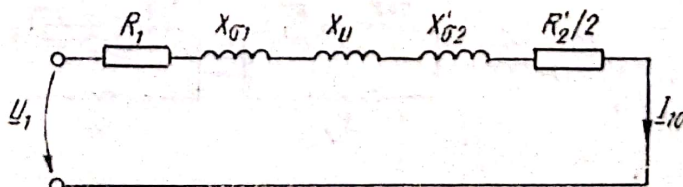


Figura 4.15.

și factorul de putere la funcționarea în gol :

$$\begin{aligned} \cos \varphi_0 &= \frac{R_1 + \frac{R'_2}{2}}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R'_2}{2}\right)^2 + (X_{\sigma 1} + X_u + X'_{\sigma 2})^2}} = \\ &= \frac{0,4 + \frac{0,25}{2}}{\sqrt{\left(0,4 + \frac{0,25}{2}\right)^2 + (1 + 18,5 + 0,5)^2}} = 0,0262. \end{aligned}$$

3) Schema echivalentă a mașinii la funcționarea în sarcină este prezentată în figura 4.16.

Din schema echivalentă rezultă expresia curentului absorbit de mașină

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{R_1 + jX_{\sigma 1} + \frac{jX_u \left(\frac{R'_2}{s} + jX'_{\sigma 2} \right)}{\frac{R'_2}{s} + j(X'_{\sigma 2} + X_u)} + \frac{jX_u \left(\frac{R'}{2-s} + jX'_{\sigma 2} \right)}{\frac{R'_2}{2-s} + j(X'_{\sigma 2} + X_u)}}.$$

Știind că alunecarea are valoarea

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{1\,000 - 920}{1\,000} = 0,08.$$

și înlocuind în expresia lui $\underline{I}_1$ valorile numerice se obține :

$$\underline{I}_1 = (0,1190 - j\,0,0655) \underline{U}_1.$$

Rezultă valoarea efectivă a curentului absorbit la funcționarea în sarcină.

$$I_1 = \sqrt{(0,119)^2 + (0,0655)^2} \cdot 380 = 51,62 \text{ A}$$

și factorul de putere cu care funcționează motorul :

$$\cos \varphi_n = \frac{0,119}{\sqrt{(0,119)^2 + (0,0655)^2}} = 0,876.$$

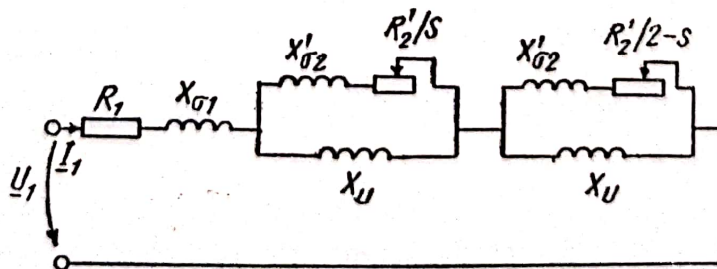


Figura 4.16.

4.37. Un motor asincron trifazat are următoarele date nominale: puterea $P_n = 15$ kW, tensiunea de linie $U_n = 380$ V, randamentul $\eta_n = 0,8$, factorul de putere $\cos \varphi_n = 0,8$, turația $n_n = 1462,5$ rot/min, rezistența raportată pe fază a înfășurării rotorului $R'_2 = 0,3 \Omega$, reactanța de dispersie raportată a înfășurării rotorului $X'_{\sigma 2} = 0,6 \Omega$. Înfășurarea primară este conectată în stea și are 4 poli. Se cere să se calculeze turația mașinii și cuplul electromagnetic în regimul permanent de funcționare cu curentul nominal pe faze, când una din faze este întreruptă. Se neglijează parametrii înfășurării primare și curentul de mers în gol al mașinii. Frecvența tensiunii de alimentare este $f = 50$ Hz.

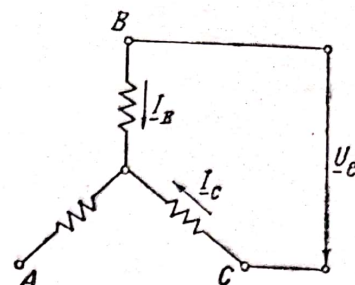


Figura 4.17.

Soluție. Schema de conexiuni a înfășurării statorului în condițiile date este conform figurii 4.17. În acest caz curenții pe faze sînt:

$$\underline{I}_A = 0; \quad \underline{I}_B = -\underline{I}_C; \quad I_B = I_C = I_{1n}.$$

Schema electrică echivalentă a mașinii asincrone monofazate este prezentată în figura 4.18, a în cazul general. Pentru cazul simplificat al mașinii considerate rezultă schema echivalentă din figura 4.18, b.

Curentul nominal al mașinii este:

$$I_{1n} = \frac{P_n}{\sqrt{3} U_n \eta_n \cos \varphi_n} = \frac{15\,000}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,8 \cdot 0,8} = 35,7 \text{ A.}$$

Din schema echivalentă se determină valoarea efectivă a curentului primar:

$$I_1^2 = \frac{U_1^2}{\left(\frac{R'_2}{s} + \frac{R'_2}{2-s}\right)^2 + 4X_{\sigma 2}^2} = I_{1n}^2 \quad (1)$$

Rezolvînd în raport cu alunecarea s se obține:

$$s(2-s) = \frac{2R'_2}{\sqrt{\left(\frac{U_n}{I_{1n}}\right)^2 - 4X_{\sigma 2}^2}} = \frac{2 \cdot 0,3}{\sqrt{\left(\frac{380}{35,7}\right)^2 - 4 \cdot 0,6^2}}$$

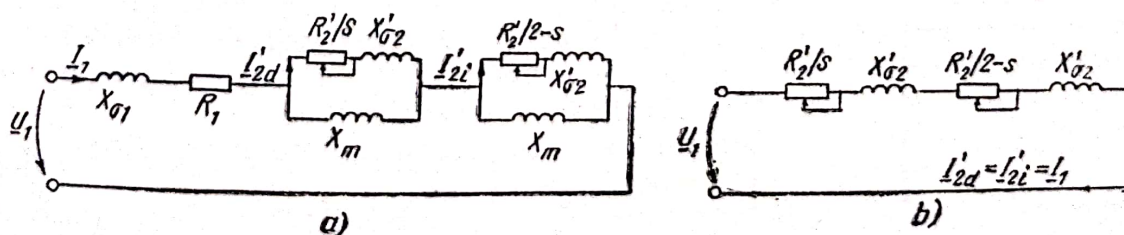


Figura 4.18.

de unde rezultă :

$$s = 0,029.$$

În timpul funcționării, cuplul electromagnetic are două componente (directă și inversă) care corespund componentelor curentului secundar (v. fig. 4.18). Ținând seama că expresia cuplului pentru o mașină asincronă este $M = \frac{m R'_2 I_2'^2}{s \Omega_1}$ se pot determina cele două componente ale cuplului din mașină în concordanță cu relația (1) și figura 4.18

$$M_d = \frac{R'_2}{s \Omega_1} \cdot \frac{U_1^2}{\left(\frac{R'_2}{s} + \frac{R'_2}{2-s}\right)^2 + 4x_{\sigma 2}^2} ;$$

$$M_i = \frac{R'_2}{(2-s) \Omega_1} \cdot \frac{U_1^2}{\left(\frac{R'_2}{s} + \frac{R'_2}{2-s}\right)^2 + 4x_{\sigma 2}^2} .$$

Cuplul rezultat în mașină va fi :

$$\begin{aligned} M &= M_d - M_i = \frac{R'_2}{s \Omega_1} \cdot \frac{U_1^2 s(1-s)(2-s)}{2[R_2'^2 + s^2(2-s)^2 x_{\sigma 2}^2]} = \\ &= \frac{0,3}{2\pi \frac{1500}{60}} \cdot \frac{380^2 \cdot 0,028(1-0,028)(2-0,028)}{2[0,3^2 + 0,028^2(2-0,028)^2 \cdot 0,6^2]} = 81,4 \text{ Nm.} \end{aligned}$$

Cuplul nominal al mașinii este :

$$M_n = \frac{P_n}{\Omega_n} = \frac{15000}{2\pi \cdot \frac{1500}{60}} = 100 \text{ Nm.}$$

Deci în cazul în care un motor asincron care are înfășurarea statorului conectată în stea, este alimentat de la o sursă monofazăată (respectiv o sursă trifazăată cu o fază întreruptă) cuplul corespunzător curentului nominal este $M = 0,814 M_n$, la alunecarea $s = 1,12 s_n$.

4.38. Un motor asincron trifazat bipolar cu colivie în rotor este cuplat la o rețea monofazăată după schema din figura 4.19.

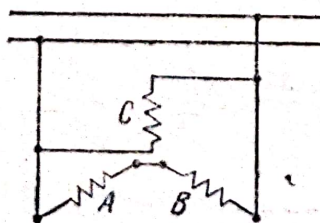


Figura 4.19.

Se cere să se determine cuplul de pornire al motorului la pornirea directă, respectiv în cazul în care în serie cu faza auxiliară se conectează un reostat de rezistență $10 R_p$, în care R_p este rezistența echivalentă a fazei auxiliare.

Motorul are următoarele date nominale :

puterea $P_n = 17 \text{ kW}$;

tensiunile $U_n = 220/380 \text{ V}$;

frecvența tensiunii de alimentare $f = 50 \text{ Hz}$.

Parametrii înfășurării statorului sînt :

- numărul de spire pe fază $w_1 = 60$,
- factorul de înfășurare $k_{w1} = 0,9$,
- reactanța utilă pe fază $X_{1u} = 25,5 \Omega$,
- rezistența pe fază $R_1 = 0,206 \Omega$,
- reactanța de dispersie a unei faze $X_{\sigma 1} = 0,418 \Omega$.

Parametrii înfășurării rotorului în colivie sînt :

- numărul de spire pe fază $w_2 = \frac{1}{2}$,
- factorul de înfășurare $k_{w2} = 1$,
- rezistența pe fază a rotorului $R_2 = 1,4 \cdot 10^{-4} \Omega$,
- reactanța de dispersie pe fază a rotorului $X_{\sigma 2} = 0,431 \cdot 10^{-3} \Omega$
- numărul de faze ale rotorului $Z_2 = m_2 = 28$
- factorul de raportare a rezistenței înfășurării rotorului la stator $k = 1250$.

Soluție. Deoarece mașina monofazată nu are cuplu de pornire, motorul se echipează cu o înfășurare auxiliară pentru pornire. Rolul înfășurării auxiliare îl are înfășurarea de pe faza C (în fig. 4.19) ; parametrii acesteia poartă indicele p . Fazele A și B ale statorului, înseriate, formează înfășurarea principală statorică a mașinii monofazate (în fig. 4.19) ; parametrii acesteia poartă indicele s .

Cuplul de pornire al mașinii monofazate are expresia :

$$M = \frac{m_2 R_2}{\Omega_1} (I_{2d}^2 - I_{2i}^2)$$

unde I_{2d} și I_{2i} sînt curenții din rotor corespunzători unei directe, respectiv inverse a cîmpului magnetic rezultat din mașină.

Calculînd acești curenți în funcție de parametrii mașinii și de curenții absorbiți de înfășurările statorice, se poate determina cuplul electromagnetic din relația

$$M = \frac{m_2 R_2}{\Omega_{11}} \cdot \frac{4X_{s2}X_{p2}}{R_2^2 + X_2^2} I_s I_p \sin(\underline{I}_s, \underline{I}_p) \quad (1)$$

unde :

- X_{s2} — reprezintă reactanța corespunzătoare inductivității mutuale între înfășurarea principală a statorului și rotor ;
- X_{p2} — reprezintă reactanța corespunzătoare inductivității mutuale între înfășurarea auxiliară de pornire și rotor ;
- X_2 și R_2 — reactanța și rezistența pe fază a rotorului ;
- $\underline{I}_s$ și $\underline{I}_p$ — curenții din stator absorbiți de înfășurarea principală și înfășurarea de pornire.

Reactanța pe fază a rotorului este :

$$X_2 = X_{2u} + X_{\sigma 2} = \frac{X_{1u}}{k} + X_{\sigma 2} = \frac{25,5}{1250} + 0,431 \cdot 10^{-3} = 20,831 \cdot 10^{-3} \Omega.$$

Înfășurarea principală statorică are $w_s = 2w_1 = 2 \cdot 60 = 120$ spire și factorul de înfășurare

$$k_{ws} = \frac{\sqrt{3}}{2} k_{w1} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0,9 = 0,78.$$

Înfășurarea auxiliară de pornire are $w_p = w_1 = 60$ spire și factorul de înfășurare $k_{wp} = k_{w1} = 0,9$.

Reactanța utilă a statorului corespunzătoare înfășurării principale statorice

$$X_{su} = \frac{1}{m_1} \left(\frac{w_s k_{ws}}{w_1 k_{w1}} \right)^2 X_{1u} = \frac{1}{3} \left(\frac{120 \cdot 0,78}{60 \cdot 0,9} \right)^2 25,5 = 25,5 \Omega.$$

Reactanța utilă a statorului corespunzătoare înfășurării auxiliare de pornire :

$$X_{pu} = \frac{1}{m_1} \left(\frac{w_p k_{wp}}{w_1 k_{w1}} \right)^2 X_{1u} = \frac{1}{3} \left(\frac{60 \cdot 0,9}{60 \cdot 0,9} \right)^2 25,5 = 8,5 \Omega.$$

Reactanța corespunzătoare inductivității mutuale între înfășurarea principală statorică și rotor :

$$X_{s2} = \frac{w_2 k_{w2}}{w_s k_{ws}} X_{su} = \frac{\frac{1}{2}}{120 \cdot 0,78} \cdot 25,5 = 0,1362 \Omega.$$

Reactanța corespunzătoare inductivității mutuale între înfășurarea auxiliară de pornire și rotor :

$$X_{p2} = \frac{w_2 k_{w2}}{w_p k_{wp}} X_{pu} = \frac{\frac{1}{2}}{60 \cdot 0,9} 8,5 = 0,0787 \Omega.$$

Viteza unghiulară de sincronism

$$\Omega_1 = \frac{2\pi f}{p} = \frac{2\pi \cdot 50}{1} = 100 \pi \left[\frac{1}{s} \right].$$

Valoarea curentului absorbit de înfășurarea principală statorică este :

$$I_s = \frac{U}{Z_s}$$

unde rezistența echivalentă a înfășurării este :

$$R_s = 2(R_1 + R'_2) = 2(R_1 + kR_2) = 2(0,206 + 1\,250 \cdot 1,4 \cdot 10^{-4}) = 0,762 \Omega$$

reactanța de dispersie echivalentă a înfășurării principale este

$$X_{s\sigma} = 2(X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2}) = 2(X_{\sigma 1} + kX_{\sigma 2}) = 2(0,418 + 1\,250 \cdot 0,431 \cdot 10^{-3}) = 1,916 \Omega.$$

iar impedanța echivalentă a înfășurării principale :

$$Z_s = \sqrt{R_s^2 + X_{s\sigma}^2} = \sqrt{0,762^2 + 1,916^2} = 2,062 \Omega$$

Rezultă valoarea curentului absorbit de înfășurarea principală

$$I_p = \frac{380}{2,062} = 184,3 \text{ A}$$

și defazajul dintre curent și tensiunea de alimentare :

$$\sin \alpha_s = \sin(\underline{U}_1, \underline{I}_s) = \frac{X_{s\sigma}}{Z_s} = \frac{1,916}{2,062} = 0,929$$

respectiv

$$\alpha_s = 68^\circ 30'.$$

Valoarea curentului absorbit de înfășurarea auxiliară de pornire este dată de relația

$$I_p = \frac{U}{Z_p}$$

unde rezistența echivalentă a înfășurării auxiliare este :

$$\begin{aligned} R_p &= R_1 + R'_{2p} = R_1 + R_2 \left(\frac{2}{3} k \right) = 0,206 + 1,4 \cdot 10^{-4} \left(\frac{2}{3} \cdot 1250 \right) = \\ &= 0,3226 \Omega, \end{aligned}$$

reactanța echivalentă a înfășurării auxiliare este :

$$\begin{aligned} X_{p\sigma} &= X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2p} = X_{\sigma 1} + X_{\sigma 2} \left(\frac{2}{3} k \right) = 0,418 + 0,431 \cdot 10^{-3} \left(\frac{2}{3} \cdot 1250 \right) = \\ &= 0,778 \Omega, \end{aligned}$$

iar impedanța echivalentă a înfășurării auxiliare :

$$Z_p = \sqrt{R_p^2 + X_{p\sigma}^2} = \sqrt{0,3226^2 + 0,778^2} = 0,842.$$

Rezultă valoarea curentului absorbit de înfășurarea auxiliară :

$$I_p = \frac{380}{0,842} = 451,25 \text{ A}$$

și sinusul unghiului de defazaj între curent și tensiunea de alimentare :

$$\sin \alpha_p = \sin(\widehat{\underline{U}_1 \underline{I}_p}) = \frac{X_{p\sigma}}{Z_p} = \frac{0,778}{0,842} = 0,924$$

respectiv

$$\alpha_p = 67^\circ 30'.$$

Înlocuind valorile obținute în expresia cuplului rezultă

$$M_{p1} = \frac{28 \cdot 1,4 \cdot 10^{-4}}{100} \cdot \frac{4 \cdot 0,1362 \cdot 0,0787}{(1,4 \cdot 10^{-4})^2 + (20,831 \cdot 10^{-3})^2} \cdot 184,3 \cdot 451,25 \cdot \sin (68^\circ 30' - 67^\circ 30') = 1,79 \text{ N}.$$

Cuplul de pornire al motorului în cazul alimentării trifazate este :

$$M_p = \frac{m_1 p R'_2 U_1^2}{\Omega_1 [(R_1 + R'_2)^2 + (X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2})^2]} = 74,2 \text{ N}.$$

Se observă că deși înfășurarea auxiliară de pornire absoarbe un curent foarte mare, cuplul de pornire al mașinii reprezintă numai 2,41% din cuplul corespunzător conexiunii trifazate. Aceasta se datorește faptului că curenții $\underline{I}_s$ și $\underline{I}_p$ sînt aproape în fază. Pentru obținerea unor cupluri de pornire mai mari, în circuitul fazei auxiliare trebuie conectat un reostat sau un condensator, pentru a rezulta un defazaj între fazele $\underline{I}_s$ și $\underline{I}_p$ apropiat de 90° .

În cazul introducerii unui reostat în serie cu faza auxiliară care ar avea rezistența $R_s = 10 R_p = 3,226 \Omega$, curentul de pornire prin faza auxiliară are valoarea

$$I'_p = \frac{380}{\sqrt{3,548^2 + 0,778^2}} = 104,6 \text{ A}$$

și

$$\sin \alpha'_p = \frac{0,778}{\sqrt{3,548^2 + 0,778^2}} = 0,2145$$

respectiv

$$\alpha'_p = 12^\circ 25'$$

iar cuplul de pornire

$$M'_{p1} = 19,7 \text{ N} = 26,4\% M_n.$$

4.39. O mașină asincronă cu $2p = 12$ poli are dimensiunile creștăturii din rotor indicate în figura 4.20.

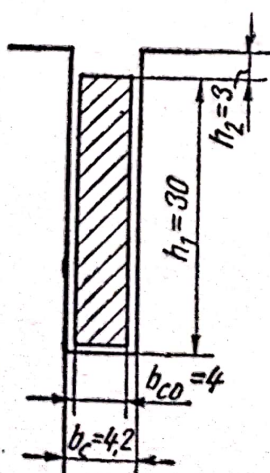


Figura 4.20.

Știind că miezul rotorului are lungimea $l = 205 \text{ mm}$ și este prevăzut cu $n = 5$ canale de ventilație radiale de lărgime $b_v = 1 \text{ cm}$, se cere să se determine reactanța de dispersie a conductorului din creștătură la frecvența $f = 50 \text{ Hz}$. Calculul se va face în două ipoteze:

- 1) presupunînd o distribuție uniformă a curentului;
- 2) considerînd efectul de refulare a curentului.

Soluție. Dacă nu se ia în considerație refularea curentului în bara din creștătura adîncă, permeanța magnetică specifică (conform dimensiunilor din figura 4.20) este:

$$\lambda_c = \frac{h_1}{3b_c} + \frac{h_2}{b_c} = \frac{30}{3 \cdot 4,2} + \frac{3}{4,2} = 3,095.$$

Lungimea ideală de calcul este :

$$l_i = l - 0,5 \cdot n b_y = 205 - 0,5 \cdot 5 \cdot 10 = 180 \text{ mm}$$

iar reactanța de dispersie a porțiunii de înfășurare din creștături rezultă :

$$\begin{aligned} X_c &= \omega \cdot 2\mu_0 l_i \lambda_c \frac{1}{2p} = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,18 \cdot 3,095 \frac{1}{12} = \\ &= 3,66 \cdot 10^{-5} \Omega. \end{aligned}$$

Dacă se ține seama de refularea curentului, permeanța magnetică specifică de dispersie are expresia :

$$\lambda'_c = \frac{h_1}{3b_c} k_i + \frac{h_2}{b_c} \quad (1)$$

unde factorul k_i ține seama de efectul refulării curentului în conductor care apare în zona creștăturii și are expresia :

$$k_i = \frac{\varphi'(\xi) + (m^2 - 1)\psi'(\xi)}{m^2}$$

unde m reprezintă numărul de straturi din creștătură.

În cazul prezentat $m = 1$, deci factorul k_i are expresia :

$$k_i = \varphi'(\xi) = \frac{3}{2\xi} \frac{\text{sh} 2\xi - \sin 2\xi}{\text{ch} 2\xi - \cos 2\xi} \quad (2)$$

unde $\xi = \alpha h$, iar

$$\alpha = 2\pi \sqrt{\frac{n b_{co}}{b_c} \cdot \frac{f}{\rho \cdot 10^5}} = 2\pi \sqrt{\frac{1 \cdot 4}{4,2} \cdot \frac{50}{0,017 \cdot 10^5}} = 1,05 \frac{1}{\text{cm}}$$

în care $n=1$ reprezintă numărul de conductoare pe un strat $\rho = 0,017 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ — rezistivitatea cuprului.

Rezultă

$$\xi = \alpha h = 1,05 \cdot 3 = 3,15.$$

Înlocuind în (2) rezultă :

$$k_i = \varphi'(\xi) = \frac{3}{2 \cdot 3,15} \frac{\text{sh} 6,3 - \sin 6,3}{\text{ch} 6,3 - \cos 6,3} = 0,4778.$$

Deci, conform relației (1) obținem :

$$\lambda_c = \frac{30}{3 \cdot 4,2} 0,4778 + \frac{3}{4,2} = 1,852$$

și reactanța de dispersie a conductorului din creștătură este :

$$X'_c = \omega \cdot 2\mu_0 l_i \lambda_c \frac{1}{2p} = 2\pi \cdot 50 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,18 \cdot 1,852 \cdot \frac{1}{12} = 2,19 \cdot 10^{-5} \Omega.$$

Se observă că refularea curentului provoacă o micșorare a reactanței de dispersie a porțiunii de înfășurare din creștătură.

4.40. Două motoare asincrone trifazate cu rotorul bobinat sînt cuplate în cascadă. Motorul I are $p_I = 2$ perechi de poli, motorul II are $p_{II} = 3$ perechi de poli; puterea electromagnetică transmisă de la stator la rotor pentru primul motor are valoarea $P_{\alpha I} = 140$ kW, iar motorul II funcționează cu alunecarea $s_{II} = 4\%$,

Se cere să se determine:

1. turație sincronă n_s a grupului,
2. turația n a grupului,
3. alunecarea s_I cu care funcționează motorul I,
4. puterea transmisă la arborele grupului de fiecare mașină.

Frecvența tensiunii de alimentare este $f_1 = 50$ Hz. Se neglijează pierderile primei mașini și pierderile în primarul celei de a doua mașini.

Soluție. 1. Turația sincronă a grupului este:

$$n_s = \frac{60 f_1}{p_I + p_{II}} = \frac{60 \cdot 50}{2 + 3} = 600 \text{ rot/min.}$$

2. Turația grupului este

$$n = (1 - s_{II})n_s = (1 - 0,04) \cdot 600 = 576 \text{ rot/min.}$$

3. Turația sincronă a motorului I este

$$n_I = \frac{60 f_1}{p_I} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ rot/min.}$$

Alunecarea cu care funcționează motorul I are valoarea

$$s_I = \frac{n_I - n}{n_I} = \frac{1500 - 576}{1500} = 0,615.$$

4. Prima mașină transmite la ax puterea:

$$P_{nI} = P_{\alpha I} (1 - s_I) = 140(1 - 0,615) = 53,9 \text{ kW.}$$

A doua mașină transmite la ax puterea:

$$P_{nII} = P_{\alpha II} (1 - s_{II})$$

în care:

$$P_{\alpha II} = s_I P_{\alpha I} = 0,615 \cdot 140 = 86,1 \text{ kW.}$$

Prin urmare:

$$P_{nII} = 86,1(1 - 0,04) = 83,7 \text{ kW.}$$

4.41. Două motoare asincrone au turațiile sincrone $n_I = 1500$ rot/min, $n_{II} = 750$ rot/min și funcționează în cascadă. Știind că frecvența tensiunii de alimentare este $f_1 = 50$ Hz, se cere să se determine:

- 1) valoarea aproximativă a turației cu care funcționează mașinile;
- 2) alunecarea cu care funcționează mașina I;
- 3) puterea absorbită de la rețea de mașina I, cînd puterea dată de mașina II este $P_{II} = 10$ kW.

Soluție. 1) Mașina I, având turația de sincronism $n_I = 1500$ rot/min, are $p_I = 2$ perechi de poli. Mașina II, având turația de sincronism $n_{II} = 750$ rot/min, are $p_{II} = 4$ perechi de poli. Turația de sincronism a mașinilor la funcționarea în cascadă este:

$$n = \frac{60 f}{p_I + p_{II}} = \frac{60 \cdot 50}{2 + 4} = 500 \text{ rot/min.}$$

2) Alunecarea mașinii I este:

$$s_I = \frac{1500 - 500}{1500} = 0,667.$$

3) Puterea absorbită de la rețea de mașina I este:

$$P_1 = \frac{P_{II}}{s} = \frac{10}{0,667} = 15 \text{ kW.}$$

4.42. Un motor asincron cu rotorul în scurtcircuit este pornit prin conectarea în serie în circuitul primar a două impedanțe egale pe două din fazele motorului (v. fig. 4.21). Cele două impedanțe sînt egale cu dublul impedanței de scurtcircuit a motorului

$$\underline{Z} = 2\underline{Z}_{sc}.$$

Se cere să se afle raportul dintre curenții de pornire în noua situație și curentul de pornire la cuplarea directă la rețea.

Se presupune că motorul are o construcție simetrică.

Soluție. Introducerea unor impedanțe pe două din faze produce o nesimetrie a mașinii, de aceea studiul îl vom face pe baza componentelor simetrice. Descompunînd în componente simetrice sistemul de impedanțe adiționale obținem:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_0 &= \frac{1}{3} (\underline{Z}_A + \underline{Z}_B + \underline{Z}_C) = \frac{2}{3} \underline{Z} = \frac{4}{3} \underline{Z}_{sc} \\ \underline{Z}_d &= \frac{1}{3} (\underline{Z}_A + a \underline{Z}_B + a^2 \underline{Z}_C) = -\frac{1}{3} \underline{Z} = -\frac{2}{3} \underline{Z}_{sc} \\ \underline{Z}_i &= \frac{1}{3} (\underline{Z}_A + a^2 \underline{Z}_B + a \underline{Z}_C) = -\frac{1}{3} \underline{Z} = -\frac{2}{3} \underline{Z}_{sc}. \end{aligned} \quad (1)$$

Tensiun de alimentare formează un sistem trifazat simetric.

Ecuatiile tensiunilor corespunzătoare sistemului direct și sistemului invers pentru motor sînt:

$$\begin{cases} \underline{U}_d = \underline{U}_A = \underline{Z}_0 \underline{I}_d + \underline{Z}_i \underline{I}_i + \underline{Z}_{dm} \underline{I}_d \\ \underline{U}_i = 0 = \underline{Z}_d \underline{I}_d + \underline{Z}_0 \underline{I}_i + \underline{Z}_{im} \underline{I}_i \end{cases} \quad (2)$$

unde $\underline{U}_A$ este tensiunea de alimentare, $\underline{Z}_{dm}$ și $\underline{Z}_{im}$ impedanțele directe și inverse ale motorului, iar $\underline{I}_d$ respectiv $\underline{I}_i$ curenții de succesiune directă, respectiv inversă.

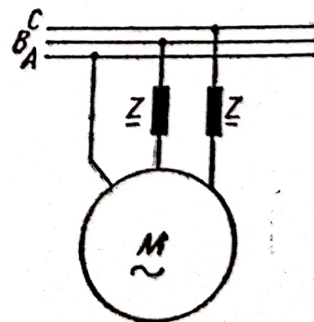


Figura 4.21.

Din sistemul (2) ținând seama de (1) rezultă :

$$\begin{cases} \underline{I}_d = \underline{U}_A \frac{2\underline{Z} + 3\underline{Z}_{im}}{\underline{Z}^2 + 2\underline{Z}(\underline{Z}_{im} + \underline{Z}_{dm})} \\ \underline{I}_i = \underline{I}_d \frac{\underline{Z}}{2\underline{Z} + 3\underline{Z}_{im}} \end{cases} \quad (3)$$

În regim de scurtcircuit se poate considera $\underline{Z}_{im} = \underline{Z}_{dm} = \underline{Z}_{sc}$ deci valorile curenților de succesiune directă și inversă sînt :

$$\underline{I}_d = \underline{U}_A \frac{2 \cdot 2\underline{Z}_{sc} + 3\underline{Z}_{sc}}{(2\underline{Z}_{sc})^2 + 2 \cdot 2\underline{Z}_{sc}(\underline{Z}_{sc} + \underline{Z}_{sc})} = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_{sc}} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{12} \underline{I}_{sc}$$

$$\underline{I}_i = \underline{I}_d \frac{2 \underline{Z}_{sc}}{2 \cdot 2 \underline{Z}_{sc} + 2 \underline{Z}_{sc}} = \frac{7}{12} \underline{I}_{sc} \frac{2}{7} = \frac{1}{6} \underline{I}_{sc}$$

Cu acestea curenții prin fazele motorului la pornire vor fi :

$$\underline{I}_{Asc} = \underline{I}_d + \underline{I}_i = \frac{7}{12} \underline{I}_{sc} + \frac{1}{6} \underline{I}_{sc} = \frac{3}{4} \underline{I}_{sc}$$

$$\underline{I}_{Bsc} = a^2 \underline{I}_d + a \underline{I}_i = \frac{-9 - 5\sqrt{3}j}{24} \underline{I}_{sc}$$

$$\underline{I}_{Csc} = a \underline{I}_d + a^2 \underline{I}_i = \frac{-9 + 5\sqrt{3}j}{24} \underline{I}_{sc}$$

cu modulele :

$$|\underline{I}_{Asc}| = \frac{3}{4} I_{sc} = 0,75 I_{sc}$$

$$|\underline{I}_{Bsc}| = 0,52 I_{sc}$$

$$|\underline{I}_{Csc}| = 0,52 I_{sc}$$

Prin urmare folosirea acestei metode conduce la micșorarea curenților absorbiți de motor la pornire.

În cazul particular considerat, curenții din primar formează un sistem nesimetric.

Capitolul 5. MAȘINA SINCRONĂ

5.1. CÎMPURI MAGNETICE, REACTANTE SINCRONE ȘI DIAGrame DE FAZORI

5.1. O mașină sincronă cu poli aparenti (v. fig. 5.1) are următoarele dimensiuni ale rotorului:

- lățimea tălpilor polare $b_p = 16$ cm,
- lățimea polului $b_m = 12$ cm,
- înălțimea jugului rotorului $h_j = 5$ cm,
- pasul polar $\tau = 28$ cm,
- factorul de acoperire ideală al polului $\alpha_i = 0,7$.

Se cere să se calculeze inducția magnetică în miezul polului și în jugul inductor știind că inducția în întrefier este $B_\delta = 0,8$ T, iar fluxul de dispersie al polilor reprezintă 20% din fluxul util din întrefier. Se consideră întrefierul constant sub talpa polară.

Soluție. Fluxul din întrefier este:

$$\Phi_\delta = B_\delta \alpha_i \tau l_i = 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,28 l_i = 0,1565 l_i.$$

Acest flux se închide prin talpa polară, inducția în talpa polară fiind:

$$B_p = \frac{\Phi_\delta}{b_p l_i} = \frac{0,1565 l_i}{0,16 l_i} = 0,978 \text{ T}.$$

Fluxul care se închide prin pol, este majorat cu 20% față de fluxul din întrefier. Prin urmare inducția în miezul polului este:

$$B_m = \frac{1,2 \Phi_\delta}{b_m l_i} = \frac{1,2 \cdot 0,1565 l_i}{0,12 l_i} = 1,565 \text{ T}.$$

Prin jugul rotoric se închide numai jumătate din fluxul prin pol, deci inducția magnetică în jug va fi:

$$B_j = \frac{1,2 \Phi_\delta}{2 h_j l_i} = \frac{1,2 \cdot 0,1565 l_i}{2 \cdot 0,06 l_i} = 1,565 \text{ T}.$$

5.2. Se consideră o mașină sincronă trifazată, hexapolară, cu poli aparenti avînd pasul polar $\tau = 20$ cm, lungimea ideală $l_i = 20$ cm, factorul

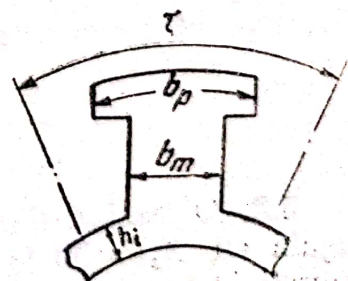


Figura 5.1.

de acoperire ideală a polului $\alpha_i = 0,7$, lărgimea echivalentă a întrefierului sub poli $\delta'' = 2$ mm; caracteristicile înfășurării sînt: numărul de spire $w = 90$ spire și factorul de înfășurare $k_w = 0,92$.

Se cere să se calculeze:

1. factorii de formă ai cîmpului magnetic inductor și factorii de reacție;
2. reactanțele longitudinală și transversală corespunzătoare fluxului magnetic de reacție;
3. factorii de raportare a solenaț lor.

Soluție. 1. — Factorul de formă al cîmpului magnetic inductor este

$$k_f = \frac{4}{\pi} \sin \alpha_i \frac{\pi}{2} = \frac{4}{\pi} \sin 0,7 \cdot \frac{\pi}{2} = 1,13;$$

— Factorul de formă al cîmpului magnetic de reacție longitudinal are valoarea

$$k_d = \frac{\alpha_i \pi + \sin \alpha_i \cdot \pi}{\pi} = \frac{0,7 \cdot \pi + \sin 0,7 \cdot \pi}{\pi} = 0,983;$$

— Factorul de formă al cîmpului magnetic de reacție transversal este

$$k_q = \frac{\frac{2}{3} \cos \alpha_i \frac{\pi}{2} + \alpha_i \pi - \sin \alpha_i \pi}{\pi} = \frac{\frac{2}{3} \cos 0,7 \frac{\pi}{2} + 0,7 \pi - \sin 0,7 \pi}{\pi} = 0,539.$$

2. — Reactanța utilă corespunzătoare fluxului magnetic inductor este

$$\begin{aligned} X_u &= 2\pi f \cdot \mu_0 \frac{m}{2} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{4}{\pi} \frac{(w k_w)^2}{2p \delta''} \tau l_i = \\ &= 2\pi \cdot 50 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{4}{\pi} \frac{(90 \cdot 0,92)^2}{6 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 10,95 \Omega. \end{aligned}$$

— Reactanța longitudinală corespunzătoare fluxului magnetic de reacție are valoarea:

$$X_{ad} = k_d X_u = 0,983 \cdot 10,95 = 10,75 \Omega,$$

— reactanța transversală corespunzătoare fluxului magnetic de reacție are valoarea:

$$X_{aq} = k_q X_u = 0,539 \cdot 10,95 = 5,9 \Omega$$

3. — Factorii de raportare a solenațiilor sînt:

$$k_{ad} = \frac{k_d}{k_f} = \frac{0,983}{1,13} = 0,87,$$

$$k_{aq} = \frac{k_q}{k_f} = \frac{0,539}{1,13} = 0,477.$$

5.3. O mașină sincronă trifazată, cu poli înecați, are reactanța sincronă egală cu $X_s = 30 \Omega$ și funcționează în sarcină avînd următoarele caracteristici: tensiunea la borne $U = 380$ V, curentul pe fază $I = 10$ A, factorul de putere $\cos \varphi = 0,5$.

Se cere să se calculeze tensiunea electromotoare indusă de fluxul inductor (considerând mașina nesaturată) și unghiul intern β' știind că reacțanța de dispersie este $X_\sigma = 0,05 X_s$. Se neglijează rezistența înfășurării indusului.

Soluția I-a. În figura 5.2 este reprezentată diagrama de fazori a mașinii în regimul de funcționare considerat.

Pentru determinarea mărimilor necunoscute U_e și β se scriu ecuațiile:

$$U_e = U \cos \beta + X_s I \sin (\beta + \varphi), \quad (1)$$

$$U \sin \beta = X_s I \cos (\beta + \varphi). \quad (2)$$

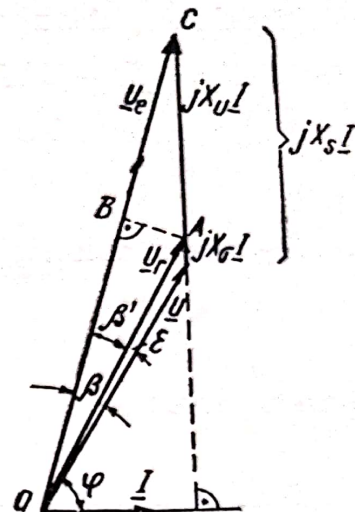


Figura 5.2.

Din ecuația (2) după transformări rezultă:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{X_s I \cos \varphi}{U + X_s I \sin \varphi} = \frac{30 \cdot 10 \cdot 0,5}{380 + 30 \cdot 10 \cdot \sqrt{1 - 0,5^2}} = 0,2345.$$

Deci $\beta = 13^\circ 10'$.

Din (1) rezultă valoarea tensiunii electromotoare indusă de fluxul inductor:

$$U_e = 380 \cos 13^\circ 10' + 30 \cdot 10 \cdot \sin(13^\circ 10' + 60^\circ) = 657 \text{ V.}$$

Pentru determinarea unghiului intern β' , se scrie, conform diagramei de fazori:

$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{AB}{OB} = \frac{X_u I \cos (\beta + \varphi)}{U_e - X_u I \sin (\beta + \varphi)},$$

în care

$$X_u = X_s - X_\sigma = X_s - 0,05 X_s = 30 - 0,05 \cdot 30 = 28,5 \Omega.$$

Rezultă:

$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{28,5 \cdot 10 \cdot \cos (13^\circ 10' + 60^\circ)}{657 - 28,5 \cdot 10 \cdot \sin (13^\circ 10' + 60^\circ)} = 0,2165.$$

Unghiul intern în regimul de funcționare considerat este:

$$\beta' = 12^\circ 10'.$$

Soluția II-a. Fazorii reprezentați în diagrama din figura 5.2, în care s-a considerat curentul $\underline{I}$ ca origine de fază pot fi exprimați în calculul complex astfel:

$$\underline{I} = I = 10 \text{ [A]}$$

$$\underline{U} = U e^{j\varphi} = 380 e^{j60^\circ} = 190 + j 329 \text{ [V]}$$

$$j X_s \underline{I} = j X_s I = j 30 \cdot 10 = j 300 \text{ [V]}$$

$$j X_\sigma \underline{I} = j X_\sigma I = j \cdot 0,05 \cdot 30 \cdot 10 = j 15 \text{ [V]}$$

$$j X_u \underline{I} = j X_u I = j X_s I - j X_\sigma I = j 300 - j 15 = j 285 \text{ [V]}$$

Tensiunea electromotoare $\underline{U}_e$ indusă de fluxul inductor este:

$$\underline{U}_e = \underline{U} + jX_s \underline{I} = 190 + j 329 + j 300 = 190 + j 629 \text{ [V]}.$$

Valoarea efectivă a tensiunii electromotoare $\underline{U}_e$ este

$$U_e = \sqrt{190^2 + 629^2} = 657 \text{ V},$$

iar defazajul acesteia rezultă din relația:

$$\sin(\beta + \varphi) = \frac{629}{657} = 0,956;$$

prin urmare:

$$\beta + \varphi = 73^\circ 10'.$$

Tensiunea electromotoare produsă de cîmpul rezultat din întrefier este:

$$\underline{U}_r = \underline{U} + j X_e \underline{I} = 190 + j 329 + j 15 = 190 + j 344.$$

Rezultă

$$\sin(\varepsilon + \varphi) = \frac{344}{\sqrt{190^2 + 344^2}} = 0,874;$$

deci

$$\varepsilon + \varphi = 61^\circ.$$

Unghiul intern β' este:

$$\beta' = (\beta + \varphi) - (\varepsilon + \varphi) = 73^\circ 10' - 61^\circ = 12^\circ 10'.$$

5.4. Un turboalternator trifazat are următoarele date nominale: puterea aparentă $S_n = 25 \text{ MVA}$, tensiunea la borne, de linie, $U_n = 6,3 \text{ kV}$. Înfășurarea indusului este conectată în stea și are reactanța sincronă pe fază $X_s = 1,5 \Omega$; rezistența înfășurării indusului este neglijabilă.

Se cere să se calculeze:

1. Căderea de tensiune la bornele mașinii la funcționarea mașinii în sarcină nominală rezistivă, inductivă sau capacitivă, curentul de excitație rămînînd constant de la funcționarea în gol la funcționarea în sarcină.
2. Tensiunea la bornele mașinii la funcționarea în gol, curentul de excitație fiind cel corespunzător funcționării mașinii în sarcină nominală rezistivă, inductivă, respectiv capacitivă.

Se consideră mașina sincronă nesaturată.

Soluție. 1) — Curentul nominal al turboalternatorului are valoarea:

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_n} = \frac{25 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 6,3 \cdot 10^3} = 2290 \text{ A}.$$

— Tensiunea nominală pe fază este:

$$U_{nf} = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{6,3}{\sqrt{3}} 10^3 = 3649 \text{ V}.$$

În figura 5.3 este reprezentată diagrama de fazori a mașinii sincrone, cu poli înecați, la funcționarea cu un defazaj φ , oarecare, în ipoteza că se neglijează rezistența înfășurării indusului.

Din triunghiul OAB se obține:

$$U_e = \sqrt{(U \cos \varphi)^2 + (U \sin \varphi + X_s I)^2}.$$

Căderea de tensiune la bornele mașinii de la funcționarea în gol la funcționarea în sarcină nominală este:

$$\Delta U[\%] = \frac{U_e - U_{nf}}{U_{nf}} \cdot 100 = \frac{\sqrt{(U_{nf} \cos \varphi)^2 + (U_{nf} \sin \varphi + X_s I_n)^2} - U_{nf}}{U_{nf}} 100.$$

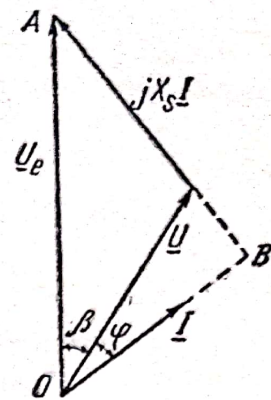


Figura 5.3.

La funcționarea în sarcină nominală rezistivă $\varphi = 0$ și rezultă:

$$\Delta U[\%]_{\varphi=0} = \frac{\sqrt{3640^2 + (1,5 \cdot 2290)^2} - 3640}{3640} 100 = 37,4 \ %.$$

La funcționarea în sarcină inductivă $\varphi = \frac{\pi}{2}$ și rezultă:

$$\Delta U[\%]_{\varphi = +\frac{\pi}{2}} = \frac{(3640 + 1,5 \cdot 2290) - 3640}{3640} \cdot 100 = 94,5 \ %.$$

La funcționarea în sarcină capacitivă $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ și rezultă:

$$\Delta U[\%]_{\varphi = -\frac{\pi}{2}} = \frac{|-3640 + 1,5 \cdot 2290| - 3640}{3640} \cdot 100 = -94,5 \ %.$$

2) Tensiunea la bornele mașinii la funcționarea în gol, curentul de excitație fiind cel corespunzător funcționării mașinii în sarcină nominală în ipoteza mașinii nesaturate este:

$$U_0 = \sqrt{3} U_e = \sqrt{3} \sqrt{(U_{nf} \cos \varphi)^2 + (U_{nf} \sin \varphi + X_s I_n)^2}.$$

Pentru sarcină rezistivă, $\varphi = 0$

$$U_0/\varphi=0 = \sqrt{3} \sqrt{3640^2 + (1,5 \cdot 2290)^2} = 5000 \cdot \sqrt{3} = 8650 \text{ V}.$$

Pentru sarcină inductivă, $\varphi = \frac{\pi}{2}$, deci tensiunea la borne la funcționarea în gol este:

$$U_0/\varphi=\frac{\pi}{2} = \sqrt{3}(3640 + 1,5 \cdot 2290) = 7075 \sqrt{3} = 12240 \text{ V}.$$

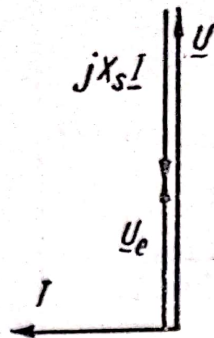


Figura 5.4.

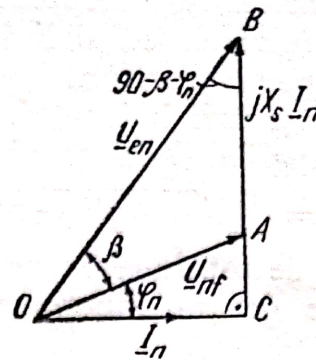


Figura 5.5.

La funcționarea mașinii în sarcină capacitivă diagrama de fazori este dată în figura 5.4.

Prin urmare:

$$U_e = U_0 = U - X_s I = (3\,640 - 1,5 \cdot 2\,290) \sqrt{3} = 365 \text{ V.}$$

5.5. Un generator sincron cu poli înecați are puterea nominală $S_n = 6 \text{ MVA}$, tensiunea nominală $U_n = 6 \text{ kV}$, factorul de putere nominal $\cos \varphi_n = 0,8$ și frecvența nominală $f = 50 \text{ Hz}$. La mersul în gol, mașina fiind excitată cu un curent $I_e = 0,2 I_{en}$ (în care I_{en} este curentul de excitație în sarcină) se obține o tensiune la borne $U = 2,48 \text{ kV}$. Știind că înfășurarea este conectată în stea, se cere să se determine:

1. Căderea de tensiune de la gol la sarcină nominală, mașina fiind cuplată la rețea la tensiunea nominală, iar caracteristica magnetică a mașinii fiind presupusă liniară.

2. Valoarea reactanței sincrone și a reactanței de reacție a indusului, știind că reactanța de dispersie este $X_\sigma = 0,8 \, \Omega$.

Se neglijează rezistența înfășurării statoreice.

Soluție. 1. Tensiunea nominală, pe fază, a mașinii este:

$$U_{nf} = \frac{6\,000}{\sqrt{3}} = 3\,470 \text{ V.}$$

Tensiunea electromotoare nominală este:

$$U_{en} = \frac{U}{\sqrt{3}} \cdot \frac{I_{en}}{I_e} = \frac{2\,480}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{0,2} = 7\,160 \text{ V.}$$

Căderea de tensiune în mașină este:

$$\Delta U\% = \frac{U_{en} - U_n}{U_n} \cdot 100 = \frac{7\,160 - 3\,470}{3\,470} \cdot 100 = 106,3\%.$$

2. Curentu nominal a mașinii este:

$$I_n = \frac{S}{\sqrt{3} U_n} = \frac{6 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6} = 577 \text{ A.}$$

Din diagrama de fazori a mașinii (fig. 5.5) rezultă:

$$U_{en} \cos(\beta + \varphi_n) = U_n \cos \varphi_n,$$

sau

$$\cos(\beta + \varphi_n) = \frac{U_n}{U_{en}} \cos \varphi_n = \frac{3470}{7160} 0,8 = 0,387.$$

Prin urmare :

$$\beta + \varphi_n = 67^\circ 10'.$$

sau

$$\beta = 30^\circ 10'.$$

Din triunghiul dreptunghic OBC rezultă :

$$\begin{aligned} X_s I_n &= \overline{AB} = \overline{BC} - \overline{AC} = U_{en} \cdot \sin(\beta + \varphi_n) - U_n \sin \varphi_n = \\ &= 7160 \sin 67^\circ 10' - 3470 \sin 37^\circ = 4870 \text{ V.} \end{aligned}$$

Deci reactanța sincronă a mașinii are valoarea :

$$X_s = \frac{AB}{I_n} = \frac{4870}{577} = 8,45 \Omega,$$

iar reactanța corespunzătoare reacției indusului este :

$$X_u = X_s - X_\sigma = 8,45 - 0,8 = 7,65 \Omega.$$

5.6. Un generator sincron avînd puterea nominală $S_n = 100 \text{ kVA}$, tensiunea nominală pe fază $U_n = 380 \text{ V}$, reactanța sincronă transversală $X_q = 4,8 \Omega$ și înfășurarea indusului conectată în triunghi, funcționează în sarcină nominală cu un factor de putere $\cos \varphi = 0,8$.

Se cere să se determine :

1. Unghiul intern la funcționarea mașinii în sarcină.
2. Factorul de putere al mașinii în cazul în care defazajul β dintre tensiunea la borne și tensiunea electromotoare indusă este egal cu zero.

Se presupune mașina nesaturată și se cunoaște rezistența înfășurării indusului $R = 0,5 \Omega$.

Soluție. 1) Curentul nominal pe fază al mașinii are valoarea

$$I_n = \frac{S_n}{3U_n} = \frac{100 \cdot 10^3}{3 \cdot 380} = 87,8 \text{ A.}$$

Din diagrama de fazori a mașinii sincrone (v. fig. 5.6) rezultă valoarea unghiului intern :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta &= \frac{\overline{CF}}{\overline{OF}} = \frac{X_q I \cos \varphi - R I \sin \varphi}{U + R I \cos \varphi + X_q I \sin \varphi} = \\ &= \frac{I(X_q \cos \varphi - R \sin \varphi)}{U + I(X_q \sin \varphi + R \cos \varphi)}, \end{aligned}$$

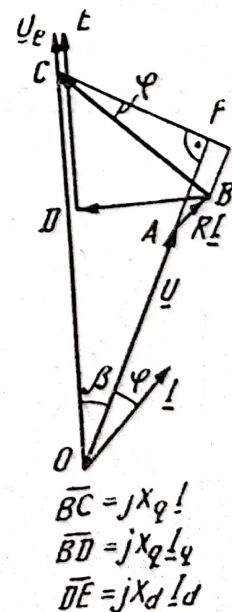


Figura 5.6.

sau înlocuind cu datele numerice pentru regimul nominal se obține

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{87,8 (4,8 \cdot 0,8 - 0,5 \cdot 0,6)}{380 + 87,8 (4,8 \cdot 0,6 + 0,5 \cdot 0,8)} = 0,465.$$

Rezultă unghiul intern de funcționare

$$\beta = 25^\circ$$

2. În cazul în care $\beta = 0$, din expresia obținută pentru $\operatorname{tg} \beta$ rezultă relația

$$X_q \cos \varphi - R \sin \varphi = 0$$

sau

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_q}{R} = \frac{4,8}{0,5} = 9,6.$$

Deci factorul de putere cu care va funcționa mașina în gol este :

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 9,6^2}} = 0,1038.$$

5.7. Un generator sincron este acționat de o turbină cu aburi și debitează, fiind conectat în paralel la o rețea, o putere de 10 MVA la factorul de putere $\cos \varphi = 0,8$ inductiv. Tensiunea de linie la borne este $U_n = 6,3$ kV.

Se cere să se calculeze :

1. Tensiunea indusă de fluxul inductor și unghiul intern al mașinii știind că reactanța sincronă este $X_s = 3 \Omega$.

2. Curentul și factorul de putere când se întrerupe alimentarea turbinei cu aburi și se neglijează pierderile.

Soluție. 1. Tensiunea pe fază a generatorului este :

$$U = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{6300}{\sqrt{3}} = 3640 \text{ V.}$$

Curentul debitat de generator în rețea este :

$$I = \frac{S}{\sqrt{3} U_n} = \frac{10000}{\sqrt{3} \cdot 6,3} = 916 \text{ A.}$$

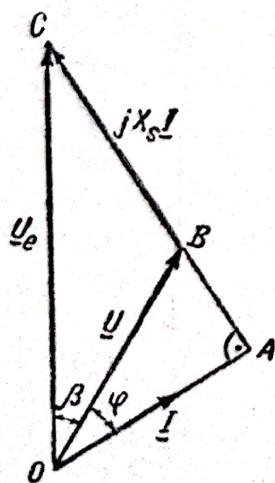


Figura 5.7.

Din diagrama de fazori (fig. 5.7) rezultă valoarea tensiunii electromotoare indusă de fluxul produs de înfășurarea de excitație :

$$\begin{aligned} U_e &= \sqrt{OA^2 + AC^2} = \\ &= \sqrt{(U \cos \varphi)^2 + (U \sin \varphi + X_s I)^2} = \\ &= \sqrt{(3640 \cdot 0,8)^2 + (3640 \cdot 0,6 + 3 \cdot 916)^2} = \\ &= 5730 \text{ V.} \end{aligned}$$

Pentru determinarea unghiului intern se aplică teorema cosinusului în ΔOBC .

$$\begin{aligned}\cos \beta &= \frac{OC^2 + OB^2 - CB^2}{2 OB \cdot OC} = \frac{U_e^2 + U^2 - (X_s I)^2}{2 U \cdot U_e} = \\ &= \frac{5\,730^2 + 3\,640^2 - (2 \cdot 916)^2}{2 \cdot 5\,730 \cdot 3\,640} = 0,918.\end{aligned}$$

Rezultă

$$\beta = 23^\circ 30'.$$

2. În cazul în care se întrerupe alimentarea turbinei cu aburi, mașina trece în regim de compensator sincron. Curentul de excitație rămânând neschimbat, tensiunea electromotoare indusă de fluxul inductor nu se schimbă, $U_e = \text{const.}$; tensiunea la borne, impusă de rețea, este U_n .

Dacă se neglijează pierderile, puterea electromagnetică este neglijabilă.

$$P_e = 0,$$

sau

$$P_e = \frac{3 U_e U}{X_s} \sin \beta = 0;$$

rezultă

$$\beta = 0.$$

În figura 5.8 este reprezentată diagrama de fazori în cazul în care se întrerupe alimentarea turbinei cu aburi și se neglijează pierderile.

Deoarece $\beta = 0$, fazorii $\underline{U}$, $\underline{U}_e$ și $jX_s \underline{I}$ sînt coliniari; prin urmare curentul este în cuadratură cu tensiunea ($\varphi = \frac{\pi}{2}$). Valoarea efectivă a curentului din indusul mașinii este:

$$I = \frac{U_e - U}{X_s} = \frac{5\,730 - 3\,640}{3} = 696,7 \text{ A.}$$

5.8. Un motor sincron cu polii înecați funcționează în sarcină avînd factorul de supraîncărcare $k_p = P_{\max}/P_e = 1,5$ și un curent de excitație $I_e = 1,4 I_{\text{con}}$.

Se cere să se determine factorul de putere la care funcționează mașina. Se neglijează rezistența înfășurării indusului.

Soluție. Din diagrama de fazori a mașinii (fig. 5.9) rezultă:

$$U_n \cos \varphi = U_e \cos (\beta + \varphi).$$

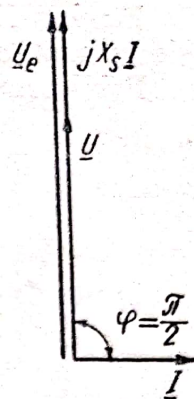


Figura 5.8.

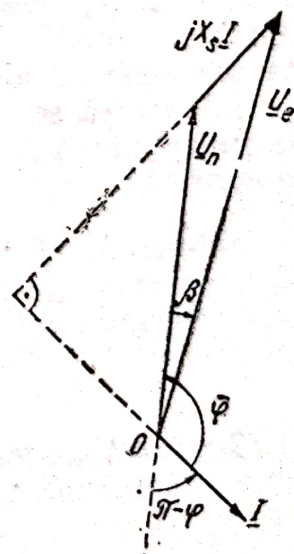


Figura 5.9.

Mașina fiind presupusă cu o caracteristică magnetică liniară tensiunea electromotoare indusă este proporțională cu curentul de excitație.

Prin urmare

$$U_e = 1,4 U_n;$$

rezultă

$$\cos \varphi = -1,4 \cos (\beta + \varphi). \quad (1)$$

Cunoscînd expresia puterii electromagnetice

$$P_e = m \frac{U_n U_e}{X_s} \sin \beta = P_{max} \sin \beta,$$

rezultă

$$\sin \beta = \frac{P_e}{P_{max}} = \frac{-1}{1,5} = -0,666,$$

iar

$$\cos \beta = 0,745.$$

Cu aceste valori din relația (1), scrisă sub forma :

$$\cos \beta = 1,4 [\cos \beta \cos \varphi - \sin \beta \sin \varphi],$$

rezultă

$$\operatorname{tg} \varphi = -0,0465$$

sau

$$\varphi = 177^\circ 20'$$

și

$$|\cos \varphi| = 0,998.$$

5.9. Un motor sincron trifazat, cu polii ieșiți, are puterea nominală $P = 10$ MW, tensiunea de linie la borne $U_n = 6$ kV, factorul de putere nominal inductiv $|\cos \varphi_n| = 0,8$, iar randamentul nominal $\eta_n = 0,98$. Reactanțele sincrone ale mașinii sînt $X_d = 3,5 \Omega$ și $X_q = 2,5 \Omega$.

Se cere să se calculeze raportul dintre valorile curentului de excitație la funcționarea în sarcină și la funcționarea în gol. Se consideră mașina nesaturată.

Soluție. Dacă mașina sincronă funcționează nesaturată, valorile curenților de excitație sînt proporționale cu valorile tensiunilor electromotoare corespunzătoare; deci :

$$k = \frac{I_e}{I_{e0}} = \frac{U_e}{U_{e0}} \quad (1)$$

La funcționarea în gol tensiunea electromotoare U_{e0} este egală cu tensiunea nominală pe fază a mașinii, adică :

$$U_{e0} = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{6 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} = 3\,470 \text{ V}.$$

Din diagrama de fazori corespunzătoare funcționării mașinii în sarcină nominală, $\cos \varphi = 0,8$ inductiv, (fig. 5.10) obținem sistemul de ecuații:

$$\begin{aligned} U_e &= U \cos \beta + X_d' I_d \\ X_q I_q &= U \sin \beta. \end{aligned} \quad (2)$$

Avînd în vedere relațiile:

$$\begin{aligned} I_d &= I \sin (\beta + \varphi). \\ I_q &= -I \cos (\beta + \varphi) \end{aligned}$$

sistemul (2) devine:

$$U_e = U \cos \beta + X_d I \sin (\beta + \varphi) \quad (3)$$

$$X_q I \cos (\beta + \varphi) = U \sin \beta, \quad (4)$$

în care:

$$U = U_{e0} = 3470 \text{ V}$$

și

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} U_n \eta_n |\cos \varphi_n|} = \frac{10 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 0,98 \cdot 0,8} = 1225 \text{ A.}$$

Din ecuația (4), după transformări, rezultă:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{X_q I \cos \varphi}{U + X_q I \sin \varphi} = \frac{-2,5 \cdot 1,225 \cdot 0,8}{3470 + 2,5 \cdot 1225 \cdot 0,6} = -0,46.$$

Rezultă

$$\beta = -24^\circ 40'.$$

Din ecuația (3):

$$U_e = 3470 \cos (-24^\circ 40') + 3,5 \cdot 1225 \sin (-24^\circ 40' + 143^\circ) = 6930 \text{ V.}$$

Deci raportul dintre valorile curenților de excitație la funcționarea în sarcină și la funcționarea în gol este:

$$k = \frac{6930}{3470} = 1,99.$$

5.10. Un motor sincron trifazat cu poli aparenti, are puterea nominală $P_n = 10 \text{ MW}$, tensiunea de linie la borne $U_n = 6000 \text{ V}$, factorul de putere nominal $|\cos \varphi_n| = 1$, randamentul $\eta_n = 0,98$, iar reactanțele sincrone $X_d = 4 \Omega$ și $X_q = 3 \Omega$.

Se cere să se calculeze capacitatea de supraîncărcare a motorului la funcționarea în regimul nominal. Înfășurarea statorică este conectată în stea.

Soluție. Curentul absorbit de motor în regimul de funcționare nominal este:

$$I_n = \frac{P_n}{\sqrt{3} U_n \eta_n |\cos \varphi_n|} = \frac{10 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 0,98 \cdot 1} = 980 \text{ A.}$$

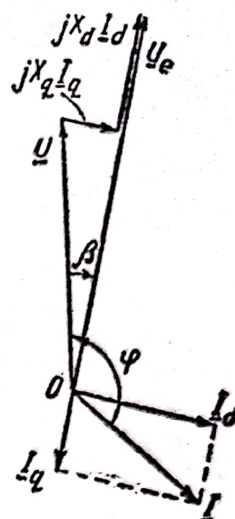


Figura 5.10.

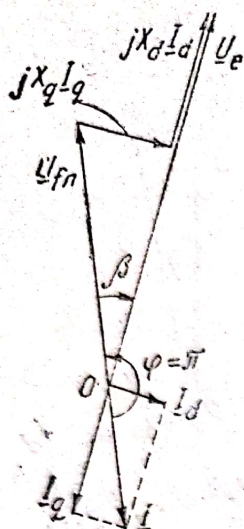


Figura 5.11.

Tensiunea nominală pe fază este :

$$U_{fn} = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{6\,000}{\sqrt{3}} = 3\,470 \text{ V.}$$

Capacitatea de supraîncărcare a motorului este, prin definiție :

$$k_M = \frac{|P_{e\max}|}{P_n}$$

curentul de excitație rămânând neschimbat.

Puterea electromagnetică maximă este :

$$P_{e\max} = m \left[\frac{U_{fn} U_e}{X_d} \sin \beta_{\max} + \frac{U_{fn}^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\beta_{\max} \right]$$

în care unghiul intern corespunzător, $\beta_{\max}$, rezultă din relația :

$$\left. \frac{dP_e}{d\beta} \right|_{\beta=\beta_{\max}} = 0,$$

sau efectuînd derivata :

$$\frac{U_e}{X_d} \cos \beta_{\max} + U_{fn} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cos 2\beta_{\max} = 0, \quad (1)$$

în care tensiunea electromotoare U_e este cea corespunzătoare regimului nominal de funcționare.

Din diagrama de fazori (fig. 5.11), construită pentru regimul nominal, adică $U_{fn} = 3\,470 \text{ V}$,

$$I_n = 980 \text{ A}$$

$$|\cos \varphi| = 1,$$

rezultă sistemul de ecuații :

$$\begin{cases} U_{fn} \sin \beta = -X_q I_n \cos \beta \\ U_e = U_{fn} \cos \beta - X_d I_n \sin \beta \end{cases} \quad (2)$$

cu necunoscutele U_e și β .

Rezultă :

$$\operatorname{tg} \beta_n = \frac{-X_q I_n}{U_{fn}} = \frac{-3 \cdot 980}{3\,470} = -0,85.$$

Unghiul intern corespunzător regimului nominal de funcționare are valoarea :

$$\beta_n = -40^\circ 20'.$$

Tensiunea electromotoare se calculează din cea de a doua ecuație a sistemului (2)

$$U_e = 3\,470 \cdot \cos (-40^\circ 20') - 4\,980 \sin (-40^\circ 20') = 5\,150 \text{ V.}$$

Ecuatia (1) devine:

$$\frac{5150}{4} \cos \beta_{max} + 3470 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) (2 \cos^2 \beta_{max} - 1) = 0,$$

sau rezolvînd:

$$\cos^2 \beta_{max} + 2,24 \cos \beta_{max} - 0,5 = 0,$$

Soluțiile sînt:

$$(\cos \beta_{max})_1 = 0,232$$

$$(\cos \beta_{max})_2 = -2,445;$$

singura soluție corespunzătoare unei funcționări stabile în regim de motor este dată de relația

$$(\cos \beta_{max}) = 0,232$$

cu

$$\beta_{max} = -71^\circ$$

Cu această valoare, puterea electromagnetică maximă este:

$$\begin{aligned} P_{e max} &= -3 \left[\frac{3470 \cdot 5150}{4} \sin 71^\circ + \frac{3470^2}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) \sin 142^\circ \right] = \\ &= -13,54 \cdot 10^6 \text{ W} = -13,54 \text{ MW}. \end{aligned}$$

Capacitatea de supraîncărcare a motorului la funcționarea în regimul nominal este deci:

$$k_M = \frac{|-13,54|}{10} = 1,354.$$

5.2. FUNCȚIONAREA ÎN SARCINĂ

5.11. Un hidrogenerator sincron are puterea aparentă nominală $S_n = 100 \text{ MVA}$ și tensiunea de linie la borne $U_n = 10,5 \text{ kV}$. Generatorul funcționează la sarcina nominală, cu factorul de putere $\cos \varphi = 0,8$ inductiv. Reactanțele sincrone sînt $X_d = 1,6 \Omega$, $X_q = 1 \Omega$, iar reactanțele supratranzitorii:

$$X_d'' = X_q'' = 0,4 \Omega$$

Se cere să se reprezinte grafic curba puterii electromagnetice în funcție de unghiul intern, atît în regimul staționar de funcționare al mașinii, cît și în regimul supratranzitoriu considerat ca regim staționar, curentul de excitație fiind considerat constant și avînd valoarea nominală.

Soluție. Puterea electromagnetică în regimul permanent de funcționare se calculează cu expresia:

$$P_e = \frac{m U_e U}{X_d} \sin \beta + \frac{m U^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\beta, \quad (1)$$

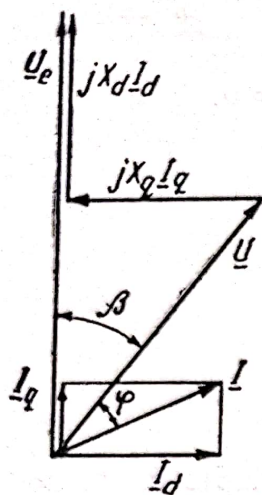


Figura 5.12.

în care U_e este tensiunea electromotoare în regimul nominal de funcționare. Valoarea acesteia se calculează din diagrama de fazori (fig. 5.12). Se obține

$$\begin{cases} U_e = U \cos \beta + X_d I_d \\ U \sin \beta = X_q I_q, \end{cases}$$

sau

$$\begin{cases} U_e = U \cos \beta + X_d I \sin (\beta + \varphi) \\ U \sin \beta = X_q I \cos (\beta + \varphi), \end{cases}$$

în care :

$$U = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{10,5}{\sqrt{3}} = 6,06 \text{ kV},$$

$$I = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_n} = \frac{100 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 10,5} = 5500 \text{ A},$$

$$\varphi = \arccos 0,8 = 37^\circ.$$

Se poate determina :

$$\operatorname{tg} \beta_n = \frac{X_q I \cos \varphi}{U + X_q I \sin \varphi} = \frac{1 \cdot 5500 \cdot 0,8}{6060 + 1 \cdot 5500 \cdot 0,6} = 0,47,$$

adică

$$\beta = 25^\circ 10',$$

și

$$\begin{aligned} U_e &= U \cos \beta + X_d I \sin (\beta + \varphi) = 6060 \cos 25^\circ 10' + \\ &+ 1,6 \cdot 5500 \sin (25^\circ 10' + 37^\circ) = 13250 \text{ V} = 13,25 \text{ kV}. \end{aligned}$$

Înlocuind în expresia (1) valorile cunoscute rezultă :

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{3 \cdot 13,25 \cdot 6,06 \cdot 10^6}{1,6} \sin \beta + \frac{3 \cdot 6,06^2 \cdot 10^6}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{1,6} \right) \sin 2\beta = \\ &= (150 \cdot 10^6 \sin \beta + 20,7 \cdot 10^6 \sin 2\beta) \text{ W} = \\ &= (150 \sin \beta + 20,7 \sin 2\beta) [\text{MW}]. \end{aligned} \quad (2)$$

Expresia puterii electromagnetice în regimul supratranzitoriu este :

$$P_e'' = \frac{m U_e U}{X''} \sin \beta + \frac{m U^2}{2} \left(\frac{1}{X_q''} - \frac{1}{X_d''} \right) \sin 2\beta.$$

Pentru cazul particular al problemei date, în care $X_d'' = X_q'' = 0,4 \Omega$ se obține

$$P_e'' = \frac{3 \cdot 13,25 \cdot 6,06 \cdot 10^6}{0,4} \sin \beta [\text{W}] = 604 \sin \beta [\text{MW}]. \quad (3)$$

În figura 5.13 sînt reprezentate curbele de variație ale puterii electromagnetice în funcție de unghiul intern pentru cele două regimuri de funcționare considerate.

5.12. Un turboalternator trifazat are tensiunea nominală pe fază $U = 6$ kV, reactanța sincronă $X_s = 15 \Omega$, iar reactanța de dispersie $X_o = 2,5 \Omega$.

Se cere să se determine puterea debitată de mașină, curentul din indus și puterea aparentă în regimul de funcționare cu un curent de excitație $I_e = 1,2 I_{eo}$, știind că unghiul intern are valoarea $\beta = 0^\circ$; 30° ; respectiv 90° .

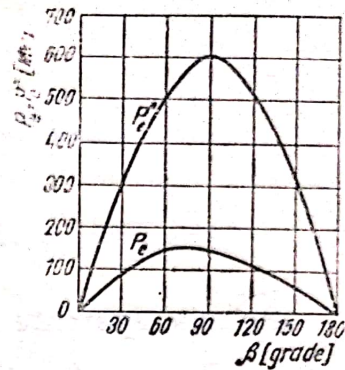


Figura 5.13.

Soluție. Pentru mașina cu poli înecați, puterea electromagnetă în funcție de unghiul intern are expresia :

$$P = m \frac{U U_e}{X_s} \sin \beta,$$

în care $U = 6$ kV este tensiunea nominală pe fază a mașinii, iar U_e este tensiunea electromotoare; în regimul de funcționare considerat cu un curent de excitație $I_e = 1,2 I_{eo}$, presupunînd că mașina funcționează nesaturat, tensiunea electromotoare are valoarea

$$U_e = 1,2 U_{eo} = 1,2 U = 1,2 \cdot 6 = 7,2 \text{ kV}.$$

Prin urmare :

$$P = 3 \cdot \frac{6 \cdot 10^3 \cdot 7,2 \cdot 10^3}{15} \sin \beta = 8,64 \cdot 10^6 \sin \beta \text{ W}.$$

Pentru valorile indicate ale unghiului intern se obține :

$$P|_{\beta=90^\circ} = 8,64 \cdot 10^6 \text{ W} = 8,64 \text{ MW}.$$

$$P|_{\beta=30^\circ} = 8,64 \cdot 10^6 \cdot 0,5 = 4,32 \cdot 10^6 \text{ W} = 4,32 \text{ MW},$$

$$P|_{\beta=0} = 0.$$

Valoarea curentului din indus se determină din triunghiul OAB , din diagrama de fazori reprezentată în figura 5.14, în care s-a neglijat rezistența înfășurării indusului.

Rezultă :

$$I = \frac{\sqrt{U^2 + U_e^2 - 2U \cdot U_e \cos \beta}}{X_s}.$$

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$\begin{aligned} I &= \frac{\sqrt{6^2 + 7,2^2 - 2 \cdot 6 \cdot 7,2 \cos \beta}}{15} 10^3 \text{ A} = \\ &= \frac{\sqrt{87,84 - 86,4 \cos \beta}}{15} 10^3 \text{ A}. \end{aligned}$$

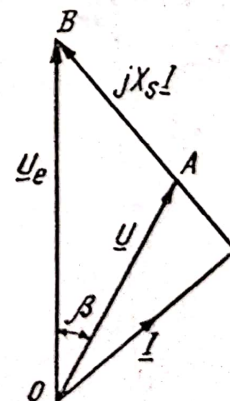


Figura 5.14.

Rezultă :

$$I|_{\beta=90^\circ} = \frac{\sqrt{87,84}}{15} \cdot 10^3 = 625 \text{ A},$$

$$I|_{\beta=30^\circ} = \frac{\sqrt{87,84 - 86,4 \cdot 0,865}}{15} \cdot 10^3 = 241 \text{ A},$$

$$I|_{\beta=0^\circ} = \frac{\sqrt{87,84 - 86,4}}{15} \cdot 10^3 = 80 \text{ A}.$$

Puterile aparente la bornele mașinii sînt :

$$S|_{\beta=90^\circ} = 3 \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 625 = 11,25 \cdot 10^6 \text{ VA} = 11,25 \text{ MVA},$$

$$S|_{\beta=30^\circ} = 3 \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 241 = 4,338 \cdot 10^6 \text{ VA} = 4,338 \text{ MVA},$$

$$S|_{\beta=0^\circ} = 3 \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 80 = 1,44 \cdot 10^6 \text{ VA} = 1,44 \text{ MVA}$$

5.13. Un motor sincron trifazat de putere nominală $P_n = 2\,000 \text{ kW}$, are tensiunea nominală la borne $U_n = 6\,000 \text{ V}$, factorul de putere nominal $|\cos \varphi_n| = 0,8$ inductiv, randamentul nominal $\eta_n = 0,92$. Valorile reactanțelor sincrone longitudinale și transversale sînt $x_d = 1,25 \text{ u.r.}$, respectiv $x_q = 0,8 \text{ u.r.}$

Se cere să se determine :

1. Puterea electromagnetică maximă pe care o poate dezvolta mașina și unghiul intern corespunzător.

2. Puterea electromagnetică maximă dezvoltată de mașină în cazul în care excitația este întreruptă.

Rezistența înfășurării indusului se consideră neglijabilă.

Soluție. Tensiunea nominală pe fază are valoarea :

$$U_{nf} = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{6\,000}{\sqrt{3}} = 3\,470 \text{ V}.$$

Curentul nominal pe fază absorbit de motor de la rețea este :

$$I_{nf} = \frac{P_n}{\sqrt{3} U_n \cdot \eta_n \cdot |\cos \varphi_n|} = \frac{2\,000}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 0,92 \cdot 0,8} = 262 \text{ A}.$$

Impedanța nominală pe fază are valoarea

$$Z_n = \frac{U_{nf}}{I_{nf}} = \frac{3\,470}{262} = 13,22 \Omega.$$

Reactanțele sincrone au valorile :

$$X_d = x_d \cdot Z_n = 1,25 \cdot 13,22 = 16,6 \Omega,$$

$$X_q = x_q \cdot Z_n = 0,8 \cdot 13,22 = 10,6 \Omega.$$

Diagrama de fazori la funcționarea mașinii în sarcină inductivă este reprezentată în figura 5.15 în ipoteza că $r_1 \approx 0$.

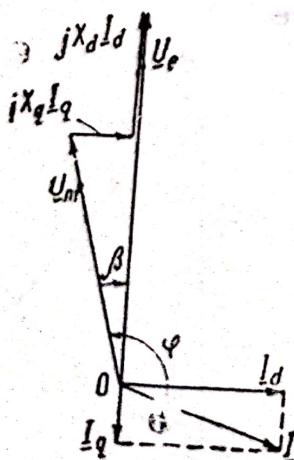


Figura 5.15.

Factorului de putere nominal $|\cos \varphi_n| = 0,8$ îi corespunde unghiul de defazaj $\varphi_n = 143^\circ 10'$

Puterea electromagnetică are expresia :

$$P_e = 3 \left[\frac{U_e U_{nf}}{X_d} \sin \beta + \frac{1}{2} U_{nf}^2 \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\beta \right], \quad (1)$$

în care intervin mărimile necunoscute U_e și β .

Din diagrama de fazori (fig. 5.15) se obține sistemul de ecuații :

$$U_{nf} \sin \beta = -X_q I \cos (\beta + \varphi) \quad (2)$$

$$U_{nf} \cos \beta + X_d I \sin (\beta + \varphi) = U_e. \quad (3)$$

Din ecuația (2) rezultă

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{-X_q I \cos \varphi}{U_{nf} + X_q I \sin \varphi}$$

Pentru punctul de funcționare nominal, rezultă :

$$\operatorname{tg} \beta_n = \frac{-10,6 \cdot 262 \cdot 0,8}{3470 + 10,6 \cdot 262 \cdot 0,6} = -0,43$$

deci

$$\beta_n = -23^\circ 20'.$$

Din ecuația (3) rezultă valoarea tensiunii electromotoare :

$$U_e = 3470 \cos (-23^\circ 20') + 16,6 \cdot 262 \sin (-23^\circ 20' + 143^\circ 10') = 6940 \text{ V.}$$

Valoarea unghiului intern β_{max} corespunzător puterii electromagnetice maxime debitată la încărcarea lentă a mașinii, se obține din ecuația :

$$\frac{dP_e}{d\beta} \Big|_{\beta=\beta_{max}} = 0;$$

din expresia (1) rezultă :

$$\frac{U_e}{X_d} \cos \beta_{max} + U_{nf} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cos 2\beta_{max} = 0, \quad (4)$$

de unde se obține ecuația :

$$\cos^2 \beta_{max} + \frac{U_e}{X_d} \cdot \frac{1}{2U_{nf} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right)} \cos \beta_{max} - \frac{1}{2} = 0;$$

cu valorile numerice ale problemei aceasta devine :

$$\cos^2 \beta_{max} + 1,76 \cos \beta_{max} - 0,5 = 0. \quad (5)$$

Rezolvînd ecuația (5) obținem :

$$(\cos \beta_{max})_1 = 0,25.$$

$$(\cos \beta_{max})_2 = -2,01.$$

Singura soluție corespunzătoare unui regim stabil de funcționare este $\cos \beta_{max} = 0,25$, respectiv $\beta_{max} = -75^\circ$.

În consecință puterea electromagnetică activă maximă pe care o poate debita mașina la încărcarea lentă are valoarea:

$$P_{e max} = -3 \left[\frac{6\,940 \cdot 3\,470}{16,6} \sin 75^\circ + \frac{3\,470^2}{2} \left(\frac{1}{10,6} - \frac{1}{16,6} \right) \sin 150^\circ \right] =$$

$$= -4,51 \cdot 10^6 \text{ W} = -4\,510 \text{ kW}.$$

2) În cazul în care excitația este întreruptă $U_e = 0$, expresia puterii electromagnetice devine:

$$P_e = \frac{3}{2} U_{nf}^2 \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\beta.$$

Puterea electromagnetică activă este maximă pentru $\beta_{max} = -45^\circ$ și are valoarea

$$P_{e max}|_{U_e=0} = \frac{-3}{2} \cdot 3\,470^2 \left(\frac{1}{10,6} - \frac{1}{16,6} \right) = -0,618 \cdot 10^6 \text{ W} = -618 \text{ kW}.$$

5.14. Un hidrogenerator sincron trifazat are puterea aparentă nominală $S_n = 90 \text{ MVA}$, iar tensiunea nominală 'de linie' $U_n = 12 \text{ kV}$. Reactanțele sincrone au valorile: $X_d = 2,2 \, \Omega$ și $X_q = 1,2 \, \Omega$.

Se cere să se calculeze:

1. Puterea reactivă absorbită de mașină la funcționarea în paralel cu o rețea, circuitul de excitație al mașinii fiind întrerupt, iar admisia la turbina primară fiind închisă.

2. Puterea activă și unghiul intern al mașinii la curentul nominal, circuitul de excitație fiind întrerupt.

Rezistența înfășurării indusului se consideră neglijabilă.

Soluție. 1. La funcționarea cu circuitul de excitație deschis, tensiunea electromotoare produsă de cîmpul inductor este nulă $U_e = 0$.

Dacă admisia la turbina primară este închisă, puterea electromagnetică $P_e = 0$, deci unghiul intern $\beta = 0$. Mașina funcționează în gol în regim de motor reactiv.

Diagrama de fazori corespunzătoare acestui regim este reprezentată în figura 5.16.

Puterea reactivă absorbită de la rețea este:

$$Q = m U_f I_f \sin \varphi. \quad (1)$$

Curentul pe fază, conform diagramei de fazori din figura 5.16. are valoarea:

$$I_f = \frac{U_f}{X_d} = \frac{12\,000}{\sqrt{3} \cdot 2,2} = 3\,150 \text{ A}.$$

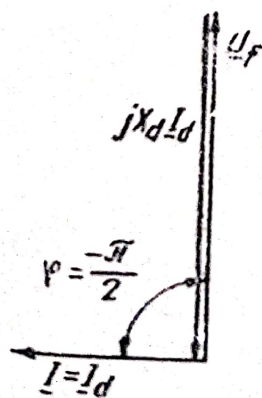


Figura 5.16.

Rezultă puterea reactivă :

$$Q = 3 \cdot \frac{12\,000}{\sqrt{3}} \cdot 3\,150 \cdot 1 = \\ = 65,5 \cdot 10^6 \text{ VAr} = 65,5 \text{ MVar.}$$

2. Curentul nominal al generatorului are valoarea :

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_n} = \frac{90 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 12 \cdot 10^3} = 4\,340 \text{ A.}$$

În figura 5.17 este reprezentată diagrama de fazori a generatorului în cazul funcționării cu circuitul de excitație deschis, la curentul nominal; în diagrama de fazori nu se cunosc valorile unghiului intern β și defazajului φ .

Din diagramă rezultă :

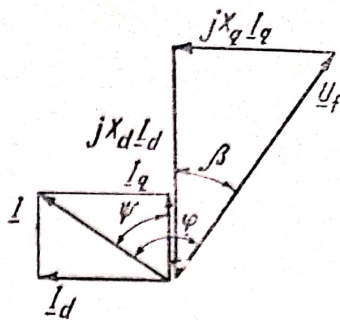


Figura 5.17.

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{X_q I_q}{X_d I_d} \quad (2)$$

$$U_f^2 = (X_q I_q)^2 + (X_d I_d)^2 \quad (3)$$

$$I_q = I \cos \psi \quad (4)$$

$$I_d = I \sin \psi \quad (5)$$

$$\psi = \varphi - \beta. \quad (6)$$

Înlocuind expresiile (4) și (5) în ecuația (3) obținem :

$$U_f^2 = (X_q I \cos \psi)^2 + (X_d I \sin \psi)^2 ;$$

deci :

$$U_f^2 = X_q^2 I^2 (1 - \sin^2 \psi) + X_d^2 I^2 \sin^2 \psi.$$

Rezultă :

$$\sin^2 \psi = \frac{U_f^2 - X_q^2 I^2}{(X_d^2 - X_q^2) I^2} = \frac{\left(\frac{U_f}{I}\right)^2 - X_q^2}{X_d^2 - X_q^2} = \frac{\left(\frac{12\,000}{\sqrt{3} \cdot 4\,340}\right)^2 - 1,2^2}{2,2^2 - 1,2^2} = 0,326$$

prin urmare

$$\sin \psi = \pm 0,573,$$

iar

$$\psi = k\pi \pm 35^\circ,$$

Conform diagramei de fazori se reține soluția $\psi = +35^\circ$.

Din ecuația (2) ținând seama de expresiile (4) și (5), rezultă următoarea valoare a unghiului intern :

$$\beta = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{X_q I \cos \psi}{X_d I \sin \psi} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1,2 \cos 35^\circ}{2,2 \sin 35^\circ} = 38^\circ.$$

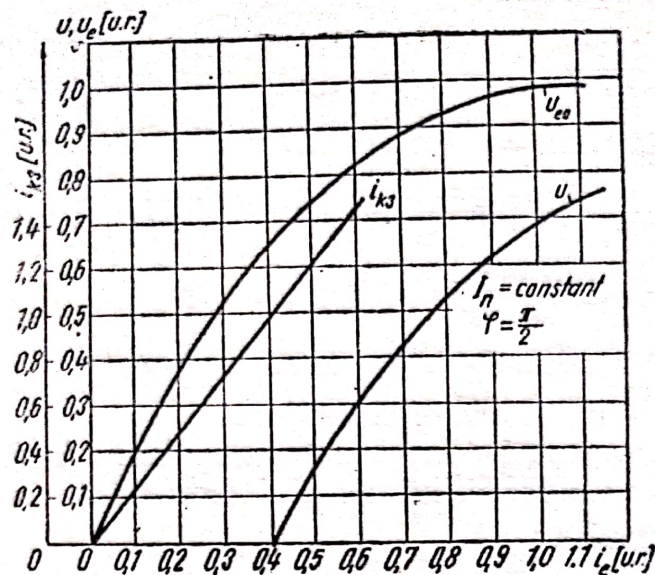


Figura 5.18.

Din (6) rezultă

$$\varphi = +\psi + \beta = 35^\circ + 38^\circ = 73^\circ.$$

Puterea activă debitată de generator în regimul de funcționare considerat este:

$$P = mU_f I_f \cos \varphi = 3 \cdot \frac{12\,000}{\sqrt{3}} \cdot 4\,340 \cos 73^\circ = 25,5 \cdot 10^6 \text{ W} = 25,5 \text{ MW}.$$

5.15. Pentru un generator sincron sînt date, în figura 5.18, în unități relative, caracteristica de mers în gol $u_e = f(i_e)$, caracteristica de scurtcircuit trifazat $i_{k3} = f(i_e)$ și caracteristica în sarcină inductivă $u = f(i_e)$ pentru $I = I_n = \text{const.}$

Se cere să se determine:

1. Valoarea nesaturată a reactanței sincrone longitudinale.
2. Curba de variație a reactanței sincrone longitudinale, ținînd seama de influența saturației.

Soluție. Valoarea reactanței sincrone longitudinale nesaturate se obține folosind caracteristica de mers în gol și caracteristica de scurtcircuit trifazat permanent.

Într-adevăr, dacă se neglijează rezistența înfășurării indusului, funcționarea mașinii în regim de scurtcircuit trifazat staționar este pur inductivă, ecuația tensiunilor fiind:

$$\underline{U}_e = j(X_\sigma + X_{ad})\underline{I} = jX_d\underline{I}.$$

Rezultă:

$$X_d = \frac{U_e}{I}. \quad (1)$$

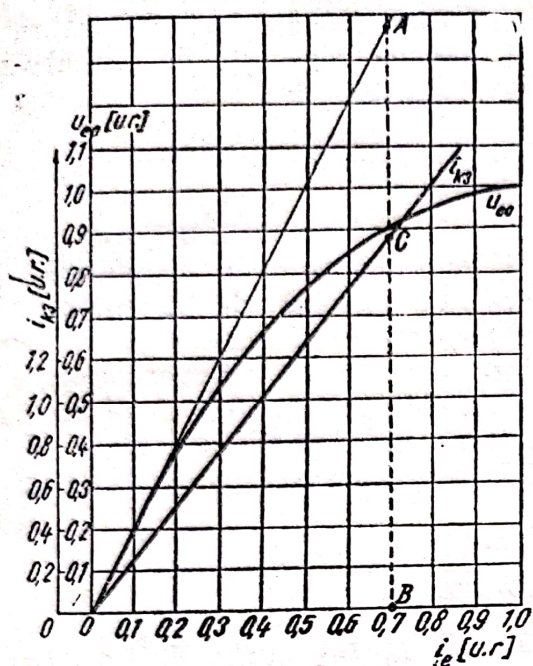


Figura 5.19.

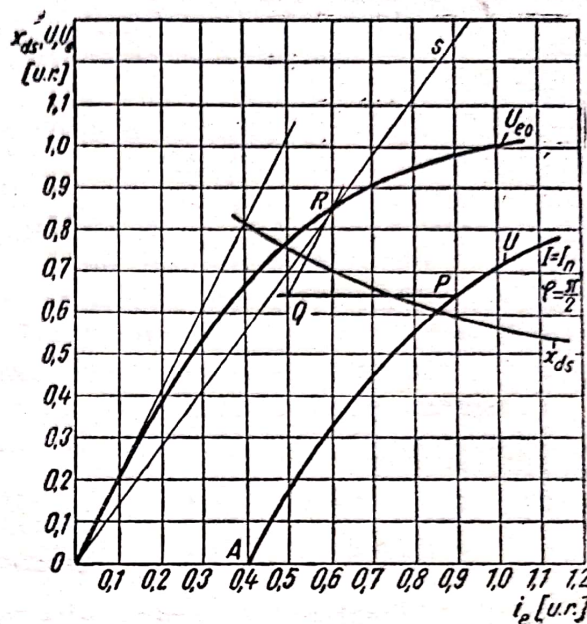


Figura 5.20.

Deoarece efectul demagnetizant al reacției indusului este în acest caz foarte puternic, tensiunea rezultantă în întrefier fiind determinată doar de căderea de tensiune pe reactanța de dispersie a înfășurării indusului, tensiunea electromotoare care intervine în calcul este o mărime corespunzătoare funcționării mașinii în regim nesaturat, deci considerată pe caracteristica de magnetizare ideală, liniarizată (dreapta OA din figura 5.19).

Prin urmare din figura 5.19 rezultă

$$X_d = \frac{AB}{BC} = \frac{1,385}{1,74} = 0,795 \text{ u.r.}$$

2. Pentru determinarea curbei de variație a reactanței sincrone longitudinale saturate se folosesc caracteristica de mers în gol și caracteristica în sarcină pur inductivă (fig. 5.20).

Funcționarea mașinii în sarcină pur inductivă are loc după axa longitudinală, ecuația de echilibru a tensiunilor, fiind în cazul neglijării rezistenței înfășurării indusului

$$\underline{U}_e = \underline{U} + jX_d I_n.$$

Rezultă

$$X_{ds} = \frac{U_e - U}{I_n}, \quad (2)$$

I_n fiind valoarea curentului pentru care s-a ridicat caracteristica în sarcină inductivă.

Tensiunea electromotoare care intervine în calculul reactanței sincrone saturate trebuie să corespundă stării de magnetizare a mașinii în punctul considerat.

Pentru o valoare anumită a curentului de excitație, starea de magnetizare a mașinii este caracterizată de tensiunea rezultantă în întrefier.

Efectul demagnetizant al reacției indusului este caracterizat de latura OA a triunghiului de scurtcircuit al mașinii, care se regăsește pe axa absciselor ca distanța între caracteristica în sarcină inductivă și cea de mers în gol.

Fie P (fig. 5.20), punctul la care se determină valoarea saturată a reactanței sincrone longitudinale.

Pe o paralelă prin P la axa absciselor se duce segmentul PQ egal cu OA . Paralela prin Q la porțiunea liniară a caracteristicii de magnetizare determină vârful triunghiului de scurtcircuit în punctul de funcționare considerat. Punctul R de intersecție a acestei drepte cu caracteristica de mers în gol determină valoarea tensiunii induse de fluxul magnetic rezultat din întrefier, deci caracterizează starea de magnetizare a mașinii.

Tensiunea electromotoare U_e , care intervine în expresia de calcul (2) se determină pe caracteristica de magnetizare liniarizată care trece prin punctul R .

Din figura 5.20 rezultă

$$X_{ds} = \overline{PS} \text{ (u} \cdot \text{r)} = 0,62.$$

Reluând construcția pentru alte puncte se obține curba de variație a reactanței sincrone longitudinale în funcție de curentul de excitație, reprezentată grafic în figura 5.20.

5.16. Un generator sincron, cu poli înecați, cu puterea nominală $S_n = 50$ kVA funcționează în sarcină la un curent de excitație constant, tensiunea electromotoare produsă de înfășurarea de excitație fiind $U_e = 500$ V. Tensiunea nominală a mașinii este $U_n = 380$ V, înfășurarea indusului fiind conectată în triunghi. Mașina are reactanța sincronă $X_s = 7,5 \Omega$, iar rezistența înfășurării indusului $R = 1 \Omega$.

Se cere să se determine caracteristica externă a mașinii în ipoteza că:

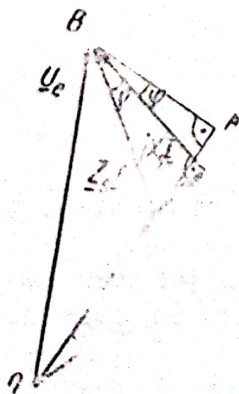
1. generatorul debitează pe o sarcină pur rezistivă;
2. generatorul debitează pe o sarcină pur inductivă.

Soluție. Din diagrama de fazori a mașinii sincrone cu poli înecați (fig. 5.21) rezultă

$$[U + Z_s I \sin(\varphi + \rho)]^2 + [Z_s I \cos(\varphi + \rho)]^2 = U_e^2,$$

sau împărțind cu U_e^2 rezultă ecuația caracteristicilor externe ale mașinii:

$$\left(\frac{U}{U_e}\right)^2 + \left(\frac{I}{I_{sc}}\right)^2 + 2 \frac{U}{U_e} \frac{I}{I_{sc}} \sin(\varphi + \rho) = 1,$$



unde

$$U_e = 500 \text{ V},$$

$$Z_s = \sqrt{R^2 + X_s^2} = \sqrt{1^2 + 7,5^2} = 7,58 \Omega,$$

$$I_{sc} = \frac{U_e}{Z_s} = \frac{500}{7,58} = 66 \text{ A},$$

$$\rho = \arctg \frac{R}{X_s} = \arctg \frac{1}{7,5} = 7^\circ 40'.$$

Figura 5.21.

Curentul nominal pe fază al mașinii este

$$I_n = \frac{S_n}{3U_n} = \frac{50 \cdot 10^3}{3 \cdot 380} = 43,95 \text{ A.}$$

În figura 5.22 sînt reprezentate valorile tensiunilor la diferite valori ale curentului de sarcină în cele două regimuri considerate: $\varphi = 0$ și $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

5.17. Un turboalternator trifazat funcționează în sarcină nominală fiind cuplat la o rețea de putere infinită. Mașina funcționează cu un factor de putere $\cos \varphi = 0,9$ și are reactanța sincronă $x_s = 1,4$ u.r.

În funcționarea sistemului se produce o micșorare a tensiunii rețelei de la U_n la $U' = 0,8 U_n$.

Se cere să se calculeze valoarea unghiului intern și factorul de putere în noul regim de funcționare știind că atât curentul de excitație cît și puterea activă debitată de mașină rămîn constante.

Se neglijează rezistența înfășurării indusului turboalternatorului.

Soluție. Folosind diagrama de fazori la funcționarea în sarcină a mașinii (fig. 5.23) se poate determina valoarea tensiunii electromotoare în funcție de tensiunea nominală (triunghiul OAB)

$$\begin{aligned} U_e &= \sqrt{(X_s I_n \cos \varphi)^2 + (U_n + X_s I_n \sin \varphi)^2} = \\ &= U_n \sqrt{(x_s \cos \varphi)^2 + (1 + x_s \sin \varphi)^2} = U_n \sqrt{1 + x_s^2 + 2x_s \sin \varphi} = \\ &= U_n \sqrt{1 + 1,4^2 + 2 \cdot 1,4 \cdot 0,436} = 2,02 U_n. \end{aligned}$$

Unghiul intern (din triunghiul OAB) la care funcționa inițial mașina are valoarea:

$$\begin{aligned} \sin \beta_0 &= \frac{X_s I_n \cos \varphi}{U_e} = \frac{x_s \frac{U_n}{I_n} I_n \cos \varphi}{2,02 U_n} = \\ &= \frac{x_s \cos \varphi}{2,02} = \frac{1,4}{2,02} \cdot 0,9 = 0,622. \end{aligned}$$

Ținînd seamă că în noul regim de funcționare puterea activă debitată de mașină rămîne constantă se poate scrie:

$$\begin{cases} P = m \frac{U_n U_e}{X_s} \sin \beta_0 \\ P = m \frac{0,8 U_n U_e}{X_s} \sin \beta \end{cases}$$

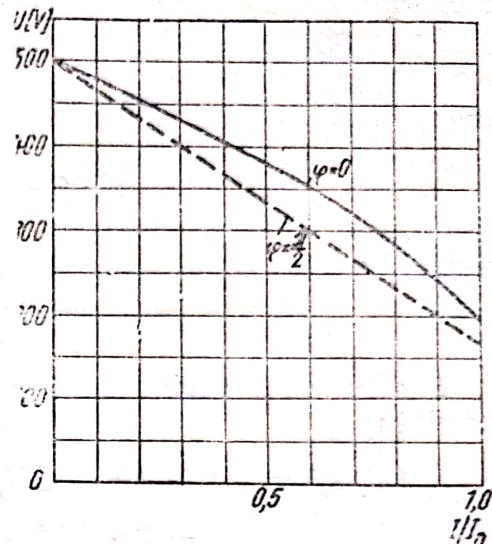


Figura 5.22.

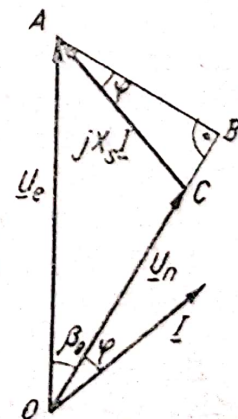


Figura 5.23.

rezultă

$$\sin \beta_0 = 0,8 \sin \beta$$

sau :

$$\sin \beta = \frac{\sin \beta_0}{0,8} = \frac{0,622}{0,8} = 0,78,$$

respectiv

$$\beta = 51^\circ 12'.$$

Pentru noul regim de funcționare din triunghiul OAC (v. fig. 5.23) rezultă :

$$(X_s I)^2 = U_e^2 + U_n^2 - 2U_e U_n \cos \beta = (2,02)^2 U_n^2 + (0,8)^2 U_n^2 - 2 \cdot 2,02 \cdot 0,8 U_n^2 \cdot 0,625 = 2,7 U_n^2$$

sau

$$x_s^2 \frac{U_n^2}{I_n^2} I^2 = 2,7 U_n^2.$$

Deci

$$I^2 = \frac{2,70}{x_s^2} I_n^2 = \frac{2,7}{1,4^2} I_n^2 = 1,378 I_n^2$$

și

$$I = 1,17 I_n.$$

Din egalitatea puterilor rezultă :

$$P = 3 U_n I_n \cos \varphi = 3 \cdot 0,8 U_n \cdot 1,17 I_n \cos \varphi'.$$

deci :

$$\cos \varphi' = \frac{\cos \varphi}{0,8 \cdot 1,17} = \frac{0,9}{0,8 \cdot 1,17} = 0,962.$$

5.18. Două generatoare sincrone identice, trifazate, cu înfășurările indusului conectate în stea funcționează în paralel pe o rețea de tensiune egală cu 400 V, care absoarbe un curent de 200 A la un factor de putere $\cos \varphi = 0,8$.

Se cere să se determine :

1. Tensiunea electromotoare indusă de câmpul inductor și curentul debitat în rețea de fiecare dintre generatoare știind că valoarea reactanței sincrone a celor două generatoare este $X_s = 1,6 \Omega$.

Curenții de excitație ai celor două generatoare sînt egali, iar sarcinile active ale mașinilor sînt egale.

2. Valorile curentului și factorului de putere ale fiecărui generator în parte, în cazul în care sarcina reactivă se repartizează între generatoare

în raportul $Q_1/Q_2 = 4/1$, puterile active rămânând neschimbate.

Soluție. 1. Puterea activă debitată în rețea, de cele două generatoare funcționând în paralel, este:

$$P = \sqrt{3}UI \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 200 \cdot 0,8 = 111 \cdot 10^3 \text{ W} = 111 \text{ kW}.$$

Puterea reactivă debitată de cele două generatoare în rețea are valoarea:

$$Q = \sqrt{3}UI \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 200 \cdot 0,6 = 83 \cdot 10^3 \text{ VAr} = 83 \text{ kVAr}.$$

Cum generatoarele sînt identice și egal excitate, din condiții de simetrie curentul debitat de fiecare generator în parte va fi

$$I_1 = I_2 = \frac{I}{2} = 100 \text{ A},$$

iar factorul de putere

$$\cos \varphi = 0,8.$$

Din diagrama de fazori (fig. 5.24) se calculează valoarea tensiunii electromotoare indusă de cîmpul inductor

$$U_e = \sqrt{(U_f \cos \varphi)^2 + (U_f \sin \varphi + X_s I)^2} = \sqrt{U_f^2 + 2U_f X_s I \sin \varphi + (X_s I)^2} = \sqrt{\left(\frac{400}{\sqrt{3}}\right)^2 + 2 \cdot \frac{400}{\sqrt{3}} \cdot 1,6 \cdot 100 \cdot 0,6 + (1,6 \cdot 100)^2} = 351 \text{ V}.$$

2. Schimbarea repartii puterii reactive între cele două generatoare nu afectează repartii puterilor active debitate de generatoare în rețea. Deci, în al II-lea regim de funcționare studiat, valorile puterilor activă și reactivă debitată de fiecare generator în parte vor fi:

$$P_1 = P_2 = \frac{P}{2} = \frac{111}{2} = 55,5 \text{ kW},$$

$$Q_1 = \frac{4}{5} Q = \frac{4}{5} \cdot 83 = 66,4 \text{ kVAr},$$

$$Q_2 = \frac{1}{5} Q = \frac{1}{5} \cdot 83 = 16,6 \text{ kVAr}.$$

Pentru generatorul 1 rezultă:

$$\varphi_1 = \arctg \frac{66,4}{55,5} = 50^\circ 10'$$

$$I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3}U \cos \varphi_1} = \frac{55,5 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot \cos 50^\circ 10'} = 125 \text{ A}.$$

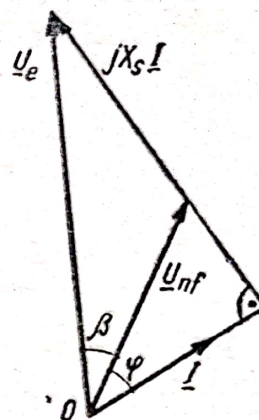


Figura 5.24.

Pentru generatorul 2 rezultă :

$$\varphi_2 = \arctg \frac{Q_2}{P_2} = \arctg \frac{16,6}{55,5} = 16^\circ 40'$$

$$I_2 = \frac{P_2}{\sqrt{3}U \cos \varphi_2} = \frac{55,5 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot \cos 16^\circ 40'} = 83,5 \text{ A.}$$

5.19. Două generatoare sincrone funcționează în paralel, fiind încărcate la fel, și debitează la tensiunea la borne $U = 6,3 \text{ kV}$ curenții $I_1 = I_2 = 250 \text{ A}$ la $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = 0,8$.

Prin schimbarea curentului de excitație și a momentului activ la axul primului generator, sarcina acestuia se modifică astfel încât curentul debitat devine $I_1 = 230 \text{ A}$, iar factorul de putere, $\cos \varphi_1 = 1$.

Se cere să se determine :

1. Curentul și factorul de putere al celui de al doilea generator știind că tensiunea rețelei și parametrii acesteia rămân neschimbați.

2. Puterea debitată în rețea de fiecare generator în ambele cazuri.

Soluție. 1. Curentul absorbit de rețea este :

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2.$$

Componenta curentului în fază cu tensiunea la borne este :

$$I \cos \varphi = I_1 \cos \varphi_1 + I_2 \cos \varphi_2 = 250 \cdot 0,8 + 250 \cdot 0,8 = 400 \text{ A,}$$

iar componenta curentului în cuadratură cu tensiunea la borne este :

$$I \sin \varphi = I_1 \sin \varphi_1 + I_2 \sin \varphi_2 = 250 \cdot 0,6 + 250 \cdot 0,6 = 300 \text{ A.}$$

Prin modificarea excitației primului generator, curentul debitat în rețea trebuie să rămână neschimbat, respectiv componentele acestuia $I \cos \varphi$ și $I \sin \varphi$, nu se modifică.

Rezultă :

$$I'_2 \cos \varphi'_2 = I \cos \varphi - I'_1 \cos \varphi'_1.$$

$$I'_2 \sin \varphi'_2 = I \sin \varphi - I'_1 \sin \varphi'_1.$$

Cu valorile numerice se obține :

$$I'_2 \cos \varphi'_2 = 400 - 230 = 170 \text{ A}$$

$$I'_2 \sin \varphi'_2 = 300 - 0 = 300 \text{ A.}$$

Valoarea efectivă a curentului debitat în rețea de cel de al doilea generator în noul regim este :

$$I'_2 = \sqrt{(I'_2 \cos \varphi'_2)^2 + (I'_2 \sin \varphi'_2)^2} = \sqrt{170^2 + 300^2} = 342,5 \text{ A.}$$

Factorul de putere are valoarea

$$\cos \varphi'_2 = \frac{I'_2 \cos \varphi'_2}{I'_2} = \frac{170}{342,5} = 0,496.$$

2. Puterile debitate în rețea de fiecare generator în primul regim de funcționare sînt :

$$P_1 = P_2 = \sqrt{3}UI_1 \cos \varphi_1 = \sqrt{3} \cdot 6,3 \cdot 250 \cdot 0,8 = 2\,185 \text{ kW.}$$

După modificarea regimului de funcționare, puterile debitate de generatoare în rețea au valorile :

$$P'_1 = \sqrt{3}UI'_1 \cos \varphi'_1 = \sqrt{3} \cdot 6,3 \cdot 230 \cdot 1 = 2\,515 \text{ kW,}$$

respectiv

$$P'_2 = \sqrt{3}UI'_2 \cos \varphi'_2 = \sqrt{3} \cdot 6,3 \cdot 342,5 \cdot 0,496 = 1\,855 \text{ kW.}$$

Se observă că

$$P_1 + P_2 = P'_1 + P'_2 = 4\,370 \text{ kW,}$$

fapt evident întrucît parametrii rețelei nu se schimbă.

5.3. REGIMURI DINAMICE

5.20. Un turboalternator sincron trifazat funcționează în paralel pe o rețea de putere infinită la tensiunea nominală $U_n = 10,5 \text{ kV}$. Mașina debitează puterea nominală $S_n = 50\,000 \text{ kVA}$, la $\cos \varphi = 0,9$ inductiv. Reactanța sincronă a mașinii este $x_s = 1,4 \text{ u.r.}$

Se cere să se determine limita pînă la care poate varia lent tensiunea rețelei fără ca mașina să iasă din sincronism știind că valoarea curentului de excitație rămîne neschimbată și să se calculeze curentul debitat de mașină în acest regim.

Soluție. Puterea activă pe care o debitează alternatorul are valoarea :

$$P = S_n \cos \varphi = 50\,000 \cdot 0,9 = 45\,000 \text{ kW.}$$

Curentul debitat de alternator în regimul nominal este :

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_n} = \frac{50\,000}{\sqrt{3} \cdot 10,5} = 2\,750 \text{ A,}$$

iar tensiunea nominală pe fază :

$$U_{nf} = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{10,5}{\sqrt{3}} = 6,06 \text{ kV.}$$

Rezultă impedanța nominală a turboalternatorului :

$$Z_n = \frac{U_{nf}}{I_n} = \frac{6060}{2750} = 2,2 \, \Omega.$$

Reactanța sincronă a mașinii are valoarea :

$$X_s = x_s Z_n = 1,4 \cdot 2,2 = 3,08 \, \Omega.$$

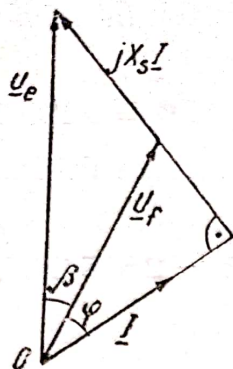


Figura 5.25.

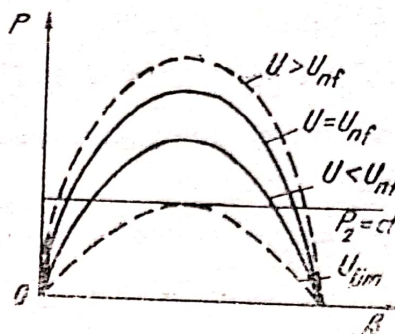


Figura 5.26.

Din diagrama de fazori (fig. 5.25) rezultă valoarea tensiunii electromotoare indusă de fluxul inductor în regimul considerat :

$$U_e = \sqrt{(U_{nf} \cos \varphi)^2 + (U_{nf} \sin \varphi + X_s I)^2} = \\ = \sqrt{(6,06 \cdot 0,9)^2 + (6,06 \cdot 0,436 + 3,08 \cdot 2,75)^2} = 12,4 \text{ kV.}$$

Expresia puterii electromagnetice în funcție de unghiul intern la mașina sincronă cu poli înecați este :

$$P = \frac{m U_{nf} U_e}{X_s} \sin \beta.$$

Mașina iese din sincronism pentru valoarea unghiului intern $\beta = 90^\circ$.

Dacă mașina funcționează la diferite tensiuni la borne, curentul de excitație rămânând neschimbat, deci $U_e = \text{const.}$, puterea electromagnetică în funcție de unghiul intern pentru diferite valori constante ale tensiunii se reprezintă grafic printr-o familie de sinusoide cu amplitudini diferite (fig. 5.26) în funcție de valoarea tensiunii la borne a alternatorului. Dacă puterea debitată în rețea este constantă se observă că la modificarea tensiunii se modifică concomitent unghiul intern la care funcționează mașina, astfel încît produsul $U \sin \beta$ să rămână constant.

Mașina va ieși din sincronism la acea valoare a tensiunii pentru care caracteristica unghiulară a mașinii devine tangentă (pentru $\beta = 90^\circ$) la dreapta care reprezintă puterea electromagnetică constantă cerută de rețea.

Din expresia de calcul a puterii active

$$\frac{m U_{lim} U_e}{X_s} = P = \text{const.},$$

rezultă :

$$U_{lim} = \frac{P X_s}{m U_e} = \frac{45\,000 \cdot 10^3 \cdot 3,08}{3 \cdot 12,4 \cdot 10^3} = 3\,730 \text{ V} = 3,73 \text{ kV.}$$

Deci tensiunea de linie poate scădea lent de la valoarea $U_n = 10,5 \text{ kV}$ la $U = \sqrt{3} \cdot 3,73 = 6,45 \text{ kV}$ fără ca mașina să iasă din sincronism.

Curentul debitat de mașină în regimul limită are valoarea :

$$I = \frac{P}{m \cos \varphi U_{lim}} = \frac{45\,000}{3 \cdot 3,73 \cdot 0,9} = 4\,460 \text{ A.}$$

5.21. Un motor sincron cu polii înecați avînd puterea nominală $P_n = 200 \text{ kW}$ și factorul de supraîncărcare $k_p = \frac{P_{max}}{P_n} = 2$ funcționează în gol.

Să se determine puterea maximă cu care poate fi încărcat brusc motorul, fără ca acesta să iasă din sincronism, în ipoteza că se neglijează influența circuitului de amortizare.

Soluție. În figura 5.27 este reprezentată variația puterii electromagnetice în funcție de unghiul intern considerat pozitiv la funcționarea în regim de motor :

$$P = P_{max} \sin \beta \quad (1)$$

unde

$$P_{max} = 2P_n = 2 \cdot 200 = 400 \text{ kW.}$$

Condiția ca la încărcarea bruscă cu puterea P_1 , careia îi corespunde unghiul intern β_1 , mașina să nu iasă din sincronism este ca cele două arii hașurate în figura 5.27 să fie egale.

Deci

$$P_1 \beta_1 - \int_0^{\beta_1} P(\beta) d\beta = \int_{\beta_1}^{\pi-\beta_1} P(\beta) d\beta - P_1(\pi - 2\beta_1)$$

Înlocuind $P(\beta)$ cu expresia (1) rezultă

$$P_1 \beta_1 - P_{max} \int_0^{\beta_1} \sin \beta d\beta = P_{max} \int_{\beta_1}^{\pi-\beta_1} \sin \beta d\beta - P_1(\pi - 2\beta_1)$$

sau

$$P_1(\pi - \beta_1) = P_{max} \int_0^{\pi-\beta_1} \sin \beta d\beta \quad (2)$$

După integrare rezultă :

$$P_1(\pi - \beta_1) = P_{max}(1 + \cos \beta_1).$$

Cu $P_1 = P_{max} \sin \beta_1$, rezultă că unghiul intern β_1 trebuie să satisfacă ecuația :

$$\frac{1 + \cos \beta_1}{\pi - \beta_1} = \sin \beta_1. \quad (3)$$

Soluția ecuației (3), rezolvată prin metoda aproximațiilor succesive, este :

$$\beta_1 = 46^\circ 12'.$$

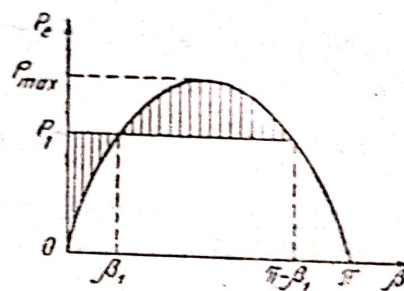


Figura 5.27.

Deci puterea maximă cu care poate fi încărcată brusc mașina sincronă fără să iasă din sincronism este:

$$P_1 = P_{max} \sin \beta_1 = 400 \sin 46^\circ 12' = 288 \text{ kW.}$$

5.22. Un motor sincron cu poli înecați avînd puterea nominală $P_n = 20 \text{ MW}$ și tensiunea nominală $U_n = 6 \text{ kV}$, funcționează în sarcină inductivă cu puterea activă la ax $P_s = 8 \text{ MW}$, factorul de putere $|\cos \varphi| = 0,707$ și randamentul $\eta = 0,9$.

Știind că reactanța sincronă are valoarea $X_s = 3 \Omega$ iar înfășurările sînt conectate în triunghi, se cere să se determine puterea maximă cu care poate fi încărcată brusc mașina fără să iasă din sincronism.

Se neglijează rezistența înfășurării indusului.

Soluție. Folosind diagrama de fazori a mașinii sincrone cu poli înecați (v. fig. 5.28) se obține expresia tensiunii electromotoare:

$$U_e = U_n \cos \beta_0 + X_s I_s \sin (\beta_0 + \varphi).$$

Înlocuind pe U_e în expresia puterii active absorbită de mașină se obține o relație din care se poate calcula unghiul intern de funcționare al mașinii

$$P = m \frac{U_n U_e}{X_s} \sin \beta_0 = \frac{m U_n^2}{X_s} \left[\cos \beta_0 + \frac{X_s I_s}{U_n} \sin (\beta_0 + \varphi) \right] \sin \beta_0 \quad (1)$$

unde:

$$P = \frac{P_s}{\eta} = \frac{8}{0,9} = 8,88 \text{ MW,}$$

$$U_n = 6 \text{ kV; } \varphi = 135^\circ$$

$$I_s = \frac{P}{3 U_n |\cos \varphi|} = \frac{8,88}{3 \cdot 6 \cdot 0,707} = 0,698 \text{ kA.}$$

Din relația (1) se obține ecuația:

$$- 8,88 = 3 \frac{6^2}{3} \left[\cos \beta_0 + \frac{3 \cdot 0,698}{6} \sin (\beta_0 + 45^\circ) \right] \sin \beta_0,$$

cu soluția:

$$\beta_0 = -11^\circ 10'.$$

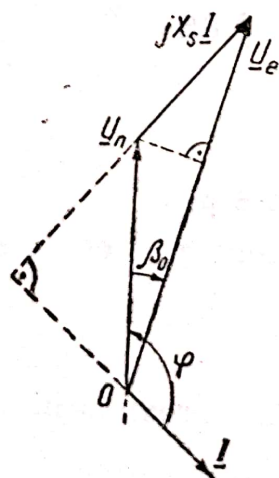


Figura 5.28.

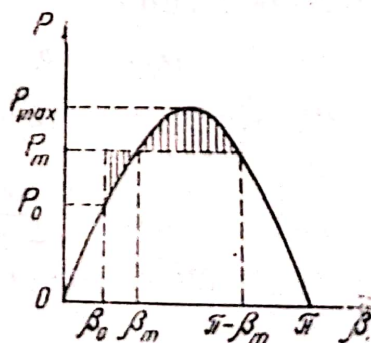


Figura 5.29.

În figura 5.29 este reprezentată grafic puterea activă a mașinii în funcție de unghiul intern

$$P = m \frac{U_n U_e}{X_s} \sin \beta = P_{max} \sin \beta.$$

Condiția ca mașina să nu iasă din sincronism în cazul unei încărcări brusce este ca cele două arii hașurate să fie egale.

Deci :

$$P_m(\beta_m - \beta_0) - \int_{\beta_0}^{\beta_m} P(\beta) d\beta = \int_{\beta_m}^{\pi - \beta_m} P(\beta) d\beta - P_m(\pi - 2\beta_m)$$

sau

$$P_m(\beta_m - \beta_0) + P_m(\pi - 2\beta_m) = \int_{\beta_0}^{\beta_m} P_{max} \sin \beta d\beta + \int_{\beta_m}^{\pi - \beta_m} P_{max} \sin \beta d\beta.$$

Cu $P_m = P_{max} \sin \beta$ rezultă :

$$P_{max}(\pi - \beta_0 - \beta_m) \sin \beta_m = P_{max} \int_{\beta_0}^{\pi - \beta_m} \sin \beta d\beta.$$

Deci :

$$\sin \beta_m = \frac{\cos \beta_m + \cos \beta_0}{\pi - \beta_m - \beta_0}$$

ecuație care pentru $\beta_0 = -11^\circ 10'$ are soluția :

$$\beta_m = -51^\circ 30'.$$

Prin urmare puterea P_m este :

$$\begin{aligned} P_m &= m \frac{U_n}{X_s} [U_n \cos \beta_0 + X_s I_s \sin (\beta_0 + \varphi)] \sin \beta_m = \\ &= 3 \frac{6}{3} [6 \cos (11^\circ 10') + 3 \cdot 0,698 \sin (-11^\circ 10' + 135)] \sin (-51^\circ 30') = \\ &= -35,69 \text{ MW}. \end{aligned}$$

Puterea maximă cu care poate fi încărcat brusc motorul este :

$$\Delta P = P_m - P_s = 35,69 - 8,8 = 26,89 \text{ MW}.$$

5.23. Un generator sincron cu poli înecați funcționează în sarcină debi-
tând puterea $P = 180 \text{ kW}$, la tensiunea nominală de linie $U_n = 6 \text{ kV}$
și un factor de putere $\cos \varphi = 0,707$. Generatorul are puterea nominală
 $S_n = 300 \text{ kVA}$ și reactanța sincronă $x_s = 1,2 \text{ u.r.}$

Se cere să se determine puterea electromagnetică maximă pe care o
dezvoltă mașina la trecerea bruscă din regimul de generator în regimul
de motor.

Soluție. Curentul nominal pe fază al generatorului sincron este :

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_n} = \frac{300}{\sqrt{3} \cdot 6} = 28,9 \text{ A}.$$

Tensiunea nominală pe fază :

$$U_{nf} = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{6\,000}{\sqrt{3}} = 3\,470 \text{ V.}$$

Impedanța nominală a mașinii are valoarea :

$$Z_n = \frac{U_{nf}}{I_n} = \frac{3\,470}{28,9} = 120 \, \Omega.$$

Reactanța sincronă a mașinii este :

$$X_s = x_s \cdot Z_n = 1,2 \cdot 120 = 144 \, \Omega.$$

Curentul debitat de generator în regimul de funcționare considerat are valoarea :

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} U_n \cos \varphi} = \frac{180}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 0,707} = 24,5 \text{ A.}$$

Din diagrama de fazori a mașinii sincrone cu poli înecați (fig. 5.30) se obține :

$$U_e^2 = (U_{nf} \cos \varphi)^2 + (U_{nf} \sin \varphi + X_s I)^2 = U_{nf}^2 + 2 U_{nf} X_s I \sin \varphi + (X_s I)^2.$$

Deci tensiunea electromotoare indusă de fluxul inductor în regimul de funcționare considerat, are valoarea :

$$U_e = \sqrt{3\,470^2 + 2 \cdot 3\,470 \cdot 144 \cdot 24,5 \cdot 0,707 + (144 \cdot 24,5)^2} = 6\,460 \text{ V.}$$

Unghiul intern la care funcționează mașina este :

$$\beta_0 = \arccos \frac{U_{nf} \cos \varphi}{U_e} - \varphi = \arccos \frac{3\,470 \cdot 0,707}{6\,460} - \arccos 0,707 = 23^\circ.$$

Puterea electromagnetică în regim de excitație neschimbat are expresia :

$$P_e = \frac{m U_{nf} U_e}{X_s} \sin \beta = \frac{3 \cdot 3\,470 \cdot 6\,460}{144} \sin \beta = 467 \cdot 10^3 \sin \beta \text{ [W]} = \\ = 467 \sin \beta \text{ [kW]}.$$

În figura 5.31 s-a reprezentat grafic caracteristica unghiulară a mașinii sincrone în regimul de funcționare de motor ($\beta < 0$) și în regimul de generator ($\beta > 0$).

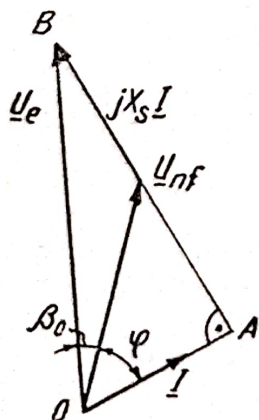


Figura 5.30.

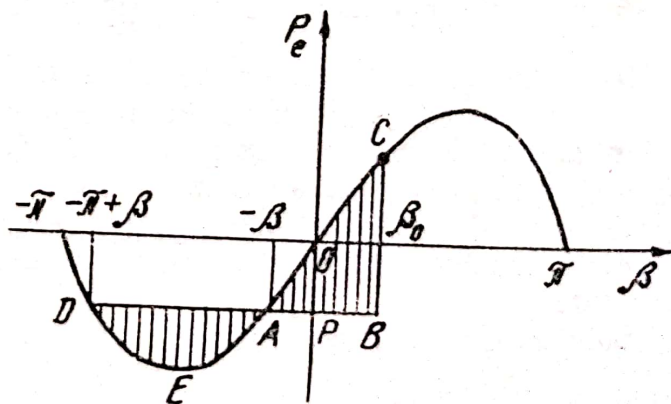


Figura 5.31.

Presupunând că mașina funcționează la puterea electromagnetică P_e , corespunzătoare unghiului intern $\beta_0 = 23^\circ$, în regim de generator, la trecerea bruscă în regim de motor, mașina va continua să funcționeze stabil cu unghiul intern $(-\beta)$, dacă ariile $OABC$ și AED sînt egale.

Prin urmare trebuie ca :

$$\int_0^{\beta_0} P(\beta) d\beta + P(\beta + \beta_0) - \int_0^{\beta} P(\beta) d\beta = \int_{\beta}^{\pi-\beta} P(\beta) d\beta - P(\pi - 2\beta)$$

în care

$$P(\beta) = 467 \sin \beta \text{ kW.}$$

Efectuînd integrala, rezultă :

$$-\cos \beta_0 + \beta_0 \sin \beta + (\pi - \beta) \sin \beta = \cos \beta,$$

în care

$$\beta_0 = 23^\circ.$$

Rezultă ecuația :

$$-0,92 + (3,542 - \beta) \sin \beta = \cos \beta.$$

Rezolvînd prin încercări se obține $\beta = 36^\circ 30'$; puterea maximă pe care o poate debita mașina trecută brusc în regimul de motor are valoarea :

$$P = 467 \sin 36^\circ 30' = 278 \text{ kW.}$$

5.24. Un motor sincron trifazat cu puterea nominală $P_n = 1\,000 \text{ kW}$, tensiunea la borne $U_n = 6 \text{ kV}$ și factorul de putere nominal $|\cos \varphi_n| = 0,8$ are reactanța sincronă $x_s = 1,4 \text{ u.r.}$ Motorul este cuplat la rețea în gol; curentul de excitație este menținut constant.

Se cere să se determine :

- puterea activă maximă pe care o poate primi motorul de la rețea și puterea reactivă primită de la rețea în acest caz la încărcarea lentă ;
- puterea activă maximă pe care o poate primi motorul de la rețea la încărcarea bruscă.

Se neglijează pierderile în mașină.

Soluție. a. La încărcarea lentă a mașinii, puterea activă maximă pe care o poate primi corespunde limitei stabilității statice care are loc la unghiul intern $\beta = -90^\circ$ și rezultă din relația :

$$P = \frac{-m U_{nf} U_e}{X_s}; \quad (1)$$

deoarece curentul de excitație este menținut neschimbat după cuplarea în gol a motorului la rețea, rezultă :

$$U_e = U_n. \quad (2)$$

Reactanța sincronă X_s a motorului este :

$$X_s = x_s \frac{U_{nf}}{I_n}, \quad (3)$$

iar curentul I_n este :

$$I_n = \frac{P_n}{\sqrt{3} U_n |\cos \varphi_n|} \quad (4)$$

Cu valorile date în problemă rezultă :

— curentul pe fază

$$I_n = \frac{1\,000 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 0,8} = 120 \text{ A},$$

— reactanța sincronă :

$$X_s = 1,4 \cdot \frac{6 \cdot 10^3}{120 \sqrt{3}} = 40,5 \, \Omega.$$

— tensiunea electromotoare de linie :

$$U_e = 6 \text{ kV},$$

iar puterea activă maximă (cu tensiunile de linie U_n și U_e) este

$$P_{max} = \frac{-6 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^3}{40,5} = -890 \cdot 10^3 \text{ W} = -890 \text{ kW}.$$

Diagrama de fazori a mașinii în acest regim este reprezentată în figura 5.32.

Deoarece $U_n = U_e$, rezultă că $\varphi = -135^\circ$; prin urmare puterea reactivă primită de mașină de la rețea este :

$$\begin{aligned} Q &= m U_{nf} \cdot I \sin \varphi = \\ &= \sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 120 \cdot 0,707 = 890 \cdot 10^3 \text{ VAR} = 890 \text{ kVAR}. \end{aligned}$$

Defazajul dintre tensiune și curent fiind $\varphi = \frac{-3\pi}{4}$, puterea reactivă este egală cu puterea activă.

b. La încărcarea bruscă a mașinii, ariile hașurate în figura 5.33 trebuie să fie egale, condiție determinată de limita stabilității dinamice.

Prin urmare :

$$\int_0^{\beta_1} (P_d - P_{max} \sin \beta) d\beta = \int_{\beta_1}^{\pi - \beta_1} (P_{max} \sin \beta - P_d) d\beta$$

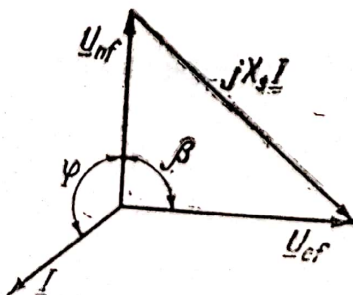


Figura 5.32.

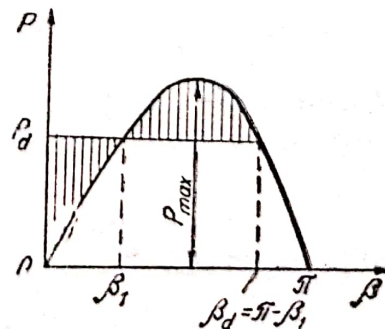


Figura 5.33.

iar

$$P_d = P_{max} \sin \beta_1.$$

Din relațiile de mai sus rezultă ecuația :

$$(\pi - \beta_1) \sin \beta_1 = 1 + \cos \beta_1$$

Soluția ecuației este :

$$\beta_1 \approx -42^\circ.$$

Prin urmare puterea activă maximă debitată în regim dinamic este :

$$P_d = 890 \cdot 10^3 \sin(-42^\circ) = -582 \cdot 10^3 \text{ W} = -582 \text{ kW}.$$

5.25. Un alternator sincron trifazat cu polii ieșiți, are înfășurarea indușului conectată în stea ; alternatorul funcționează în sarcină și alimentează un receptor simetric la tensiunea de linie $U_n = 380 \text{ V}$, factorul de putere fiind $\cos \varphi = 0,8$, iar curentul $I = 100 \text{ A}$. Parametrii pe fază ai indușului sînt :

$$R = 0,1 \, \Omega ; X_d = 2,2 \, \Omega ; X_q = 1,5 \, \Omega$$

Se cere :

1. Să se construiască diagrama de fazori pentru regimul dat.
2. Să se calculeze tensiunea la bornele alternatorului după deconectarea sarcinii, presupunînd că mașina are caracteristica de funcționare în gol liniară.
3. Să se reprezinte grafic căderea de tensiune din mașină considerînd că reactanța sincronă transversală este variabilă între limitele $1 \leq X_q \leq 2,2 \, \Omega$.

Soluție. 1. Pentru construirea diagramei de fazori se calculează : tensiunea pe fază a alternatorului :

$$U_f = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ V},$$

unghiul de defazaj dintre tensiunea și curentul pe fază :

$$\varphi = \arccos 0,8 = 36^\circ 55',$$

căderea de tensiune pe rezistența indușului :

$$RI = 0,1 \cdot 100 = 10 \text{ V}.$$

La construirea diagramei de fazori s-a ales ca origine de fază tensiunea $\underline{U}_f$. Defazat cu unghiul φ în urma tensiunii se construiește, la scara curenților, curentul $\underline{I}$ și paralel cu acesta din vârful fazorului $\underline{U}$ se reprezintă căderea de tensiune RI (la scara tensiunilor).

Pentru construcția fazorilor $jX_d \underline{I}_d$ și $jX_q \underline{I}_q$ este necesar să se cunoască unghiul de defazaj ψ dintre tensiunea electromotoare indusă de fluxul inductor și curentul prin indus, deci direcția tensiunii electromotoare $\underline{U}_e$.

Din vârful fazorului RI se construiește fazorul $jX_q \underline{I}$; unind vârful său cu originea rezultă direcția tensiunii electromotoare indusă de fluxul inductor.

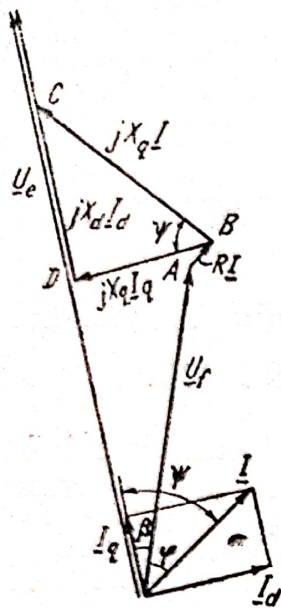


Figura 5.34.

Într-adevăr, dacă pe diagrama de fazori a mașinii sincrone cu poli aparenti (fig. 5.34) se ridică perpendiculara din B pe direcția curentului pînă la intersecția cu direcția tensiunii electromotoare indusă de fluxul inductor, rezultă :

$$\widehat{DBC} = \hat{\psi}$$

ca unghiuri cu laturile respectiv perpendiculare, iar

$$\overline{BC} = \frac{\overline{BD}}{\cos \psi} = \frac{X_q I_q}{\cos \psi} = X_q I.$$

După determinarea direcției tensiunii electromotoare $\underline{U}_e$, se descompune grafic curentul în cele două componente (fig. 5.34).

$$I_d = 85 \text{ A}$$

$$I_q = 56 \text{ A}$$

și se construiesc fazorii corespunzători căderilor de tensiune :

$$|jX_q I_q| = 1,5 \cdot 56 = 84 \text{ V}$$

și

$$|jX_d I_d| = 2,2 \cdot 85 = 187 \text{ V}.$$

Fazorul sumă

$$\underline{U}_e = (\underline{U}_f + R\underline{I} + jX_q \underline{I}_q + jX_d \underline{I}_d)$$

reprezintă tensiunea electromotoare indusă de fluxul inductor.

Din diagramă rezultă

$$U_e = 396 \text{ V}$$

și

$$\beta \approx 20^\circ$$

(v. fig. 5.34).

2) În cazul în care mașina are caracteristica magnetică liniară, la deconectarea sarcinii, curentul de excitație rămînînd nemodificat, căderile de tensiune în mașină și reacția indusului fiind nule, tensiunea la borne U este egală cu tensiunea electromotoare indusă de fluxul inductor la funcționare în sarcină.

Pentru calculul analitic al valorii tensiunii electromotoare, obținem din diagrama de fazori din figura 5.34 următorul sistem de ecuații :

$$\begin{cases} U_e = U \cos \beta + RI \sin (90^\circ - \beta - \varphi) + X_d I_d \\ U \sin \beta + RI \cos (90^\circ - \beta - \varphi) = X_q I_q \end{cases}$$

sau

$$U_e = U \cos \beta + RI \cos (\beta + \varphi) + X_d I \sin (\beta + \varphi) \quad (1)$$

$$U \sin \beta + RI \sin (\beta + \varphi) = X_q I \cos (\beta + \varphi) \quad (2)$$

cu necunoscutele U_e și β .

Rezolvînd ecuația (2) rezultă:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{X_q I \cos \varphi - RI \sin \varphi}{U + RI \cos \varphi + X_q I \sin \varphi} \quad (3)$$

Numeric, pentru regimul de funcționare considerat:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{1,5 \cdot 100 \cdot 0,8 - 0,1 \cdot 100 \cdot 0,6}{220 + 0,1 \cdot 100 \cdot 0,8 + 1,5 \cdot 100 \cdot 0,6} = 0,358.$$

respectiv

$$\beta = 19^\circ 42'$$

Din ecuația (1) se obține

$$U_e = 220 \cos 19^\circ 42' + 0,1 \cdot 100 \cos (19^\circ 42' + 36^\circ 55') + 2,2 \cdot 100 \sin (19^\circ 42' + 36^\circ 55') = 396 \text{ V.}$$

Deci tensiunea la bornele alternatorului după deconectarea sarcinii are valoarea

$$U_0 = U_e = 396 \text{ V.}$$

3) Căderea de tensiune din mașină se definește astfel:

$$\Delta U\% = \frac{U_e - U_0}{U_e} \cdot 100. \quad (4)$$

Tensiunea la borne U_n , curentul I și factorul de putere $\cos \varphi$ fiind mărimi impuse de receptorul alimentat, prin schimbarea valorii reactanței sincrone transversale X_q a mașinii, pentru menținerea parametrilor ceruți de circuitul exterior neschimbați, se modifică unghiul intern la care funcționează alternatorul și valoarea tensiunii electromotoare U_e indusă de fluxul inductor în întrefier.

În figura 5.35 este reprezentată grafic căderea de tensiune în mașină în funcție de valoarea reactanței sincrone transversale.

5.26. Un hidrogenerator sincron trifazat, avînd puterea nominală $S_n = 20 \text{ MVA}$ este cuplat în gol la o rețea cu tensiunea de fază $U_{nf} = 6 \text{ kV}$. Reactanța sincronă longitudinală a mașinii are valoarea $x_d = 1,2 \text{ u.r.}$, iar reactanța sincronă transversală x_q este variabilă între limitele 0,5 și 1,2 u.r.

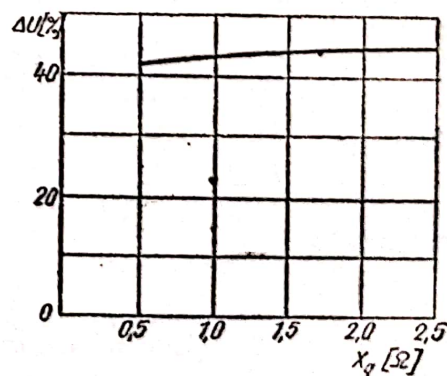


Figura 5.35.

Se cere să se determine puterea activă maximă și puterea reactivă corespunzătoare pe care le debitează mașina în funcție de reactanța transversală X_q .

Se neglijează rezistența înfășurării indusului, iar curentul de excitație rămîne neschimbat după cuplarea mașinii la rețea.

Soluție. Curentul nominal pe fază al mașinii are valoarea :

$$I_{nf} = \frac{S_n}{3U_{nf}} = \frac{2 \cdot 10^3}{3 \cdot 6} = 1110 \text{ A.}$$

Valorile reactanțelor sincrone sînt :

$$X_d = x_d \frac{U_{nf}}{I_{nf}} = 1,2 \frac{6000}{1110} = 6,49 \Omega,$$

$$X_q = x_q \frac{U_{nf}}{I_{nf}} = (0,5 \dots 1,2) \frac{6000}{1110} = (2,7 \dots 6,49) \Omega.$$

Mașina fiind cuplată în gol la rețea rezultă că tensiunea electromotoare este egală cu tensiunea la borne: $U_e = U_{nf}$.

Puterea activă pe care o debitează mașina rezultă din relația :

$$P_e = 3 \frac{U_e U_{nf}}{X_d} \sin \beta + 3 \frac{U_{nf}^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\beta, \quad (1)$$

iar puterea reactivă din relația :

$$Q = 3 \frac{U_e U_{nf}}{X_d} \cos \beta - 3 \frac{U_{nf}^2}{X_q} + 3 U_{nf}^2 \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cos^2 \beta, \quad (2)$$

în care β este unghiul intern a mașinii.

Pentru o anumită valoare a lui X_q , puterea activă trece printr-un maxim pentru valoarea unghiului intern β_{max} care rezultă din relația :

$$\frac{dP_e}{d\beta} = 0.$$

Avînd în vedere relația determinată anterior între tensiunea electromotoare indusă de fluxul inductor și tensiunea la borne a mașinii, ecuația care determină valoarea unghiului β_{max} este :

$$\frac{dP_e}{d\beta} = 3 \frac{U_{nf}^2}{X_d} \cos \beta_{max} + 3 \frac{U_{nf}^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) 2 \cos 2\beta_{max} = 0,$$

sau

$$2 \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cos^2 \beta_{max} + \frac{1}{X_d} \cos \beta_{max} - \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) = 0,$$

cu soluția :

$$\beta_{max} = \arccos \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{X_d} \right)^2 + 8 \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right)^2} - \frac{1}{X_d}}{4 \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right)} \quad (3)$$

în care s-a reținut doar valoarea pozitivă pentru $\cos \beta_{max}$ corespunzătoare funcționării mașinii sincrone ca generator.

În figura 5.36 sînt reprezentate curbele P_e , Q și β_{max} în funcție de X_q .

Analizînd rezultatele obținute se observă că pe măsură ce raportul $\frac{X_q}{X_d}$ tinde către unitate, domeniul de funcționare stabilă a mașinii se mărește ($\beta_{max} \rightarrow 90^\circ$) în schimb valoarea puterii electromagnetice maxime scade, deci la aceeași putere nominală scade capacitatea de supraîncărcare a mașinii.

Mașina funcționează în regim subexcitat absorbînd din rețea putere reactivă comparabilă cu puterea activă debitată.

5.27. O mașină sincronă cu $2p = 72$ poli are pasul polar $\tau = 48$ cm, coeficientul de acoperire ideală a pasului polar $\alpha_i = 0,74$, lungimea ideală $l_i = 194$ cm, iar lărgimea întrefierului echivalent $\delta'' = 3,5$ mm. Înfășurarea de excitație are $w_e = 14$ spire pe pol, iar rezistența $R_e = 0,33 \Omega$, bobinele polare fiind conectate în serie.

Se cere să se calculeze constanta de timp a înfășurării de excitație.

Se consideră $\mu_{Fe} = \infty$.

Soluție. Constanta de timp a circuitului de excitație are expresia:

$$T_e = \frac{L_e}{R_e},$$

în care R_e este rezistența, iar L_e inductivitatea totală a înfășurării de excitație.

Pentru înfășurarea de excitație cu $2p$ poli, bobinele polare fiind conectate în serie, inductivitatea totală este:

$$L_e = 2p \frac{\Phi_{tot}}{I_e}$$

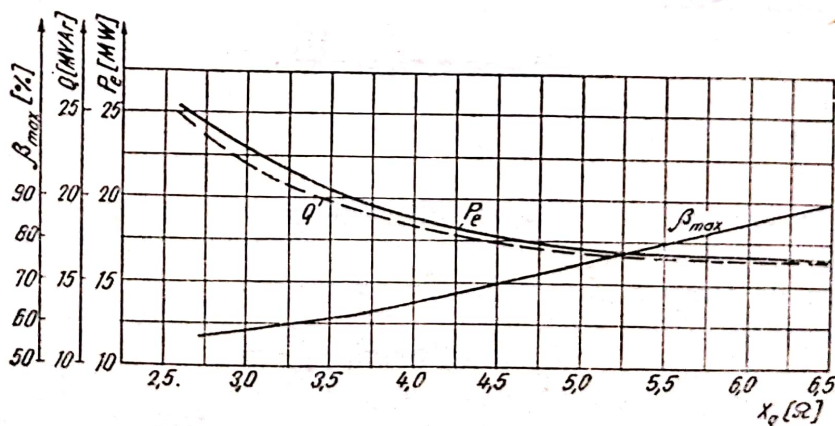


Figura 5.36.

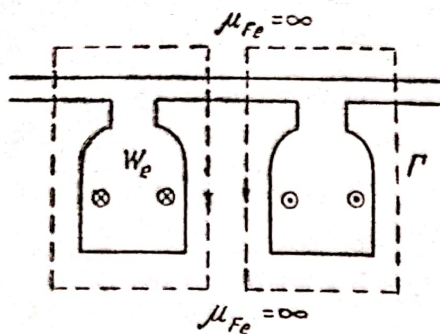


Figura 5.37.

unde fluxul total

$$\Phi_{tot} = w_e \Phi_f.$$

Fluxul fascicular are expresia :

$$\Phi_f = \alpha_i \tau l_i B_\delta,$$

în care inducția în întrefier este :

$$B_\delta = \mu_0 H_\delta.$$

Pentru determinarea intensității cîmpului magnetic în întrefier se aplică legea circuitului magnetic pe curba închisă (fig. 5.37) :

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} d\vec{r} = 2w_e I_e.$$

Conform cu ipoteza

$$\mu_{Fe} = \infty.$$

rezultă :

$$2H_\delta \delta'' = 2w_e I_e$$

deci

$$H_\delta = \frac{w_e I_e}{\delta''}$$

adică

$$B_\delta = \mu_0 \frac{w_e I_e}{\delta''},$$

iar

$$\Phi_f = \alpha_i \tau l_i \frac{w_e I_e}{\delta''} \mu_0.$$

Fluxul total este :

$$\Phi_{tot} = \alpha_i \tau l_i \mu_0 \frac{w_e^2 I_e}{\delta''}.$$

Rezultă

$$L_e = 2p \alpha_i \tau l_i \mu_0 \frac{w_e^2}{\delta''}$$

și constanta de timp a circuitului de excitație :

$$T_e = \mu_0 2p \alpha_i \tau l_i \frac{w_e^2}{\delta'' R_e} =$$

$$= 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 72 \cdot 0,74 \cdot 0,48 \cdot 1,94 \frac{14^2}{3,5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,33} = 9,6 \text{ s.}$$

5.28. O mașină sincronă are tensiunea nominală pe fază $U_{nf} = 8$ kV, iar curentul nominal $I_n = 3\,700$ A; reactanța sincronă longitudinală este $x_d = 1,2$ u.r. iar constantele de timp sînt $T_d'' = 0,0425$ s, $T_d' = 1,4$ s, $T_{d0}'' = 0,06$ s, $T_{d0}' = 4,25$ s.

Se cere să se calculeze: reactanța supratranzitorie, reactanța tranzitorie, precum și reactanța sincronă longitudinală la alunecarea $s = 0,005$, frecvența nominală fiind $f_1 = 50$ Hz.

Soluție. Reactanța sincronă longitudinală, măsurată în ohmi, are valoarea:

$$X_d = x_d \cdot Z_n = 1,2 \cdot \frac{U_{nf}}{I_n} = 1,2 \cdot \frac{8\,000}{3\,700} = 2,6 \, \Omega.$$

Reactanța supratranzitorie se calculează cu expresia:

$$X_d'' = X_d \frac{T_d'' \cdot T_d'}{T_{d0}'' \cdot T_{d0}'} = 2,6 \frac{0,0425 \cdot 1,4}{0,06 \cdot 4,25} = 0,606 \, \Omega.$$

Reactanța tranzitorie este:

$$X_d' = x_d \frac{T_d'}{T_{d0}'} = 2,6 \frac{1,4}{4,25} = 0,856 \, \Omega.$$

Pulsația curenților din rotor la alunecarea s este:

$$\omega_s = s\omega_1 = 0,005 \cdot 314 = 1,57.$$

Reactanța sincronă longitudinală are în acest caz expresia:

$$x_d(j\omega_s) = \frac{(1 + j\omega_s T_d'')(1 + j\omega_s T_d')}{(1 + j\omega_s T_{d0}'')(1 + j\omega_s T_{d0}')} x_d.$$

Înlocuind, rezultă

$$x_d(j\omega_s) = \frac{(1 + j 1,57 \cdot 0,0425)(1 + j 1,57 \cdot 1,4)}{(1 + j 1,57 \cdot 0,06)(1 + j 1,57 \cdot 4,25)} 1,2 = 0,428 e^{-j 17,5^\circ}$$

5.29. Un hidrogenerator sincron de putere nominală $S_n = 10$ MVA are valoarea reactanței sincrone longitudinale $x_d = 1,45$ u.r. iar valoarea reactanței sincrone transversale $x_q = 0,75$ u.r. Constantele de timp ale mașinii sînt $T_d'' = 0,038$ s; $T_d' = 1,8$ s; $T_{d0}'' = 0,06$ s; $T_{d0}' = 5,6$ s; $T_{q0}'' = 0,06$ s; și $T_q'' = 0,035$ s.

Se cere să se determine reactanțele mașinii în regimul staționar de funcționare la diferite frecvențe cuprinse între $f_1 = 0$ și $f_2 = 50$ Hz.

Soluție. În regimul permanent de funcționare, reactanțele mașinii sincrone sînt:

$$x_d(j\omega) = x_d \left[\frac{(j\omega T_d'' + 1)(j\omega T_d' + 1)}{(j\omega T_{d0}'' + 1)(j\omega T_{d0}' + 1)} \right]$$

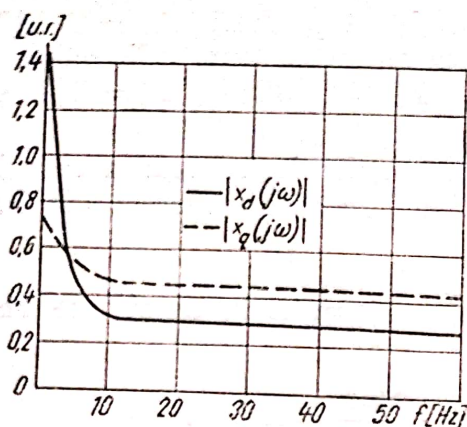


Figura 5.38.

și

$$x_q(j\omega) = x_q \left[\frac{j\omega T_q'' + 1}{j\omega T_{q0}'' + 1} \right]$$

unde x_d și x_q sînt reactanțele sincrone ale mașinii, exprimate în unități relative.

Pentru mașina dată reactanțele au expresia :

$$\begin{cases} x_d(j\omega) = 1,45 \frac{(j\omega \cdot 0,038 + 1)(j\omega \cdot 1,8 + 1)}{(j\omega \cdot 0,06 + 1)(j\omega \cdot 5,6 + 1)} [\text{u.r.}] \\ x_q(j\omega) = 0,75 \frac{j\omega \cdot 0,035 + 1}{j\omega \cdot 0,06 + 1} [\text{u.r.}] \end{cases}$$

În figura 5.38 s-au reprezentat grafic funcțiunile $|x_d(j\omega)|$ și $|x_q(j\omega)|$ în funcție de frecvența f .

Se observă că la frecvențe suficient de mari, reactanțele mașinii se apropie de valorile reactanțelor supratranzitorii.

5.30. Un motor asincron trifazat avînd tensiunea nominală $U_{nm} = 6 \text{ kV}$, curentul nominal $I_{nm} = 110 \text{ A}$ și curentul de pornire $I_p = 5I_n$ este alimentat de la un generator sincron trifazat avînd tensiunea nominală $U_{ng} = 6,3 \text{ kV}$, reactanța sincronă longitudinală raportată $x_d = 1,4 \text{ u.r.}$, reactanța sincronă tranzitorie raportată $x_d' = 0,35 \text{ u.r.}$, puterea nominală $S_n = 1800 \text{ kVA}$ și constanta de timp a înfășurării de excitație $T_{d0}' = 4,5 \text{ s}$.

Se cere să se reprezinte grafic curba de variație a tensiunii la bornele motorului în timpul pornirii știind că înainte de cuplarea motorului, generatorul sincron funcționa în gol cu tensiunea nominală la borne. Condiția de pornire a motorului este $U_p > 0,45 U_{nm}$. Curentul de pornire al motorului asincron se consideră constant; se neglijează regimul electromagnetic supratranzitoriu al generatorului.

Soluție. Reactanța motorului, în timpul pornirii, raportată la puterea și tensiunea nominală a generatorului este

$$x = \frac{\frac{U_{nm}}{I_p}}{\frac{U_{ng}}{I_{ng}}} = \frac{U_{nm} I_{ng}}{I_p U_{ng}} \cdot \frac{\sqrt{3} U_{ng}}{\sqrt{3} U_{ng}} = \frac{S}{\sqrt{3} I_p} \cdot \frac{U_{nm}}{U_{ng}^2} = \frac{1800}{\sqrt{3} \cdot 5 \cdot 110} \cdot \frac{6}{6,3^2} = 0,286 \text{ u.r.}$$

Valoarea inițială raportată a tensiunii generatorului la pornire :

$$u_{ip} = \frac{x}{x_d' + x} = \frac{0,286}{0,35 + 0,286} = 0,45.$$

Deci tensiunea inițială la bornele motorului este :

$$U_{ip} = 0,45 \cdot 6,3 = 2,84 \text{ kV,}$$

Valoarea tensiunii la bornele generatorului reprezintă $0,472 U_{nm} (> 0,45 U_{nm})$ deci este asigurată condiția de pornire a motorului.

Valoarea relativă în regim staționar a tensiunii generatorului în regimul de pornire este:

$$u_p = \frac{x}{x_d + x} = \frac{0,286}{1,4 + 0,286} = 0,1695$$

sau

$$U_p = 0,1695 \cdot 6,3 = 1,06 \text{ kV}$$

ceea ce reprezintă $0,177 U_{nm}$, valoare care nu asigură pornirea motorului. Pentru a se asigura pornirea lentă a motorului este necesară forțarea excitației generatorului sincron.

Constanta de timp a componentei periodice amortizate a tensiunii statorice în timpul procesului tranzitoriu este:

$$T'_d = T'_{d0} \frac{x'_d + x}{x_d + x} = 4,5 \cdot \frac{0,35 + 0,286}{1,4 + 0,286} = 1,695 \text{ s.}$$

Curentul de pornire fiind presupus constant (sau atît timp cît valoarea curentului de pornire este aproximativ constantă) ecuația tensiunii la bornele motorului este

$$u = u_p + (u_i - u_p)e^{-\frac{t}{T'_d}} = 0,1695 + 0,2805 e^{-\frac{t}{1,695}}.$$

Curba de variație a tensiunii este reprezentată în figura 5.39, în funcție de t/T'_d și în ipoteza că reactanța motorului are o valoare constantă.

5.31. Un generator sincron trifazat tetrapolar funcționează în gol cu tensiunea de linie la borne $U_n = 380 \text{ V}$. Generatorul are reactanța sincronă $X_s = 15 \Omega$. Știind că pulsația pendulațiilor proprii ale rotorului mașinii este $\Omega_0 = 500 \text{ rad/s}$ se cere să se determine momentul de inerție al rotorului.

Soluție. Tensiunea pe fază a mașinii este

$$U_{nf} = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ V.}$$

Mașina funcționînd în gol, tensiunea electromotoare este egală cu tensiunea la borne.

Momentul de inerție al motorului are expresia:

$$J = \frac{p k_s}{\Omega_0^2}.$$

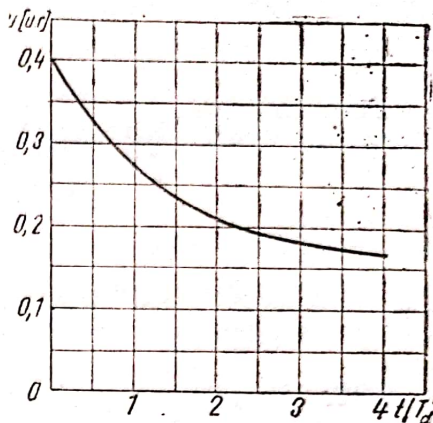


Figura 5.39.

în care cuplul sincronizant specific are expresia :

$$k_s = \frac{m U_{1f}^2}{X_s}$$

Prin urmare :

$$J = \frac{p m U_{1f}^2}{X_s \Omega_0^2} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 220^2}{15 \cdot (500)^2} = 0,077 \text{ N m s}^2.$$

5.4. REGIMURI NESIMETRICE

5.32. Un generator sincron cu poli înecați are următoarele caracteristici: tensiunea electromotoare $U_e = 6500 \text{ V}$, rezistența înfășurării indusului $R_s = 0,03 \Omega$, reactanța de dispersie $X_\sigma = 0,2 \Omega$, reactanța sincronă $X_s = 3,5 \Omega$; înfășurarea indusului este conectată în stea și este realizată în două straturi cu pas diametral.

Se cere să se determine valorile curenților și tensiunilor pe fază în regimul staționar în cazul unui scurtcircuit monofazat în ipoteza că :

1) mașina nu are sistem de amortizare și se neglijează efectul curențului de excitație asupra amortizării mașinii.

2) mașina are sistem de amortizare, a cărui rezistență raportată la parametrii înfășurării din stator este $R'_a = 0,02 \Omega$.

Se neglijează rezistența înfășurării de excitație a mașinii.

Soluție. Deoarece regimul monofazat este un regim nesimetric, determinarea mărimilor de funcționare se poate face prin metoda componentelor simetrice.

Cîmpul magnetic produs de sistemul direct de curenți se rotește cu viteza sincronă în sensul cîmpului principal al mașinii, avînd viteză nulă față de rotor.

Rezistența directă este egală cu rezistența indusului $R_d = R_s$, iar reactanța directă este egală cu reactanța sincronă $X_d = X_s$.

Cîmpul magnetic produs de sistemul invers de curenți se rotește cu viteza sincronă în sens invers cîmpului principal al mașinii și are față de rotor o viteză egală cu dublul vitezei sincrone.

În cazul în care mașina are înfășurare de amortizare, reactanța inversă este egală cu reactanța de dispersie $X_i = X_\sigma$; în cazul în care mașina nu este prevăzută cu o înfășurare de amortizare, iar înfășurarea de excitație este deschisă, reactanța inversă este egală cu reactanța sincronă $X_i = X_s$. Rezistența echivalentă a circuitului parcurs de sistemul invers de curenți (ca la mașina asincronă) în ipoteza că se neglijează rezistența înfășurării de excitație este :

$$R_i = R_s + \frac{R'_a}{2 - s} = R_s + \frac{R'_a}{2}$$

(unde s reprezintă alunecarea).

Fluxurile magnetice corespunzătoare sistemului de curenți homopolari, nu induc tensiuni electromotoare în rotor.

Reactanța homopolară depinde de tipul de înfășurare a indusului: la înfășurările în care în creștături se găsesc conductori ai aceleiași faze, iar capetele de bobină au o lungime mică $X_h \approx X_\sigma$; dacă înfășurarea este în două straturi cu pas scurtat se poate considera $X_h = 0$.

Rezistența homopolară este egală cu rezistența înfășurării statorului

$$R_h = R_s.$$

Pentru determinarea curenților și tensiunilor pe faze în cazul unui regim nesimetric de funcționare, se scriu ecuațiile componentelor simetrice ale curenților și tensiunilor precum și ecuațiile tensiunilor pe fază ale mașinii; sistemul se rezolvă pentru fiecare caz particular în parte.

Ecuațiile curenților:

$$\begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{I}_d + \underline{I}_i + \underline{I}_h \\ \underline{I}_2 = a^2 \underline{I}_d + a \underline{I}_i + \underline{I}_h \\ \underline{I}_3 = a \underline{I}_d + a^2 \underline{I}_i + \underline{I}_h \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (3) \end{matrix}$$

ecuațiile tensiunilor

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{U}_d + \underline{U}_i + \underline{U}_h \\ \underline{U}_2 = a^2 \underline{U}_d + a \underline{U}_i + \underline{U}_h \\ \underline{U}_3 = a \underline{U}_d + a^2 \underline{U}_i + \underline{U}_h \end{cases} \quad \begin{matrix} (4) \\ (5) \\ (6) \end{matrix}$$

ecuațiile tensiunilor electromotoare:

$$\begin{cases} \underline{E}_d = \underline{U}_e = \underline{Z}_d \underline{I}_d + \underline{U}_d \\ \underline{E}_i = \underline{Z}_i \underline{I}_i + \underline{U}_i = 0 \\ \underline{E}_h = \underline{Z}_h \underline{I}_h + \underline{U}_h = 0. \end{cases} \quad \begin{matrix} (7) \\ (8) \\ (9) \end{matrix}$$

1. La scurtcircuitul monofazat (fig. 5.40) al mașinii fără înfășurare de amortizare valorile rezistențelor și reactanțelor sînt:

$$\begin{cases} R_d = R_s = 0,03 \, \Omega \\ X_d = X_s = 3,5 \, \Omega \\ \underline{Z}_d = 0,03 + j 3,5 \end{cases} \quad \begin{cases} R_i = R_s = 0,03 \, \Omega \\ X_i = X_s = 3,5 \, \Omega \\ \underline{Z}_i = 0,03 + j 3,5, \end{cases} \quad \begin{cases} R_h = R_s = 0,03 \, \Omega \\ X_h = X_\sigma = 0,2 \, \Omega \\ \underline{Z}_h = 0,03 + j 0,2. \end{cases}$$

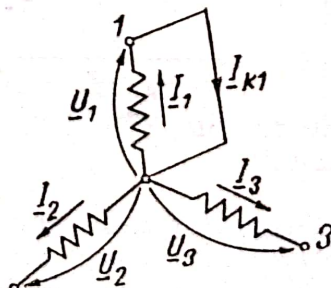


Figura 5.40.

În condițiile scurtcircuitului monofazat:

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_3 = 0 \quad \underline{U}_1 = 0$$

sistemul de ecuații devine:

$$\begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{I}_d + \underline{I}_i + \underline{I}_h & (1') \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = a^2 \underline{I}_d + a \underline{I}_i + \underline{I}_h & (2') \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = a \underline{I}_d + a^2 \underline{I}_i + \underline{I}_h & (3') \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = \underline{U}_d + \underline{U}_i + \underline{U}_h & (4') \end{cases}$$

$$\begin{cases} \underline{U}_2 = a^2 \underline{U}_d + a \underline{U}_i + \underline{U}_h & (5') \end{cases}$$

$$\begin{cases} \underline{U}_3 = a \underline{U}_d + a^2 \underline{U}_i + \underline{U}_h & (6') \end{cases}$$

$$\begin{cases} \underline{U}_e = \underline{Z}_d \underline{I}_d + \underline{U}_d & (7') \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = \underline{Z}_i \underline{I}_i + \underline{U}_i & (8') \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = \underline{Z}_h \underline{I}_h + \underline{U}_h & (9') \end{cases}$$

Adunînd ecuațiile (1'), (2'), (3') rezultă $\underline{I}_1 = 3\underline{I}_h$; din ecuațiile (2') și (3') se obține $\underline{I}_i = \underline{I}_d$. Cu aceste rezultate, din relația (1') se obține

$$\underline{I}_d = \underline{I}_i = \underline{I}_h = \frac{\underline{I}_1}{3}. \quad (10)$$

Adunînd relațiile (7'), (8'), (9') și avînd în vedere relația (4') se obține:

$$\underline{U}_e = \underline{Z}_d \underline{I}_d + \underline{Z}_i \underline{I}_i + \underline{Z}_h \underline{I}_h = (\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_h) \underline{I}_d$$

și deci:

$$\underline{I}_d = \underline{I}_i = \underline{I}_h = \frac{\underline{U}_e}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_h}. \quad (11)$$

Din relația (10) rezultă expresia curentului

$$\underline{I}_1 = \frac{3\underline{U}_e}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_h}. \quad (12)$$

Folosind relația (11) și relațiile (7'), (8'), (9') rezultă expresiile tensiunilor directă, inversă și homopolară

$$\begin{cases} \underline{U}_d = \frac{(\underline{Z}_i + \underline{Z}_h) \underline{U}_e}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_h} \\ \underline{U}_i = -\frac{\underline{Z}_i \underline{U}_e}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_h} \\ \underline{U}_h = -\frac{\underline{Z}_h \underline{U}_e}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_h} \end{cases} \quad (13)$$

Înlocuind relațiile (13) în relațiile (5') și (6') se obțin expresiile tensiunilor pe fazele 2 și 3 ale mașinii

$$\underline{U}_2 = [(\underline{a}^2 - 1)\underline{Z}_h + (\underline{a}^2 - \underline{a})\underline{Z}_i] \frac{\underline{U}_e}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_h} \quad (14)$$

$$\underline{U}_3 = [(\underline{a} - 1)\underline{Z}_h + (\underline{a} - \underline{a}^2)\underline{Z}_i] \frac{\underline{U}_e}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_h}. \quad (15)$$

Folosind relațiile (12), (14), (15) cu valorile numerice ale problemei se obțin:

— valoarea curentului de scurtcircuit monofazat

$$\underline{I}_{k1} = \underline{I}_1 = \frac{3\underline{U}_e}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_h} = \frac{3 \cdot 6\,500}{2(0,03 + j\,3,5) + 0,03 + j\,0,2} = \frac{19\,500}{0,09 + j\,7,2},$$

cu valoarea efectivă

$$I_{k1} \approx 2\,710 \text{ A.}$$

— tensiunile pe faza a doua și pe faza a treia sînt:

$$\begin{aligned} \underline{U}_2 &= [(a^2 - 1)\underline{Z}_h + (a^2 - a)\underline{Z}_i] \frac{\underline{U}_e}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i + \underline{Z}_h} = \\ &= \left[\left(-\frac{3}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) (0,03 + j\,0,2) + (-j\sqrt{3})(0,03 + j\,3,5) \right] \frac{6\,500}{0,09 + j\,7,2} \end{aligned}$$

cu valoarea efectivă $U_2 \approx 5\,610 \text{ V}$

În mod asemănător se calculează $U_3 \approx 5\,672,5 \text{ V}$

2) La mașina echipată cu înfășurare de amortizare, valorile rezistențelor, reactanțelor și impedanțelor sînt:

$$\begin{cases} R_d = R_s = 0,03 \, \Omega \\ X_d = X_s = 3,5 \, \Omega \\ \underline{Z}_d = 0,03 + j\,3,5 \end{cases} \quad \begin{cases} R_i = R_s + \frac{R'_a}{2} = 0,03 + \frac{0,02}{2} = 0,04 \, \Omega \\ X_i = X_\sigma = 0,2 \, \Omega \\ \underline{Z}_i = 0,04 + j\,0,2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_h = R_s = 0,03 \, \Omega \\ X_h = X_\sigma = 0,2 \, \Omega \\ \underline{Z}_h = 0,03 + j\,0,2 \end{cases}$$

Cu aceste valori folosind relațiile (12), (14), (15) se obțin:

— curentul de scurtcircuit monofazat:

$$\underline{I}_{k1} = \underline{I}_1 = \frac{3 \cdot 6\,500}{0,03 + j\,3,5 + 0,04 + j\,0,2 + 0,03 + j\,0,2} = \frac{19\,500}{0,1 + j\,3,9}$$

cu valoarea efectivă

$$I_{k1} = 5\,000 \text{ A}$$

— tensiunile pe fazele 2 și 3:

$$\underline{U}_2 = \left[\left(-\frac{3}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) (0,03 + j\,0,2) + (-j\sqrt{3})(0,04 + j\,0,2) \right] \frac{6\,500}{0,1 + j\,3,9}$$

cu valoarea efectivă $U_2 \approx 1\,365 \text{ V}$

În mod asemănător se calculează $U_3 \approx 1\,000,4 \text{ V}$.

Se observă că valoarea curentului la scurtcircuitul monofazat la o mașină cu înfășurări de amortizare este mai mare decît în cazul unei mașini fără înfășurări de amortizare.

5.33. Un turboalternator are următoarele date nominale: tensiunea electromotoare $U_e = 6\,300\text{ V}$, rezistența înfășurării indusului $R_s = 0,02\ \Omega$, reactanța de dispersie $X_\sigma = 0,15\ \Omega$, reactanța sincronă $X_s = 3,8\ \Omega$.

Se cere să se determine valorile în regim staționar ale curenților și tensiunilor pe fază ale mașinii în cazul unui scurtcircuit bifazat în ipoteza că:

1) mașina nu are sistem de amortizare și se neglijează efectul curentului de excitație asupra amortizării mașinii.

2) mașina are un sistem de amortizare puternic caracterizat de o rezistență raportată la parametrii înfășurării indusului egală cu $R'_a = 0,03\ \Omega$.

Se neglijează rezistența înfășurării de excitație, iar înfășurarea indusului este conectată în stea.

Soluție. Deoarece mașina funcționează în regim nesimetric se aplică metoda componentelor simetrice. Ecuațiile curenților și tensiunilor vor fi:

$$\begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{I}_d + \underline{I}_i + \underline{I}_h & (1) \\ \underline{I}_2 = a^2 \underline{I}_d + a \underline{I}_i + \underline{I}_h & (2) \\ \underline{I}_3 = a \underline{I}_d + a^2 \underline{I}_i + \underline{I}_h & (3) \end{cases} \quad \begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{U}_d + \underline{U}_i + \underline{U}_h & (4) \\ \underline{U}_2 = a^2 \underline{U}_d + a \underline{U}_i + \underline{U}_h & (5) \\ \underline{U}_3 = a \underline{U}_d + a^2 \underline{U}_i + \underline{U}_h & (6) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \underline{E}_d = \underline{U}_e = \underline{Z}_d \underline{I}_d + \underline{U}_d & (7) \\ \underline{E}_i = 0 = \underline{Z}_i \underline{I}_i + \underline{U}_i & (8) \\ \underline{E}_h = 0 = \underline{Z}_h \underline{I}_h + \underline{U}_h & (9) \end{cases}$$

În condițiile unui scurtcircuit bifazat (v. fig. 5.41):

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_3; \quad \underline{I}_1 = 0; \quad \underline{I}_2 - \underline{I}_3 = 0$$

sistemul de ecuații devine:

$$\begin{cases} 0 = \underline{I}_d + \underline{I}_i + \underline{I}_h & (1') \\ \underline{I}_2 = a^2 \underline{I}_d + a \underline{I}_i + \underline{I}_h & (2') \\ -\underline{I}_3 = a \underline{I}_d + a^2 \underline{I}_i + \underline{I}_h & (3') \end{cases}$$

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{U}_d + \underline{U}_i + \underline{U}_h & (4') \\ \underline{U}_2 = \underline{U}_3 = a^2 \underline{U}_d + a \underline{U}_i + \underline{U}_h & (5') \\ \underline{U}_3 = a \underline{U}_d + a^2 \underline{U}_i + \underline{U}_h & (6') \end{cases} \quad \begin{cases} \underline{U}_e = \underline{Z}_d \underline{I}_d + \underline{U}_d & (7') \\ 0 = \underline{Z}_i \underline{I}_i + \underline{U}_i & (8') \\ 0 = \underline{Z}_h \underline{I}_h + \underline{U}_h & (9') \end{cases}$$

Adunând relațiile (1'), (2'), (3') se obține $\underline{I}_h = 0$.
Întroducând această valoare în (1') și (9') se obține:

$$\underline{I}_d = -\underline{I}_i \text{ și } \underline{U}_h = 0.$$

Deci din relațiile (5') și (6'):

$$\underline{U}_d = \underline{U}_i.$$

Scăzând relația (8') din (7') și avînd în vedere că $\underline{I}_d = -\underline{I}_i$ se obține expresia curentului de succesiune directă:

$$\underline{I}_d = \frac{\underline{U}_e}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i} = -\underline{I}_i \quad (10).$$

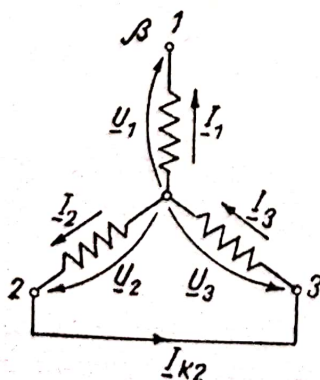


Figura 5.41.

Introducând această relație în (2') și (3') se obține expresia curentului prin faza 2 și prin faza 3:

$$\underline{I}_2 = -\underline{I}_3 = (a^2 - a) \frac{\underline{U}_e}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i} = -j\sqrt{3} \frac{\underline{U}_e}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i} \quad (11)$$

Folosind relațiile (10), (7'), (8'), (4'), (5'), (6') rezultă expresiile tensiunilor pe faze:

$$\underline{U}_1 = 2 \frac{\underline{Z}_i \underline{U}_e}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i} \quad (12)$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_3 = (a^2 + a) \frac{\underline{Z}_i \underline{U}_e}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i} = -\frac{\underline{Z}_i \underline{U}_e}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i} \quad (13)$$

De remarcat că valoarea tensiunii pe faza deschisă este dublă, în raport cu tensiunile pe fazele scurtcircuitate.

1) În cazul mașinii fără bare de amortizare valorile impedanțelor directe și inverse sînt (v. problema nr. 5.32):

$$\begin{cases} R_d = R_s = 0,02 \, \Omega \\ X_d = X_s = 3,8 \, \Omega \\ \underline{Z}_d = 0,02 + j 3,8 \end{cases} \quad \begin{cases} R_i = R_s = 0,02 \, \Omega \\ X_i = X_s = 3,8 \, \Omega \\ \underline{Z}_i = 0,02 + j 3,8 \end{cases}$$

Folosind relațiile (11), (12), (13) se determină:

— curenții pe fazele scurtcircuitate ale mașinii:

$$\underline{I}_2 = -\underline{I}_3 = -j\sqrt{3} \frac{\underline{U}_e}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i} = -j\sqrt{3} \frac{6300}{2(0,02 + j 3,8)}$$

cu valoarea efectivă

$$I_2 = I_3 = I_{k2} \approx 1440 \text{ A.}$$

— tensiunile pe fază ale mașinii

$$\underline{U}_1 = 2 \frac{\underline{Z}_i \underline{U}_e}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i} = 2 \frac{(0,02 + j 3,8) \underline{U}_e}{2(0,02 + j 3,8)} = \underline{U}_e = 6300 \text{ V}$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_3 = \frac{\underline{U}_1}{2} = \frac{6300}{2} = 3150 \text{ V.}$$

2) În cazul mașinii echipate cu sistemul de amortizare, valorile impedanțelor directe și inverse sînt (v. problema nr. 5.32):

$$\begin{cases} R_d = R_s = 0,02 \, \Omega \\ X_d = X_s = 3,8 \, \Omega \\ \underline{Z}_d = 0,02 + j 3,8 \end{cases} \quad \begin{cases} R_i = R_s + \frac{R'_a}{2} = 0,02 + \frac{0,03}{2} = 0,035 \, \Omega \\ X_i = X_s = 0,15 \, \Omega \\ \underline{Z}_i = 0,035 + j 0,15 \end{cases}$$

Curenții pe fazele scurtcircuitate au valoarea

$$\underline{I}_2 = -\underline{I}_3 = -j\sqrt{3} \frac{\underline{U}_e}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i} = -j\sqrt{3} \frac{6300}{(0,02 + j 3,8) + (0,035 + j 0,15)}$$

sau valoarea în modul

$$I_2 = I_3 = I_{h2} \approx 2760 \text{ A.}$$

Tensiunile de fază ale mașinii sînt :

$$\underline{U}_1 = 2 \frac{\underline{Z}_i \underline{U}_e}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i} = 2 \frac{(0,035 + j 0,15) 6300}{(0,02 + j 3,8) + (0,035 + j 0,15)}$$

sau

$$U_1 = 1964 \text{ V}$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_3 = \frac{\underline{Z}_i \underline{U}_e}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_i} = \frac{(0,035 + j 0,15) 6300}{(0,02 + j 3,8) + (0,035 + j 0,15)}$$

sau

$$U_2 = U_3 = 982 \text{ V}$$

Se observă că prezența înfășurării de amortizare provoacă o majorare a curenților la funcționarea mașinii în regim de scurtcircuit.

5.34. Un turbogenerator trifazat are următoarele date nominale: tensiunea electromotoare $\underline{U}_e = 6500 \text{ V}$, rezistența înfășurării indusului $R_s = 0,03 \Omega$, reactanța de dispersie $X_\sigma = 0,3 \Omega$, reactanța sincronă $X_s = 4 \Omega$; înfășurarea indusului este executată în două straturi cu pas scurtat și are conexiunea stea.

Neglijînd rezistența înfășurării de excitație se cere să se determine curenții și tensiunile de fază ale mașinii în cazul unui scurtcircuit bifazat la neutru în ipoteza că:

1) mașina nu este echipată cu o înfășurare de amortizare și se neglijează efectul de amortizare al înfășurării de excitație.

2) mașina are o înfășurare de amortizare a cărei rezistență raportată la parametrii înfășurării indusului are valoarea $R'_a = 0,02 \Omega$.

Soluție. Folosind metoda descompunerii în componente simetrice, sistemul ecuațiilor tensiunilor și curenților este:

$$\begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{I}_d + \underline{I}_i + \underline{I}_h & (1) \\ \underline{I}_2 = a^2 \underline{I}_d + a \underline{I}_i + \underline{I}_h & (2) \\ \underline{I}_3 = a \underline{I}_d + a^2 \underline{I}_i + \underline{I}_h & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{U}_d + \underline{U}_i + \underline{U}_h & (4) \\ \underline{U}_2 = a^2 \underline{U}_d + a \underline{U}_i + \underline{U}_h & (5) \\ \underline{U}_3 = a \underline{U}_d + a^2 \underline{U}_i + \underline{U}_h & (6) \end{cases}$$

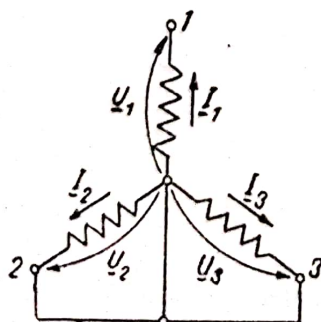


Figura 5.42.

$$\begin{cases} \underline{E}_d = \underline{U}_e = \underline{Z}_d \underline{I}_d + \underline{U}_d & (7) \\ \underline{E}_i = 0 = \underline{Z}_i \underline{I}_i + \underline{U}_i & (8) \\ \underline{E}_h = 0 = \underline{Z}_h \underline{I}_h + \underline{U}_h & (9) \end{cases}$$

În condițiile unui scurtcircuit bifazat la neutru (v. fig. 5.42);

$$\underline{I}_1 = 0; \quad \underline{U}_2 = \underline{U}_3 = 0$$

sistemul de ecuații devine:

$$\begin{cases} 0 = \underline{I}_d + \underline{I}_i + \underline{I}_h & (1') \\ \underline{I}_2 = a^2 \underline{I}_d + a \underline{I}_i + \underline{I}_h & (2') \\ \underline{I}_3 = a \underline{I}_d + a^2 \underline{I}_i + \underline{I}_h & (3') \end{cases} \quad \begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{U}_d + \underline{U}_i + \underline{U}_h & (4') \\ 0 = a^2 \underline{U}_d + a \underline{U}_i + \underline{U}_h & (5') \\ 0 = a \underline{U}_d + a^2 \underline{U}_i + \underline{U}_h & (6') \end{cases}$$

$$\begin{cases} \underline{U}_e = \underline{Z}_d \underline{I}_d + \underline{U}_d & (7') \\ 0 = \underline{Z}_i \underline{I}_i + \underline{U}_i & (8') \\ 0 = \underline{Z}_h \underline{I}_h + \underline{U}_h & (9') \end{cases}$$

Din relațiile (5') și (6') se obține $\underline{U}_d = \underline{U}_i$ și înlocuind în (5') rezultă:

$$\underline{U}_d = \underline{U}_i = \underline{U}_h.$$

În aceste condiții din relațiile (9'), (8'), (7') rezultă:

$$-\underline{Z}_h \underline{I}_h = \underline{U}_h; \quad \underline{I}_i = \frac{\underline{Z}_h \underline{I}_h}{\underline{Z}_i}; \quad \underline{I}_d = \frac{\underline{U}_e}{\underline{Z}_d} + \frac{\underline{Z}_h \underline{I}_h}{\underline{Z}_d} \quad (10)$$

și înlocuind în ecuația (1') se obține:

$$\underline{I}_h = - \frac{\underline{Z}_i \underline{U}_e}{\underline{Z}_d \underline{Z}_i + \underline{Z}_d \underline{Z}_h + \underline{Z}_i \underline{Z}_h}. \quad (11)$$

Introducând pe (11) în (10) și folosind relația (4') rezultă:

$$\underline{I}_2 = [(a^2 - 1)\underline{Z}_i + (a^2 - a)\underline{Z}_h] \frac{\underline{U}_e}{\underline{Z}_d \underline{Z}_i + \underline{Z}_d \underline{Z}_h + \underline{Z}_i \underline{Z}_h}$$

$$\underline{I}_3 = [(a - 1)\underline{Z}_i + (a - a^2)\underline{Z}_h] \frac{\underline{U}_e}{\underline{Z}_d \underline{Z}_i + \underline{Z}_d \underline{Z}_h + \underline{Z}_i \underline{Z}_h}$$

$$\underline{U}_1 = \frac{3\underline{Z}_h \underline{Z}_i \underline{U}_e}{\underline{Z}_d \underline{Z}_i + \underline{Z}_d \underline{Z}_h + \underline{Z}_i \underline{Z}_h}.$$

1) În cazul mașinii fără bare de amortizare valorile impedanțelor directe, homopolare și inverse sînt (v. problema nr. 5.32):

$$\begin{cases} R_d = R_s = 0,03 \, \Omega \\ X_d = X_s = 4 \, \Omega \\ \underline{Z}_d = 0,03 + j4 \end{cases} \quad \begin{cases} R_i = R_s = 0,03 \, \Omega \\ X_i = X_s = 4 \, \Omega \\ \underline{Z}_i = 0,03 + j4 \end{cases} \quad \begin{cases} R_h = R_s = 0,03 \, \Omega \\ X_h = 0 \\ \underline{Z}_h = 0,03. \end{cases}$$

Curenții pe faza I_2 și I_3 sînt:

$$\underline{I}_2 = \left[\left(-\frac{3}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) (0,03 + j4) + (-j\sqrt{3}) 0,03 \right] \frac{6500}{(0,03 + j4)^2 + 2(0,03 + j4)0,03}$$

cu modulul $I_2 = 2820 \, \text{A}$,
și

$$\underline{I}_3 = \left[\left(-\frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) (0,03 + j4) + (j\sqrt{3}) 0,03 \right] \frac{6500}{(0,03 + j4)^2 + 2(0,03 + j4)0,03}$$

cu modulul $I_3 \approx 2800 \, \text{A}$.

Tensiunea pe faza U_1 este :

$$\underline{U}_1 = \frac{3 \cdot 0,03 \cdot (0,03 + j 4) \cdot 6\,500}{(0,03 + j 4)^2 + 2(0,03 + j 4)0,03}$$

cu modulul $U_1 = 146$ V.

2) În cazul mașinii echipate cu sistemul de amortizare, valorile impedanțelor directe, inverse și homopolare sînt :

$$\begin{cases} R_d = R_s = 0,03 \, \Omega \\ X_d = X_s = 4 \, \Omega \\ Z_d = 0,03 + j 4 \end{cases} \quad \begin{cases} R_t = R_s + \frac{R'_a}{2} = 0,03 + \frac{0,02}{2} = 0,04 \, \Omega \\ X_t = X_\sigma = 0,3 \, \Omega \\ Z_t = 0,04 + j 0,3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_h = R_s = 0,03 \, \Omega \\ X_h = 0 \\ Z_h = 0,03 \end{cases}$$

Curenții $\underline{I}_2$ și $\underline{I}_3$ au valorile :

$$\underline{I}_2 = \frac{\left[\left(-\frac{3}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) (0,04 + j 0,3) + (-j \sqrt{3}) 0,03 \right] \cdot 6\,500}{(0,03 + j 4)(0,04 + j 0,3) + 0,03(0,07 + j 4,3)}$$

cu valoarea efectivă $I_2 = 1\,610$ A
și

$$\underline{I}_3 = \frac{\left[\left(-\frac{3}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) (0,04 + j 0,3) + (j \sqrt{3}) 0,03 \right] \cdot 6\,500}{(0,03 + j 4)(0,04 + j 0,3) + 0,03(0,07 + j 4,3)}$$

cu valoarea efectivă $I_3 = 1\,307$ A.

Tensiunea $\underline{U}_1$ este :

$$\underline{U}_1 = \frac{3 \cdot 0,03(0,04 + j 0,3) 6\,500}{(0,03 + j 4)(0,04 + j 0,3) + 0,03(0,07 + j 4,3)}$$

cu valoarea efectivă $U_1 = 76,8$ V.

5.35. Într-o întreprindere, receptoarele de putere electrică absorb de la rețea o putere activă medie $P_m = 900$ kW, factorul de putere mediu fiind $\cos \varphi_m = 0,65$.

Se pune problema instalării unui motor sincron avînd o putere $P = 45$ kW care să contribuie totodată la îmbunătățirea factorului de putere al întreprinderii prin majorarea acestuia la valoarea $\cos \varphi = 0,75$.

Să se determine puterea aparentă nominală a motorului sincron pentru a realiza creșterea factorului de putere la valoarea propusă.

Soluție. Puterea reactivă pe care o absorb receptoarele instalate din rețea are valoarea :

$$Q_m = P_m \operatorname{tg} \varphi_m = P_m \cdot \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi_m}}{\cos \varphi_m} = 900 \frac{\sqrt{1 - 0,65^2}}{0,65} = 1\,050 \text{ kVAr.}$$

După introducerea motorului sincron puterea reactivă luată din rețea trebuie să se reducă la

$$Q_t = P_t \operatorname{tg} \varphi = (P_m + P) \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi}}{\cos \varphi} = (900 + 45) \frac{\sqrt{1 - 0,75^2}}{0,75} = 834 \text{ kVAr,}$$

Deci în funcționare, motorul sincron trebuie să debiteze o putere reactivă egală cu

$$Q = Q_m - Q_t = 1\,050 - 834 = 216 \text{ kVAr.}$$

Rezultă că, în condițiile date motorul sincron trebuie să aibă o putere aparentă egală cu :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{45^2 + 216^2} = 216,5 \text{ kVA.}$$

5.36. Un compensator sincron, avînd puterea nominală $S_{nc} = 7\,200$ kVA, tensiunea nominală $U_{nc} = 6,6$ kV, reactanța supratranzitorie raportată $x_d'' = 0,16$ u.r. este pornit în asincron cu ajutorul unui reactor conectat în serie în circuitul primar. Reactorul are următoarele date nominale : tensiunea nominală $U_r = 6,3$ kV, curentul nominal $I_r = 100$ A și reactanța echivalentă raportată la datele nominale ale reactorului $x_r = 5,5\%$. Barele la care se cuplează compensatorul sînt alimentate de la un transformator avînd : puterea nominală $S_{nt} = 30\,000$ kVA, tensiunile nominale $U_{1nt}/U_{2nt} = 110/6,6$ kV cu reglajul pe partea de înaltă tensiune în limitele $\pm 5\%$ și reactanța echivalentă raportată $x_t = 0,1$ u.r. Tensiunea pe barele de înaltă tensiune este $U = 109$ kV, iar comutatorul de prize al transformatorului se află pe poziția de $+5\%$. Linia de alimentare a transformatorului de la o rețea de putere infinită are reactanța raportată la transformator exprimată în u.r. $x_c = 0,01$ u.r.

La pornire se impune condiția ca valoarea minimă a tensiunii în momentul pornirii să fie $0,25 U_{nc}$.

Se presupune că la rețeaua de 6 kV nu se află conectat alt consumator.

Se cere să se calculeze tensiunea la bornele compensatorului în perioada pornirii.

Soluție. Schema electrică a sistemului format de compensatorul sincron, reactor, transformator și linie este reprezentată în figura 5.43.

Datorită prizei de reglaj pe care este pus transformatorul și ținînd seama de tensiunea pe barele I se obține tensiunea reală pe barele II.

$$U_{II} = U \frac{U_{2nt}}{U_{1nt}} = U \frac{U_{2nt}}{1,05 U_{1nt}} = 109 \frac{6,6}{1,05 \cdot 110} = 6,38 \text{ kV.}$$

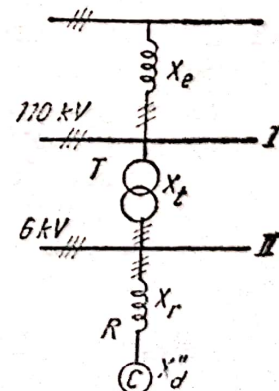


Figura 5.43.

Reactanța compensatorului raportată la valoarea tensiunii de bază a rețelei și la puterea nominală a transformatorului este :

$$x = x_d' \frac{S_{nt}}{S_{nc}} \cdot \frac{U_{nc}^2}{U_{II}^2} = 0,16 \frac{30}{7,2} \cdot \frac{6,6^2}{6,38^2} = 0,715 \text{ u.r.}$$

Reactanța reactorului raportată la tensiunea de bază a rețelei și la puterea nominală a transformatorului este :

$$x_r' = x_r \frac{S_{nt}}{\sqrt{3} U_r I_r} \cdot \frac{U_{II}^2}{U_{II}^2} = 0,055 \frac{30\,000}{\sqrt{3} \cdot 6,3 \cdot 100} \cdot \frac{6,3^2}{6,38^2} = 1,472 \text{ u.r.}$$

Tensiunea pe barele de 6 kV în momentul pornirii este :

$$U_{IIp} = U_{II} \frac{x_r' + x}{x_r' + x + x_e + x_t} = 6,38 \frac{1,472 + 0,715}{1,472 + 0,715 + 0,01 + 0,1} = 6,08 \text{ kV}$$

deci tensiunea la bornele compensatorului în momentul pornirii este :

$$U_p = U_{IIp} \frac{x}{x + x_r'} = 6,08 \frac{0,715}{0,715 + 1,472} = 1,985 \text{ kV}$$

sau în unități relative :

$$u_p = \frac{U_p}{U_{nc}} = \frac{1,985}{6,6} = 0,301.$$

Prin urmare compensatorul poate fi pornit cu ajutorul reactorului considerat, tensiunea la bornele sale în momentul pornirii fiind mai mare decât limita minimă prescrisă.

5.37. O mașină sincronă cu polii înecați [($p = 1$) are următoarele date nominale :

$$S = 3\,000 \text{ kVA}, U_b = 6 \text{ kV}, m = 3 \text{ faze}, \cos \varphi = 0,8, \\ f = 50 \text{ Hz.}$$

Reactanța sincronă a mașinii este $x_s = 1,4$ u.r. La funcționarea în asincron, mașina dezvoltă cuplul electromagnetic $M_a = 0,25 M_n$ la alunecarea $s = 0,005$.

Momentul de inerție al rotorului, inclusiv momentul de inerție al turbinei de antrenare este $J = 750 \text{ kgm}^2$.

Se cere să se calculeze :

- 1) — pulsația oscilațiilor proprii la funcționarea în gol a agregatului ;
- 2) — pulsația oscilațiilor agregatului cuplat la o rețea de putere infinită la funcționarea în gol, respectiv la funcționarea în sarcină nominală.

Se presupune caracteristica magnetică liniară, iar înfășurarea statorică este conectată în stea.

Soluție. 1) Pulsația oscilațiilor proprii este dată de relația :

$$\Omega_0 = p \sqrt{\frac{m U_b I_{sc}}{\omega_1 J}}.$$

La funcționarea în gol a mașinii sincrone, curentul de scurtcircuit este

$$I_{sc} = \frac{I_n}{x_s}$$

în care curentul nominal I_n este dat de relația

$$I_n = \frac{S}{\sqrt{3} U_b} = \frac{3\,000}{\sqrt{3} \cdot 6} = 288 \text{ A.}$$

Curentul de scurtcircuit are valoarea

$$I_{sc} = \frac{288}{1,4} = 206 \text{ A.}$$

Prin urmare pulsația oscilațiilor proprii are valoarea

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{\sqrt{3} \cdot 6\,000 \cdot 206}{314 \cdot 750}} = 3,04 \text{ rad./s.}$$

2) Pulsația oscilațiilor este dată de relația

$$\frac{\Omega}{\Omega_0} = \sqrt{1 - p \frac{K_a^2}{4JK_s}}$$

în care Ω_0 este pulsația oscilațiilor proprii corespunzătoare curentului de scurtcircuit corespunzător regimului, iar factorii K_a și K_s sînt dați de relațiile

$$K_a = \frac{1}{\omega_1} \frac{M_a}{s}$$

$$K_s = \frac{mp}{\omega_1} I_{sc} U_b \cos \beta_0$$

în care β_0 este unghiul intern corespunzător.
Deci

$$K_a = \frac{1}{314} \frac{0,25 M_n}{0,005}.$$

Cuplul nominal este

$$M_n = \frac{P_n}{2\pi n_1} = \frac{S \cos \varphi}{2\pi n_1} = \frac{3\,000 \cdot 10^3 \cdot 0,8}{2\pi \cdot 50} = 7,64 \cdot 10^3 \text{ N}$$

iar factorul

$$K_a = \frac{1}{314} \frac{0,25 \cdot 7,64 \cdot 10^3}{0,005} = 1\,215.$$

Pentru calculul cuplului sincronizant specific K_s este necesar să se determine curentul de scurtcircuit I_{sc} și unghiul intern β_0 corespunzător regimului nominal.

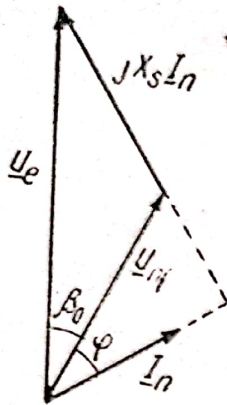


Figura 5.44.

Cunoscînd valoarea reactanței sincrone :

$$X_s = x_s \frac{U_{nf}}{I_n} = 1,4 \frac{6\,000/\sqrt{3}}{288} = 16,85 \, \Omega$$

și folosind diagrama de fazori a mașinii sincrone cu poli înecați (v. fig. 5.44) se determină valoarea tensiunii electromotoare :

$$\begin{aligned} U_e &= \sqrt{(U_{nf} \sin \varphi + X_s I_n)^2 + (U_{nf} \cos \varphi)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{6\,000}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - 0,8^2} + 16,85 \cdot 288\right)^2 + \left(\frac{6\,000}{\sqrt{3}} 0,8\right)^2} = \\ &= 7\,450 \, \text{V} \end{aligned}$$

și valoarea unghiului intern :

$$\begin{aligned} \beta_0 &= \arcsin \frac{U_{nf} \sin \varphi + X_s I_n}{U_e} - \varphi = \arcsin \frac{\frac{6\,000}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - 0,8^2} + 16,85 \cdot 288}{7\,450} - \\ &- 37^\circ = 30^\circ 30'. \end{aligned}$$

Rezultă valoarea factorului :

$$\begin{aligned} K_s &= \frac{mp}{\omega_1} I_{sc} U_b \cos \beta_0 = \frac{mp}{\omega_1} \frac{U_e}{X_s} U_b \cos \beta_0 = \\ &= \frac{3}{314} \cdot \frac{7\,450}{16,85} \cdot \frac{6\,000}{\sqrt{3}} \cos (30^\circ 30') = 12\,600. \end{aligned}$$

precum și valoarea pulsației oscilațiilor agregatului :

$$\Omega = \Omega_0 \sqrt{1 - \frac{pK_a^2}{4JK_s}} = 3,04 \sqrt{1 - \frac{1\,215^2}{4 \cdot 750 \cdot 12\,600}} = 3 \, \text{rad/s.}$$

Capitolul 6.

MAȘINA DE CURENT CONTINUU

6.1. ÎNFĂȘURĂRI TIP INDUS DE CURENT CONTINUU

6.1. O mașină de curent continuu tetrapolară, are indusul echipat cu o înfășurare ondulată simplă realizată cu :

- $N = 400$ conductoare ;
- aria secțiunii conductorului $s_c = 10 \text{ mm}^2$;
- lungimea conductorului $l_c = 1 \text{ m}$.

Dimensiunile principale ale mașinii sînt : lungimea ideală $l_i = 0,2 \text{ m}$; pasul polar $\tau = 0,2 \text{ m}$. Acoperirea polară ideală este $\alpha_i = 0,7$, iar inducția magnetică în întrefier are valoarea $B_\delta = 0,8 \text{ T}$.

Se cere să se calculeze :

- a) tensiunea electromotoare indusă în rotor la turația $n = 1\,200 \text{ rot/min}$;
- b) rezistența înfășurării indusului știind că rezistivitatea conductorului este $\rho = 0,02 \text{ } \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$.

Soluție. a) Tensiunea electromotoare indusă în înfășurarea rotorului are expresia :

$$U_e = \frac{p}{a} N n \Phi,$$

în care numărul de perechi de căi de curent în paralel este $a = 1$, (înfășurarea fiind ondulată simplă), iar fluxul în întrefier este :

$$\Phi = \alpha_i \tau l_i B_\delta = 0,7 \cdot 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,8 = 0,0224 \text{ Wb}.$$

Rezultă că tensiunea electromotoare indusă la turația $n = 1\,200 \text{ rot/min}$ are valoarea :

$$U_e = \frac{2}{1} \cdot 400 \cdot \frac{1\,200}{60} \cdot 0,0224 = 358,4 \text{ V}.$$

- b) Rezistența înfășurării indusului este :

$$R_i = \rho \frac{l_c}{s_c} \frac{N}{(2a)^2} = 0,02 \frac{400}{10 \cdot 2^2} = 0,2 \text{ } \Omega.$$

6.2. Se cere să se execute schema desfășurată a unei înfășurări buclate tip indus de curent continuu neîncrucișată, avînd $Z = 16$ creștături și $p = 2$, în următoarele variante :

1. înfășurare buclată simplă avînd $u = 1$;
2. înfășurare buclată simplă avînd $u = 2$ și bobine egale.

Soluție. 1) Pentru înfășurarea buclată simplă, diametrală, avînd $u = 1$, deschiderea bobinei este :

$$y_1 = \frac{Z}{2p} = \frac{16}{2 \cdot 2} = 4 \text{ crestături. egală cu pasul polar.}$$

Pasul rezultat este :

$$y = 1 \text{ crestături}$$

iar pasul în față :

$$y_2 = y - y_1 = 1 - 4 = -3 \text{ crestături.}$$

Pentru acest tip de înfășurare numărul de lamele de colector este :

$$K = Z = 16.$$

Pasul legăturilor echipotențiale de speța I, la colector este :

$$y_k = \frac{K}{p} = \frac{16}{2} = 8 \text{ lamele.}$$

Schema desfășurată a înfășurării este prezentată în figura 6.1.

În figura 6.1. s-au reprezentat la colector și legăturile echipotențiale (în mod uzual aceste legături se execută din trei în trei lamele).

2) Pentru înfășurarea buclată simplă avînd $u = 2$ numărul lamelilor la colector este :

$$K = u \cdot Z = 2 \cdot 16 = 32 \text{ lamele}$$

iar deschiderea bobinei are valoarea (în crestături elementare) :

$$y_1 = \frac{K}{2p} = \frac{32}{2 \cdot 2} = 8.$$

La această valoare pentru deschiderea bobinei, se obține o înfășurare cu bobine egale pentru că :

$$\frac{y_1}{u} = \frac{8}{2} = 4 = \text{număr întreg.}$$

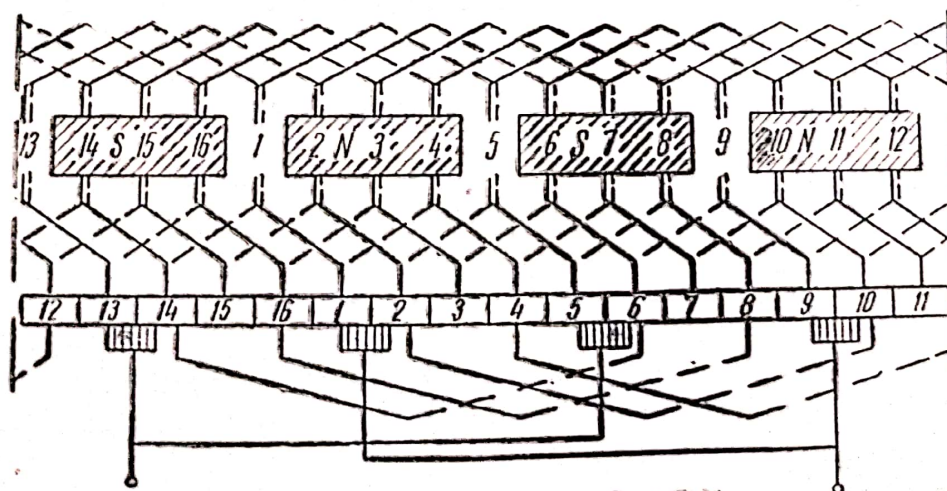


Figura 6.1.

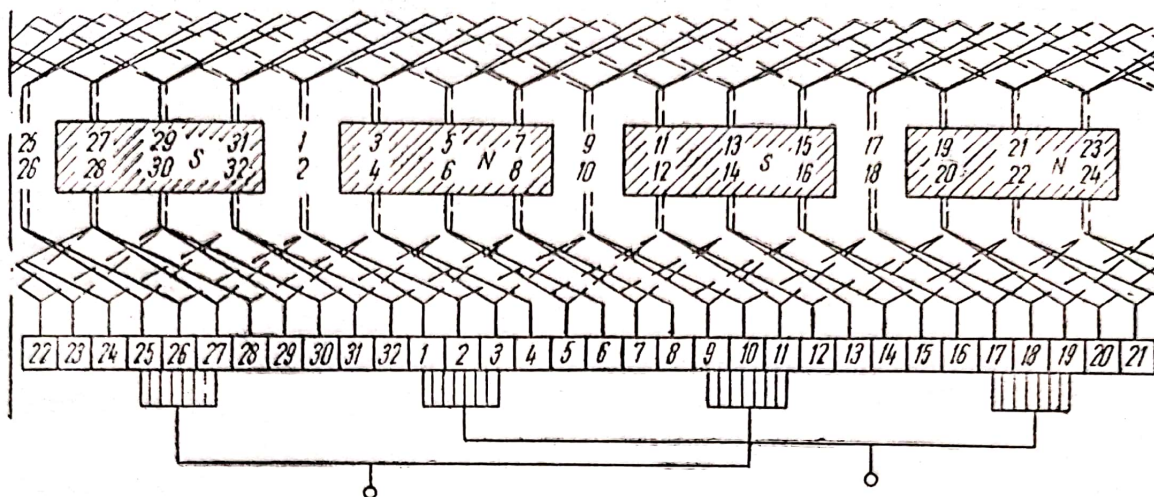


Figura 6.2.

Pasul rezultat al înfășurării este :

$$y = y_k = 1.$$

iar pasul de întoarcere (exprimat în creștături elementare) este :

$$y_2 = y - y_1 = 1 - 8 = -7.$$

Înfășurarea este reprezentată în figura 6.2 în creștături reale, însă numerotarea creștăturilor a fost făcută în creștături elementare.

6.3. Se cere schema desfășurată a unei înfășurări tetrapolare, cu bobine egale, tip indus de curent continuu, buclată simplă, avînd $Z = 12$ creștături, $u = 2$, în două variante neîncrucișată și respectiv încrucișată.

Soluție. Numărul de lămele la colector este :

$$K = uZ = 2 \cdot 12 = 24$$

iar pasul rezultat al înfășurării (la înfășurarea neîncrucișată) are valoarea :

$$y = 1.$$

Pasul de ducere al înfășurării normale este :

$$y_1 = \frac{K}{2p} = \frac{24}{4} = 6 \text{ creștături elementare}$$

iar pasul de întoarcere este :

$$y_2 = y_1 - y = 6 - 1 = 5 \text{ creștături elementare.}$$

Înfășurarea necesită legături echipotențiale de speța I-a, avînd pasul la colector

$$y_k = \frac{K}{p} = \frac{24}{2} = 12 \text{ lămele.}$$

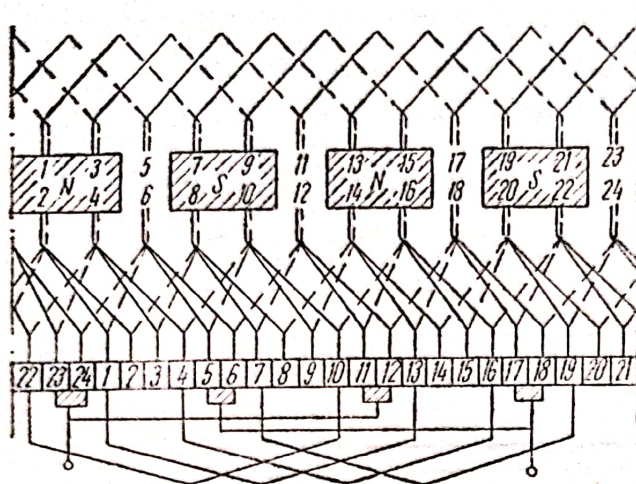


Figura 6.3.

În figura 6.3 este reprezentată schema desfășurată a acestei înfășurări. Înfășurarea este realizată cu bobine egale; bobinele care au laturile de ducere în aceeași creștătură au și laturile de întoarcere așezate de asemenea în aceeași creștătură.

Înfășurarea buclată simplă încrucișată are pasul rezultat:

$$y = -1$$

pasul de ducere:

$$y_1 = \frac{K}{2p} = \frac{24}{4} = 6 \text{ creștături elementare,}$$

iar pasul de întoarcere:

$$y_2 = y_1 - y = 6 + 1 = 7 \text{ creștături elementare.}$$

Pasul legăturilor echipotențiale de speța I-a este de asemenea $y_K = 12$ lamele.

Schema desfășurată a înfășurării buclate simple încrucișate este reprezentată în figura 6.4.

Unghiul electric dintre două raze alăturate din steaua creștăturilor este:

$$\gamma = \frac{p \cdot 360^\circ}{Z} = 2 \cdot \frac{360^\circ}{12} = 60^\circ,$$

Steaua creștăturilor (fig. 6.5) este aceeași atât pentru înfășurarea neîncrucișată cât și pentru cea încrucișată. În poligonul creștăturilor (fig. 6.6)

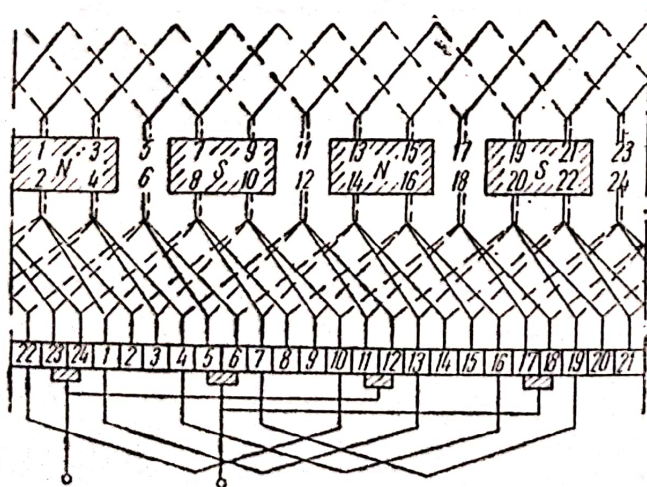


Figura 6.4.

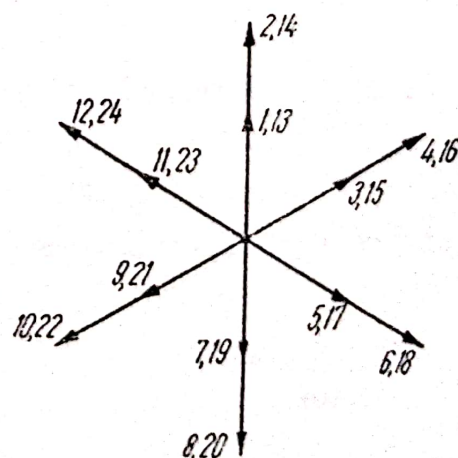


Figura 6.5.

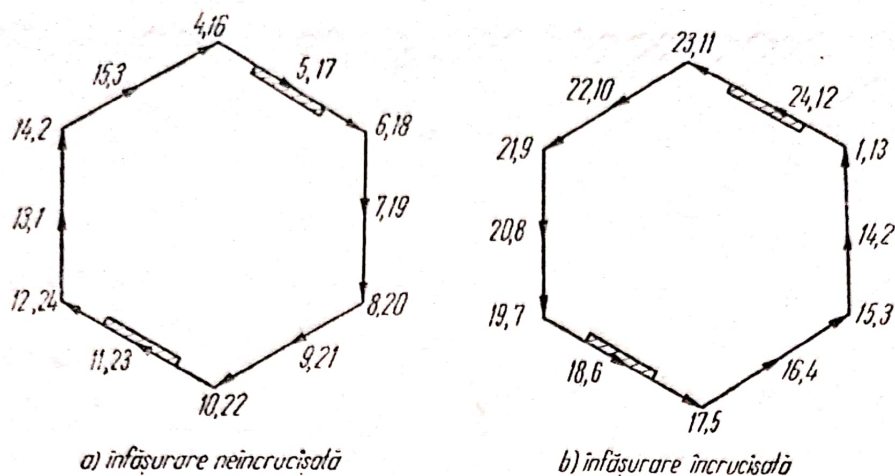


Figura 6.6.

ordinea de însumare a fazorilor tensiunilor electromotoare induse în laturile de bobină diferă de la o înfășurare la alta, în funcție de modul de parcurgere a periferiei colectorului în timpul bobinării.

La înfășurarea neîncrucișată colectorul este parcurs de la stînga spre dreapta, deci fazorii se însumează în ordinea $1+2+3+4+\dots$ iar la înfășurarea încrucișată de la dreapta la stînga, deci însumarea fazorilor se face în succesiune $1+24+23+22+\dots$. Aceasta echivalează cu parcurgerea în sens invers a poligonului tensiunilor.

6.4. Se cere schema desfășurată a unei înfășurări tetrapolare tip indus de curent continuu avînd $Z = K = 18$, realizată ca înfășurare combinată, tip Latour.

Soluție. Înfășurarea combinată Latour cuprinde, în aceleași creștături o înfășurare buclată simplă și o înfășurare ondulată multiplă, avînd ordinul de multiplicitate egal cu numărul de perechi de poli ai înfășurării.

Pașii înfășurării buclate sînt :

— pasul rezultat

$$y_b = 1.$$

— pasul diametral

$$y_d = \frac{K}{2p} = \frac{18}{4} = 4,5,$$

— pasul de ducere al înfășurării

$$y_{1b} = 4 < y_d,$$

— pasul de întoarcere

$$y_{2b} = y_{1b} - y_b = 4 - 1 = 3.$$

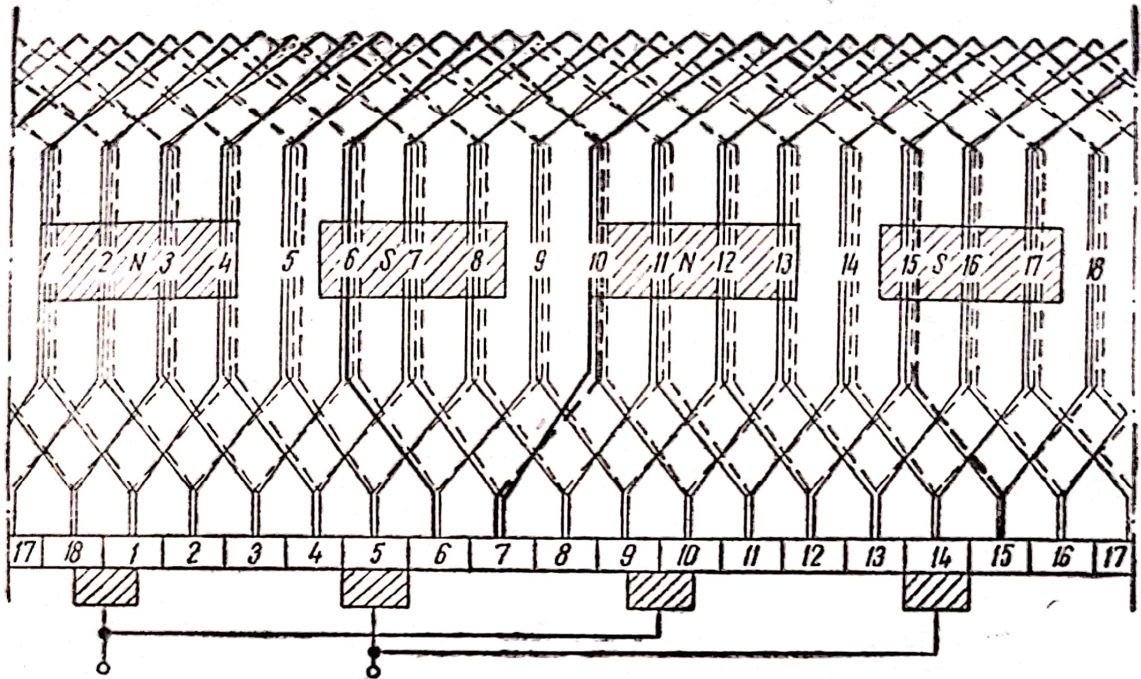


Figura 6.7.

Înfășurarea ondulantă are pasul rezultat :

$$y_0 = \frac{K - m}{p} = \frac{K - p}{p} = \frac{18 - 2}{2} = 8.$$

Pasul de ducere rezultă din condiția ce trebuie satisfăcută de pașii celor două înfășurări pentru ca acestea să poată funcționa pe un colector comun :

$$y_d - y_{1b} = y_{1o} - y_d.$$

Deci :

$$y_{1o} = 2y_d - y_{1b} = 2 \cdot 4,5 - 4 = 5$$

iar pasul de întoarcere are valoarea :

$$y_{2o} = y_0 - y_{1o} = 8 - 5 = 3.$$

Schema desfășurată a înfășurării este reprezentată în figura 6.7.

Înfășurarea combinată nu necesită legături echipotențiale ; înfășurarea ondulantă multiplă îndeplinește și rolul de legături echipotențiale de speța I-a pentru înfășurarea buclată, iar înfășurarea buclată îndeplinește și rolul de legături echipotențiale de speța a II-a pentru înfășurarea ondulantă multiplă.

6.5. O mașină de curent continuu tetrapolară funcționează la turația $n = 2000$ rot/min. Indusul este echipat cu o înfășurare buclată simplă avînd $Z = 20$ creștături și $K = 40$ lamele la colector.

Se cere să se calculeze :

- frecvența tensiunii induse în rotor ;
- frecvența pulsațiilor tensiunii la perii în funcție de tipul înfășurării (normală, respectiv în trepte) ;

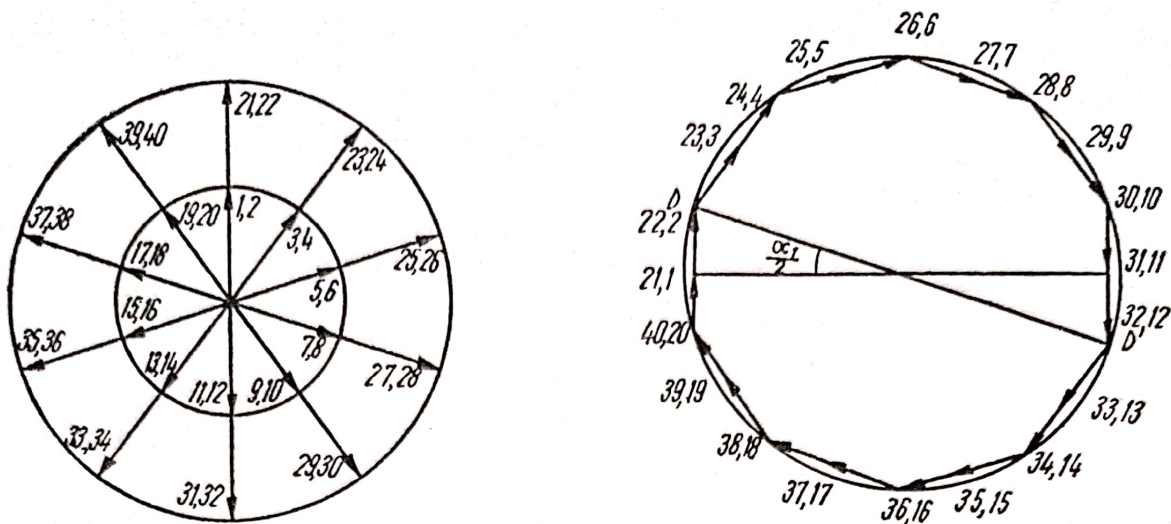


Figura 6.8.

c) amplitudinea pulsațiilor tensiunii raportată la valoarea medie a tensiunii, în funcție de tipul înfășurării;

d) frecvența pulsațiilor cîmpului magnetic în piesa polară a polului în cazul în care acoperirea polară ideală este $\alpha_i = 0,8$.

Soluție. a) Frecvența tensiunii induse, este :

$$f = \frac{pn}{60} = \frac{2 \cdot 2000}{60} = 66,67 \text{ Hz.}$$

b) La înfășurarea cu pas diametral

$$y_a = \frac{K}{2p} = \frac{40}{2 \cdot 2} = 10 \text{ lamele ;}$$

bobinele au deschideri egale; steaua creștăturilor și poligonul tensiunilor electromotoare sînt reprezentate în figura 6.8.

La o rotație completă se parcurge de $p = 2$ ori poligonul tensiunilor electromotoare, iar tensiunea la perii are $\left(p \cdot \frac{Z}{p}\right) = 20$ pulsații; prin urmare frecvența pulsațiilor tensiunilor la perii este :

$$f_p = p \frac{Z}{p} \cdot \frac{n}{60} = 20 \frac{2000}{60} = 667 \text{ Hz.}$$

La înfășurarea în trepte cu pașii bobinelor $y_1 = 9$ (respectiv pașii în creștături reale $y_{b1} = 4$ creștături și $y_{b2} = 5$ creștături), poligonul tensiunilor electromotoare este reprezentat în figura 6.9.

La o rotație completă a rotorului se parcurge de $p = 2$ ori poligonul tensiunilor electromotoare iar tensiunea la perii are $\left(p \frac{K}{p}\right) = 40$ pulsații; prin

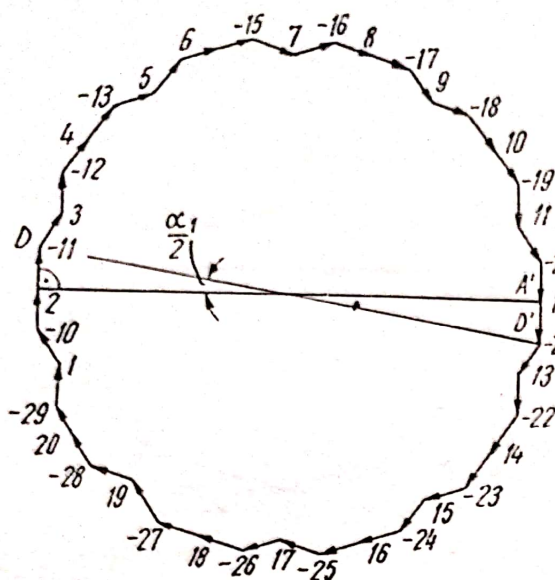


Figura 6.9.

urmare frecvența pulsațiilor tensiunii este :

$$f = p \frac{K}{p} \cdot \frac{n}{60} = 40 \cdot \frac{2000}{60} = 1333 \text{ Hz.}$$

c) Amplitudinea pulsațiilor raportate la valoarea medie rezultă din poligonul tensiunilor electromotoare. Amplitudinea pulsației (v. fig. 6.9) este :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \Delta U &= \frac{1}{2} (U_{DD'} - U_{AA'}) = \\ &= \frac{1}{2} U_{DD'} (1 - \cos \frac{\alpha_1}{2}) \end{aligned}$$

iar valoarea medie :

$$U_{med} = \frac{1}{2} (U_{DD'} + U_{AA'}) = \frac{1}{2} U_{DD'} \left(1 + \cos \frac{\alpha_1}{2} \right).$$

La înfășurarea cu pas diametral

$$\alpha_1 = \frac{2\pi p}{Z} = \frac{4\pi}{20} = \frac{2\pi}{10},$$

deci raportul dintre amplitudinea pulsațiilor tensiunii și valoarea medie este :

$$\frac{\frac{1}{2} \Delta U}{U_{med}} = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{10}}{1 + \cos \frac{\pi}{10}} \approx 0,007.$$

La înfășurarea în trepte.

$$\alpha_1' = \frac{2\pi}{\frac{K}{p}} = \frac{2\pi}{20},$$

iar raportul dintre amplitudinea pulsațiilor tensiunii și valoarea medie este :

$$\frac{\frac{1}{2} \Delta U}{U_{med}} = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{20}}{1 + \cos \frac{\pi}{20}} \approx 0,006.$$

d) Cîmpul magnetic în piesa polară, a polului inductor, pulsează odată cu deplasarea indusului față de inductor. Din figura 6.10 rezultă că, datori-

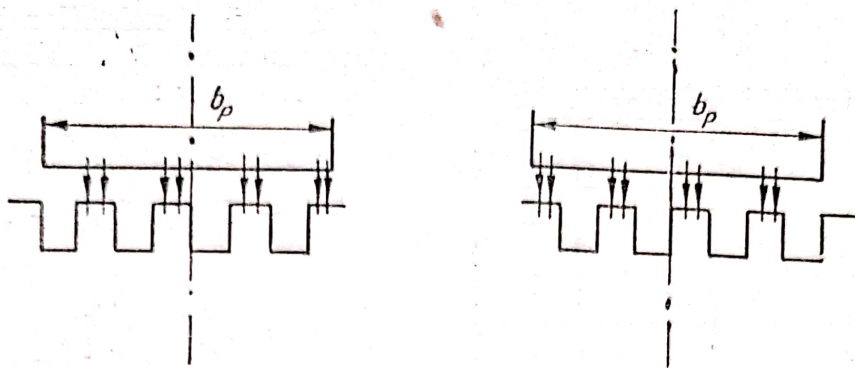


Figura 6.10.

tă prezenței creștăturilor, în piesa polară apar pulsații transversale ale câmpului magnetic. Pulsațiile câmpului magnetic au frecvența

$$f = Z \cdot n = 20 \cdot \frac{2\,000}{60} = 667 \text{ Hz.}$$

6.2. CARACTERISTICILE DE FUNCȚIONARE ALE GENERATOARELOR DE CURENT CONTINUU

6.6. Un generator derivație de curent continuu compensat are următoarele date nominale: puterea $P_n = 30 \text{ kW}$, tensiunea $U_n = 500 \text{ V}$, rezistența bobinajului indusului $R_i = 0,5 \Omega$. Caracteristica în sarcină pentru curentul exterior $I = 0$ este dată în tabelul 6.1.

TABELUL 6.1

$I_e [\text{A}]$	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
$U [\text{V}]$	205	315	390	445	485	515	540

Se cere să se determine:

- 1) valoarea curentului de excitație la funcționarea în sarcină nominală;
- 2) creșterea tensiunii la borne prin trecerea generatorului de la funcționarea în sarcină nominală la funcționarea în gol, rezistența circuitului de excitație rămânând neschimbată.

Soluție. 1) Curentul nominal al generatorului are valoarea:

$$I_n = \frac{P_n}{U_n} = \frac{30 \cdot 10^3}{500} = 60 \text{ A.}$$

Caracteristica în sarcină pentru curentul debitat $I = 0$ are ecuația

$$U_b = U_e - R_i I_e \quad (1)$$

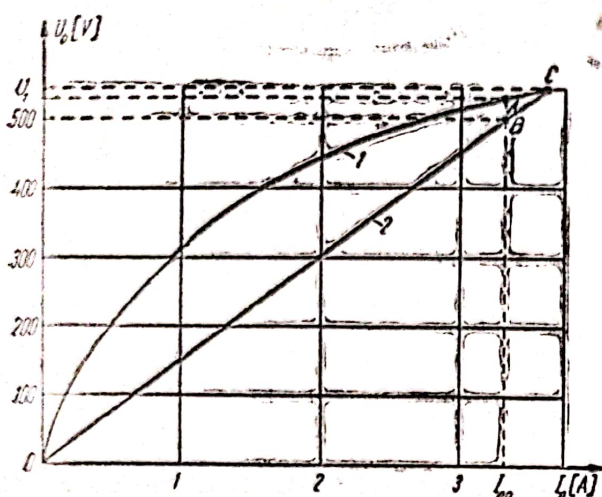


Figura 6.11.

onării în sarcină. Caracteristica în gol pentru $I = 0$ a fost reprezentată în figura 6.11-curba notată cu (1).

Punctul A corespunzător unei tensiuni $U = 530$ V, indică valoarea curentului de excitație corespunzător sarcinii nominale $I_{en} = 3,35$ A.

2) În cazul deconectării sarcinii, punctul de funcționare se deplasează pe caracteristica în gol, corespunzătoare curentului de sarcină nul, la intersecția acestei caracteristici cu caracteristica circuitului de excitație $U = R_e I_e$.

Caracteristica circuitului de excitație se determină grafic (v. fig. 6.11 curba notată cu (2)) unind originea axelor de coordonate cu punctul de funcționare în sarcină nominală B (punctul B corespunde tensiunii nominale U_n și curentului de excitație nominal I_{en}). Intersecția celor două curbe determină noul punct de funcționare (punctul C) — căruia îi corespunde tensiunea $U_1 = 545$ V.

Creșterea tensiunii la borne este:

$$\Delta U = U_1 - U_n = 545 - 500 = 45 \text{ V}$$

sau în procente:

$$\Delta U = \frac{U_1 - U_n}{U_n} 100 = \frac{545 - 500}{500} 100 = 9\%.$$

6.7. Un generator derivație de curent continuu este utilizat pe o aeronavă fiind acționat la o turație variabilă cuprinsă între $n_1 = 4\,500$ rot/min și $n_2 = 8\,000$ rot/min.

Puterea nominală a generatorului este $P_n = 9$ kW, iar tensiunea la borne are valoarea $U_b = 30$ V și este menținută constantă la oricare turație sau sarcină cu ajutorul reostatului de excitație a cărui rezistență minimă este $R_{em} = 0,75 \, \Omega$. Rezistențele înfășurărilor generatorului sînt:

- rezistența înfășurării de excitație $R_e = 2,5 \, \Omega$;
- rezistența înfășurării polilor de comutație $R_k = 0,004 \, \Omega$.
- rezistența circuitului indusului $R_i = 0,012 \, \Omega$.

Ecuția tensiunilor la funcționarea în sarcină nominală a generatorului este:

$$\begin{aligned} U_e &= U_n + R_i(I_n + I_{en}) = \\ &= U_n + R_i I_n + R_i I_{en} \end{aligned}$$

sau

$$\begin{aligned} U_e - R_i I_{en} &= U_n + R_i I_n = \\ &= 500 + 0,5 \cdot 60 = 530 \text{ V. } (2) \end{aligned}$$

Din relația (2) se determină valoarea tensiunii la bornele mașinii la funcționarea în gol cu curentul de excitație corespunzător funcți-

Caracteristica în gol a mașinii la turația $n_2 = 8\,000$ rot/min este prezentată în tabelul 6.2.

TABELUL 6.2

I_e [A]	0	2	4	5	6	8	11,7
U_b [V]	2	36	61	67,2	71	76	81

La funcționarea mașinii în sarcină nominală la turația $n_1 = 4\,500$ rot/min curentul de excitație este $i_e = 7,5$ A.

Se cere să se determine

1. valoarea maximă a rezistenței reostatului de excitație;
2. valoarea maximă a puterii transmise circuitului de excitație;
3. curentul de excitație suplimentar necesar compensării reacției demagnetizante a indusului.

Soluție. 1. Deoarece mașina funcționează la turație variabilă între două turații limită n_1 și n_2 ($n_1 < n_2$) ținând seama că expresia tensiunii la borne a generatorului este:

$$U_b = U_e - R(I + I_e) = kn\Phi - (R_k + R_i)(I + I_e) = \text{const.}$$

rezultă că la turația maximă $n_1 = 8\,000$ rot/min și la curentul de sarcină $I = 0$, fluxul magnetic necesar pentru a menține constantă valoarea tensiunii la borne $U_b = 30$ V, atinge o valoare minimă.

În figura 6.12 s-a reprezentat caracteristica în gol a mașinii $U_b = f(I_e)$ pentru $I_n = 0$ și $n_2 = 8\,000$ rot/min — curba (1) și caracteristica circuitului de excitație $U_b = R_e I_e = f(I_e)$ — curba (2).

Cele două caracteristici se intersectează în punctul corespunzător tensiunii $U_b = 30$ V.

Din figura 6.12 rezultă:

$$R'_e = \frac{U_b}{I_e} = \frac{30}{1,7} = 17,65 \, \Omega;$$

valoarea maximă a rezistenței reostatului de excitație rezultă din relația:

$$R_{eM} = R'_e - R_e = 17,65 - 2,5 = 17,45 \, \Omega.$$

2. Tensiunea la bornele circuitului de excitație fiind constantă $U_b = 30$ V circuitul de excitație primește putere electrică maximă în regimul în care curentul de excitație este maxim.

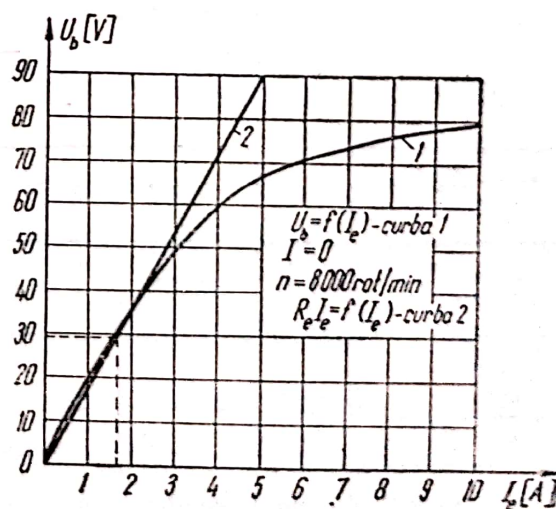


Figura 6.12.

Curentul de excitație maxim are valoarea :

$$I_{eM} = \frac{U_b}{R_{em} + R_e} = \frac{30}{0,75 + 2,5} = 9,23 \text{ A};$$

puterea maximă transmisă circuitului de excitație este :

$$P_{en} = U_b \cdot I_{en} = 30 \cdot 9,23 = 277 \text{ W}.$$

3) Considerînd circuitul de sarcină deschis ($I = 0$), expresia tensiunii la borne a generatorului este :

$$U_b = U_e - (R_k + R_i)I_e. \quad (1)$$

Din caracteristica de funcționare în gol $U_b = f(I_e)$ se poate determina caracteristica tensiunii electromotoare de mers în gol a generatorului derivație $U_{e2} = f(I_e)$ în cazul cînd ar funcționa la turația $n_2 = 8000 \text{ rot/min}$ cu excitație independentă :

$$U_{e2n} = U_{bn} + (R_k + R_i)I_e.$$

Ținînd seama că tensiunea electromotoare este direct proporțională cu fluxul magnetic Φ și turația n :

$$U_e = kn\Phi$$

caracteristica de mers în gol la turația $n_1 = 4500 \text{ rot/min}$ se determină din caracteristica $U_{e2n} = f(I_e)$ în cazul în care mașina este excitată independent $U_{e1n} = f(I_e)$.

Cu ajutorul acestei caracteristici și ținînd seama de relația (1) se determină caracteristica de mers în gol a generatorului derivație la turația $n_1 = 4500 \text{ rot/min}$ — $U_{b1} = f(I_e)$.

Calcululele sînt prezentate separat în tabelul 6.3.

TABELUL 6.3

$i_e(\text{A})$	0	2	4	5	6	8	11,7
$U_b[\text{V}]$	2	36	61	67,2	71	76	81
$(R_k + R_i)i_e = 0,016i_e[\text{V}]$	0	0,032	0,064	0,08	0,096	0,128	0,1875
$U_{e2n} = U_b + 0,016i_e[\text{V}]$	2	36,032	61,064	67,28	71,096	76,128	81,1875
$U_{e1n} = \frac{n_1}{n_2} U_{e2n}[\text{V}]$	1,25	20,3	34,4	37,9	40	42,85	45,6
$U_{b1} = U_{e1n} - 0,016i_e[\text{V}]$	1,25	20,268	34,336	37,82	39,904	42,722	45,4125

Caracteristica $U_{b1} = f(I_e)$ pentru $I = 0$ și $n_1 = 4500$ rot/min este reprezentată în figura 6.13.

În figura 6.13 s-a mai reprezentat și punctul de funcționare în sarcină $A(I_e = 7,5 \text{ A}; U_b = 30 \text{ V})$.

La funcționarea în sarcină, tensiunea electromotoare indusă este:

$$U_{e2n} = U_{bn} + (R_b + R_i)I_n.$$

Pentru $U_{e2n} = 30 + (0,004 + 0,012) \cdot \frac{9000}{30} = 34,8 \text{ V}$ rezultă din figura 6.13 valoarea curentului de excitație $I_{en} = 4,2 \text{ A}$.

Prin urmare curentul de excitație suplimentar, necesar compensării reacției indusului este:

$$I_{es} = I_e - I_{en} = 7,5 - 4,2 = 3,3 \text{ A}.$$

6.8. Două generatoare de curent continuu cu excitație independentă funcționează în paralel; curenții din indus sînt egali și au valoarea $I = 250 \text{ A}$, iar tensiunea la borne $U = 230 \text{ V}$.

Rezistențele înfășurării indusului celor două generatoare au valorile $R_{i1} = 0,015 \Omega$, respectiv $R_{i2} = 0,04 \Omega$.

Se cere să se determine sarcinile celor două generatoare în cazul în care curentul cerut de rețeaua alimentată se dublează.

Cum se modifică în acest caz tensiunea rețelei știind că regimul de excitație al mașinilor rămîne neschimbat iar mașinile sînt compensate.

Soluție. Curentul debitat în rețea de cele două generatoare conectate în paralel este:

$$I = I_1 + I_2 = 2 \cdot 250 = 500 \text{ A}$$

iar ecuația tensiunilor în regimul de funcționare ca generator în cazul neglijării căderii de tensiune la perii, este:

$$U = U_e - R_i I \quad (1)$$

Tensiunea electromotoare indusă în fiecare generator în regimul de funcționare considerat are valoarea:

$$U_{e1} = U + R_{i1} I_1 = 230 + 0,015 \cdot 250 = 233,75 \text{ V}$$

respectiv:

$$U_{e2} = U + R_{i2} I_2 = 230 + 0,04 \cdot 250 = 240 \text{ V}.$$

Curentul cerut de rețea în noul regim de funcționare este:

$$I' = I'_1 + I'_2 = 2I = 2 \cdot 500 = 1000 \text{ A}. \quad (2)$$

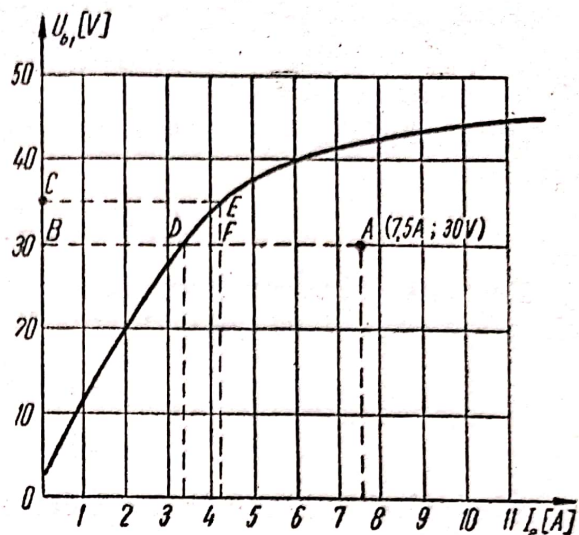


Figura 6.13.

Deoarece curentul de excitație și turația generatorului rămân neschimbate în noul regim de funcționare, tensiunile electromotoare induse își mențin de asemenea valoarea.

Din condiția de egalitate a tensiunilor la borne la funcționarea în paralel rezultă ecuația :

$$U_{e1} - R_{i1} I'_1 = U_{e2} - R_{i2} I'_2. \quad (3)$$

Rezolvând sistemul format de ecuațiile (2) și (3) se obține repartitia curenților între cele două generatoare în noul regim, și anume :

$$I'_1 = 613,5 \text{ A},$$

$$I'_2 = 386,5 \text{ A}.$$

Tensiunea la borne în acest caz are valoarea :

$$U' = U_{e1} - R_{i1} I'_1 = U_{e2} - R_{i1} I'_2 = 224,5 \text{ V}.$$

Se observă că generatorul care are caracteristica externă mai puțin căzătoare ($R_{i1} < R_{i2}$) se încarcă mai mult. Pentru echilibrarea sarcinilor este necesar să se modifice curenții de excitație ai mașinilor.

De asemenea, cum era de așteptat, creșterea sarcinii comune a determinat o reducere a tensiunii la borne a sistemului format de cele două generatoare funcționând în paralel.

6.9. Două generatoare de curent continuu cu excitație independentă au următoarele date la funcționarea în gol :

$$U'_{e1} = 127 \text{ V}$$

$$U'_{e2} = 130 \text{ V}$$

$$I'_{e1} = 1,5 \text{ A}$$

$$I'_{e2} = 1,5 \text{ A}.$$

Rezistențele indusurilor celor două mașini au valorile

$$R_{i1} = 0,6 \Omega \text{ și } R_{i2} = 0,5 \Omega.$$

Cele două generatoare funcționează în paralel pe o rețea proprie, tensiunea la borne fiind $U_b = 120 \text{ V}$.

Se cere să se determine :

1. valoarea rezistenței echivalente a rețelei în cazul în care curenții de excitație ai celor două mașini au aceeași valoare și anume $I_{e1} = I_{e2} = 1,5 \text{ A}$.
2. curenții debitați de cele două generatoare în cazul de mai sus ;
3. valorile curenților de excitație ai celor două generatoare pentru ca pe aceeași rețea și la aceeași tensiune la borne, mașinile să debiteze același curent.

Se consideră că generatoarele sînt compensate, iar caracteristicile magnetice sînt liniare pe zona de funcționare a mașinilor.

Soluție. Notînd cu I curentul total debitat de cele două generatoare, cu I_{i1} și I_{i2} curenții prin indusurile celor două mașini, cu R_i rezisten-

ta echivalentă a rețelei, cu U_{e1} și U_{e2} tensiunile electromotoare ale celor două generatoare, ecuațiile tensiunilor generatoarelor sînt:

$$\begin{cases} U_b = R_r(I_{i1} + I_{i2}) \\ U_b = U_{e1} - R_{i1}I_{i1} = U_{e2} - R_{i2}I_{i2}. \end{cases}$$

Rezolvînd sistemul de ecuații în raport cu I_{i1} și I_{i2} se obțin curenții debitați de cele două mașini:

$$I_{i1} = \frac{U_{e1}(R_r + R_{i2}) - U_{e2}R_r}{R_r(R_{i1} + R_{i2}) + R_{i1}R_{i2}} \quad (1)$$

$$I_{i2} = \frac{U_{e2}(R_r + R_{i1}) - U_{e1}R_r}{R_r(R_{i1} + R_{i2}) + R_{i1}R_{i2}} \quad (2)$$

și expresia tensiunii la borne:

$$U_b = \frac{R_r(R_{i2}U_{e1} + R_{i1}U_{e2})}{R_r(R_{i1} + R_{i2}) + R_{i1}R_{i2}}. \quad (3)$$

1) Cunoscînd valorile tensiunilor electromotoare $U'_{e1} = 127$ V și $U_{e2} = 130$ V și valoarea tensiunii la borne $U'_b = 120$ V din relația (3) se obține rezistența echivalentă a rețelei pe care debitează cele două generatoare:

$$R_r = \frac{U_b R_{i1} R_{i2}}{R_{i2}U'_{e1} + R_{i1}U'_{e2} - U'_b(R_{i1} + R_{i2})} = \frac{120 \cdot 0,6 \cdot 0,5}{0,5 \cdot 127 + 0,6 \cdot 130 - 120(0,6 + 0,5)} = 3,79 \, \Omega.$$

2) Curenții debitați de cele două generatoare se obțin cu ajutorul relațiilor (1), respectiv (2). Curentul debitat de prima mașină are valoarea:

$$I_{i1} = \frac{127(3,79 + 0,5) - 130 \cdot 3,79}{3,79(0,6 + 0,5) + 0,6 \cdot 0,5} = 11,6 \, \text{A}.$$

Curentul total debitat de cele două generatoare are valoarea

$$I = \frac{U'_b}{R_r} = \frac{120}{3,79} = 31,6 \, \text{A}$$

iar curentul debitat de al doilea generator are valoarea:

$$I_{i2} = I - I_{i1} = 31,6 - 11,6 = 20 \, \text{A}.$$

3) Din condiția ca cele două mașini să debiteze aceiași curenți conform relațiilor (1) și (2) se obține:

$$U_{e1}(R_r + R_{i2}) - U_{e2}R_r = U_{e2}(R_r + R_{i1}) - U_{e1}R_r$$

sau

$$\frac{U_{e1}}{U_{e2}} = \frac{2R_r + R_{i1}}{2R_r + R_{i2}} = \frac{2 \cdot 3,79 + 0,6}{2 \cdot 3,79 + 0,5} = 1,01.$$

Introducând această relație în expresia (3) se obțin valorile celor două tensiuni electromotoare necesare pentru a menține la borne tensiunea $U_b = 120$ V, iar cele două generatoare să debiteze același curent :

$$U'_{e1} = 129,5 \text{ V} \quad \text{și} \quad U'_{e2} = 128 \text{ V}.$$

Ținând seama de ipoteza prin care se consideră liniare caracteristicile de magnetizare, rezultă :

$$\frac{U'_{e1}}{U''_{e1}} = \frac{i'_{e1}}{i''_{e1}} \quad \text{și} \quad \frac{U'_{e2}}{U''_{e2}} = \frac{i'_{e2}}{i''_{e2}};$$

prin urmare curenții de excitație pentru cele două generatoare trebuie să aibe valorile :

$$i''_{e1} = \frac{U''_{e1}}{U'_{e1}} i'_{e1} = \frac{129,5}{127} \cdot 1,5 = 1,525 \text{ A},$$

$$i''_{e2} = \frac{U''_{e2}}{U'_{e2}} i'_{e2} = \frac{128}{130} \cdot 1,5 = 1,475 \text{ A}.$$

6.3. REGIMURI TRANZITORII LA GENERATOARELE DE CURENT CONTINUU

6.10. Un generator derivație de curent continuu are la turația nominală, tensiunea remanentă $U_r = 20$ V și tensiunea la borne $U_b = 120$ V la curentul de excitație $I_e = 10$ A.

Constanta de timp proprie a circuitului de excitație este $T_e = L_e/R_e = 0,3$ s. Caracteristica în gol a mașinii se presupune liniară.

Se cere să se determine curba curentului de excitație în regim tranzitoriu după închiderea circuitului de excitație și curba tensiunii la bornele indusului.

Soluție. Caracteristica în gol fiind presupusă liniară are ecuația :

$$u = U_r + k i_e; \quad (1)$$

constanta k se determină din condiția ca :

$$u = U_b = 120 \text{ V pentru } i_e = I_e = 10 \text{ A}.$$

Prin urmare :

$$120 = 20 + k \cdot 10$$

de unde :

$$k = 10 \text{ } \Omega.$$

Înlocuind în relația (1) rezultă

$$u = 20 + 10 i_e. \quad (2)$$

În figura 6.14 s-a reprezentat grafic caracteristica în gol a mașinii $u(i_e)$ — care în cazul de față este o dreaptă — precum și dreapta circuitului de excitație, definită de relația

$$u = R_e i_e. \quad (3)$$

În regimul tranzitoriu de autoexcitație, ecuația tensiunilor circuitului de excitație este:

$$u = R_e i_e + L_e \frac{di_e}{dt}. \quad (4)$$

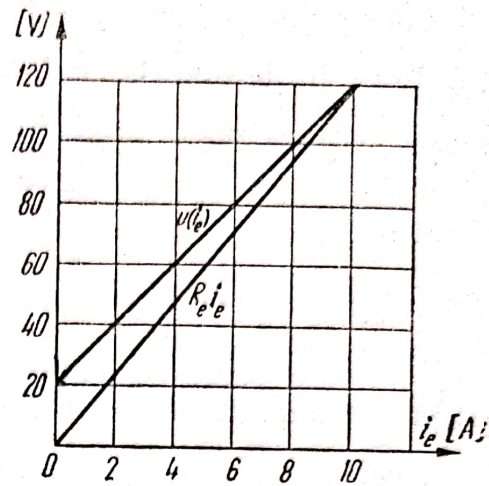


Figura 6.14.

Dacă se neglijează căderea de tensiune din indus produsă de curentul de excitație, tensiunea la bornele mașinii este egală cu tensiunea la funcționarea în gol. Astfel se poate înlocui în relația (4) tensiunea u dată de relația (1) și se obține

$$U_r + k i_e = R_e i_e + L_e \frac{di_e}{dt} \quad (5)$$

sau

$$U_r = (R_e - k)i_e + L_e \frac{di_e}{dt}. \quad (6)$$

Soluția ecuației (6) este:

$$i_e = I_e \left(1 - e^{-\frac{t}{T'_e}} \right) \quad (7)$$

în care s-a notat cu

$$T'_e = \frac{L_e}{R_e - k}.$$

Rezistența circuitului de excitație este:

$$R_e = \frac{U_b}{I_e} = \frac{120}{10} = 12 \, \Omega$$

inductivitatea

$$L_e = R_e T_e = 10 \cdot 0,3 = 3 \, \text{H}$$

iar constanta de timp T'_e

$$T'_e = \frac{L_e}{R_e - k} = \frac{3}{12 - 10} = 1,5 \, \text{s}. \quad (8)$$

Înlocuind pe T'_e în expresia (7), obținută pentru curentul de excitație, rezultă:

$$i_e = 10 \left(1 - e^{-\frac{t}{1,5}} \right).$$

Constanta de timp $T'_e = 1,5$ s cu care se stabilește curentul prin circuitul de excitație este de $\frac{T'_e}{T_e} = \frac{1,5}{0,3} = 5$ ori mai mare decât constanta de timp proprie $T_e = 0,3$ s a circuitului de excitație.

Tensiunea la borne se obține prin înlocuirea curentului i_e în relația (2); rezultă:

$$u = 20 + 100 \left(1 - e^{-\frac{t}{1,5}} \right)$$

În figura 6.15 s-a reprezentat grafic curba curentului de excitație și curba tensiunii la borne în funcție de timp.

6.11. Un generator de curent continuu, cu excitație derivație, funcționează în gol avînd tensiunea la borne $U_{b1} = 120$ V pentru un curent de excitație $I_e = 10$ A. Caracteristica de mers în gol a mașinii este liniară, tensiunea remanentă este $U_r = 20$ V, iar constanta de timp a circuitului de excitație are valoarea $T_e = 0,5$ s.

Se introduce brusc în circuitul de excitație o rezistență suplimentară astfel încît tensiunea la borne scade în regim staționar la valoarea $U'_b = 60$ V

Se cere să se determine curba de variație în timp a tensiunii la borne.

Soluție. Caracteristica de mers în gol fiind liniară și cunoscînd punctele A și B prin care trece (v. fig. 6.16) se poate determina ecuația dreptei:

$$u_b = k i_e + U_r \quad (1)$$

în care

$$k = \operatorname{tg} \alpha = \frac{U_{b1} - U_r}{I_e} = \frac{120 - 20}{10} = 10 \text{ } \Omega$$

rezultînd

$$u_b = 10 i_e + 20. \quad (1')$$

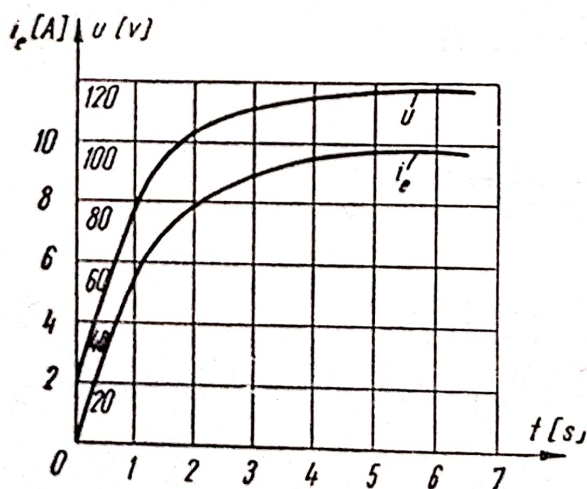


Figura 6.15.

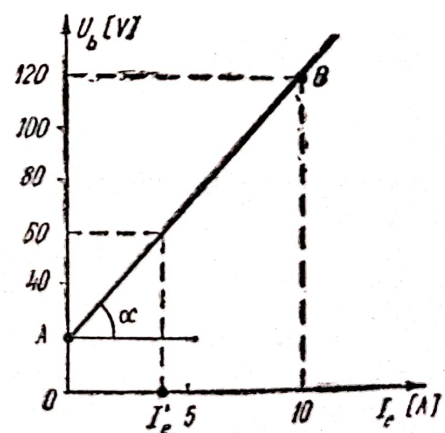


Figura 6.16.

În regim tranzitoriu ecuația circuitului de excitație este :

$$L_e \frac{di_e}{dt} + (R_e + R)i_e = u_b.$$

Înlocuind pe u_b din ecuația (1), rezultă ecuația :

$$\frac{L_e}{R_e + R - k} \cdot \frac{di_e}{dt} + i_e = \frac{U_r}{R_e + R - k} \quad (2)$$

cu soluția :

$$i_e = I_{e1} + (I_e - I_{e1}) e^{-\frac{t}{T'_e}}$$

unde s-a notat cu :

$$T'_e = \frac{L_e}{R_e + R - k}; \quad I_e = \frac{U_{b1}}{R_e}; \quad I_{e1} = \frac{U_r}{R_e + R - k}.$$

În cazul problemei date rezultă :

— rezistența R_e a circuitului de excitație

$$R_e = \frac{U_{b1}}{I_e} = \frac{120}{10} = 12 \, \Omega,$$

— rezistența circuitului de excitație după introducerea rezistenței R :

$$R + R_e = \frac{U'_b}{I_e} = \frac{U'_b \operatorname{tg} \alpha}{U'_b - U_r} = \frac{60 \cdot 10}{60 - 20} = 15 \, \Omega,$$

— inductivitatea circuitului de excitație

$$L_e = T_e R_e = 0,5 \cdot 12 = 6 \, \text{H}$$

— constanta de timp

$$T'_e = \frac{6}{15 - 10} = 1,2 \, \text{s},$$

— curentul de excitație în regim final

$$I_{e1} = \frac{20}{15 - 10} = 4 \, \text{A}.$$

Prin urmare în regim tranzitoriu curentul de excitație are expresia :

$$i_e = 4 + (10 - 4) e^{-\frac{5}{6} t}. \quad (3)$$

Înlocuind soluția (3) în ecuația (1') a tensiunii la borne se obține

$$u_b = 60 \left(1 + e^{-\frac{5}{6} t} \right).$$

În figura 6.17 s-a reprezentat grafic tensiunea la borne u_b în funcție de timp.

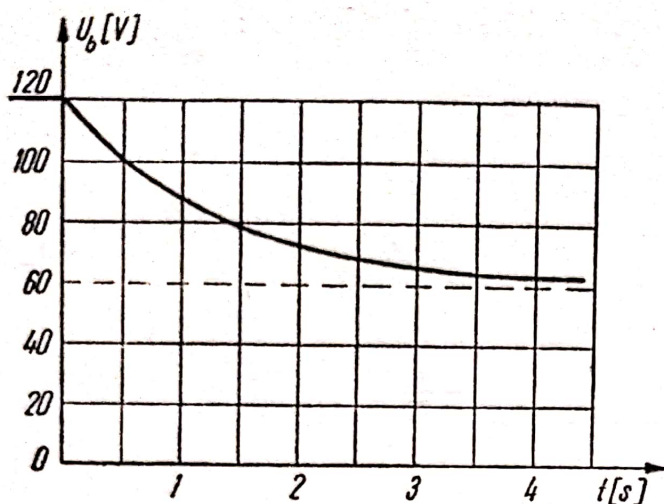


Figura 6.17.

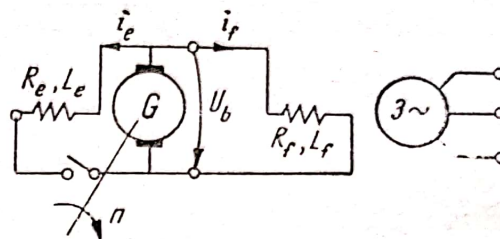


Figura 6.18.

6.12. Un generator de curent continuu derivație funcționează la turație constantă și are tensiunea la borne în sarcină $U_b = 400$ V la curentul de excitație $I_e = 10$ A; tensiunea remanentă este $U_r = 10$ V, iar rezistența înășurării indusului are valoarea $R_i = 0,05 \Omega$. Constanta de timp a circuitului de excitație este $T_e = 0,5$ s. Generatorul alimentează înfășurarea de excitație a unei mașini sincrone (v. fig. 6.18) cu parametrii:

- rezistența $R_f = 1 \Omega$
- constanta de timp $T_f = 6$ s.

Se cere să se determine curba curentului de excitație i_f al mașinii sincrone după închiderea circuitului de excitație al generatorului derivație pe tensiunea remanentă U_r , în ipoteza că acest generator are caracteristica magnetică liniară.

Se neglijează constanta de timp a circuitului indusului mașinii de curent continuu.

Soluție. Ținând seama că la funcționarea în sarcină tensiunea la bornele generatorului este $U_b = 400$ V rezultă următoarele:

- rezistența circuitului de excitație:

$$R_e = \frac{U_b}{I_e} = \frac{400}{10} = 40 \Omega,$$

- inductivitatea circuitului de excitație

$$L_e = T_e R_e = 0,5 \cdot 40 = 20 \text{ H},$$

- curentul prin circuitul de excitație al mașinii sincrone este:

$$I_f = \frac{U_b}{R_f} = \frac{400}{1} = 400 \text{ A},$$

- inductivitatea circuitului de excitație al mașinii sincrone:

$$L_f = T_f R_f = 6 \cdot 1 = 6 \text{ H}$$

— tensiunea electromotoare a generatorului la funcționarea în sarcină nominală :

$$U_e = U_b + R_i (I_e + I_f) = 400 + 0,05(10 + 400) = 420,5 \text{ V.}$$

La funcționarea mașinii în regim tranzitoriu ecuația tensiunii electromotoare este :

$$u_e = a i_e + b \quad (1)$$

Constantele a și b se determină din condiția ca această dreaptă să treacă prin punctele $(0 ; 10)$ și $(10 ; 420,5)$ rezultînd astfel ecuația :

$$u_e = 41,05 i_e + 10. \quad (1')$$

Ecuatiile tensiunilor, scrise pentru cele trei ramuri ale schemei electrice (fig. 6.18) sînt :

— ecuația circuitului de excitație a generatorului

$$u_b = R_e i_e + L_e \frac{di_e}{dt}, \quad (2)$$

— ecuația de tensiuni a generatorului

$$u_b = u_e - R_i (i_e + i_f). \quad (3)$$

— ecuația circuitului de sarcină

$$u_b = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt}. \quad (4)$$

Sistemul de ecuații (1) ... (4) are necunoscutele u_b , u_e , i_e , i_f , iar condițiile inițiale la $t = 0$ sînt :

$$U_e = U_r - R_i I_{f0}; \quad I_{f0} = \frac{U_r}{R_i + R_f}$$

$$i_e = 0; \quad \frac{di_f}{dt} = 0.$$

Din ecuațiile (1), (3) și (4) rezultă :

$$a i_e + b - R_i i_e - R_i i_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt}$$

sau

$$i_e = \frac{L_f}{a - R_i} \cdot \frac{di_f}{dt} + \frac{R_f + R_i}{a - R_i} i_f - \frac{b}{a - R_i}. \quad (5)$$

Din ecuațiile (2) și (3) se obține :

$$(a - R_i - R_e) i_e + b - R_i i_f = L \frac{di_e}{dt}. \quad (6)$$

Cu i_e dat de relația (5) se obține :

$$(a - R_i - R_e) \left[\frac{L_f}{a - R_i} \frac{di_f}{dt} + \frac{R_f + R_i}{a - R_i} i_f - \frac{b}{a - R_i} \right] + b - R_i i_f = \\ = L_e \frac{L_f}{a - R_i} \frac{d^2 i_f}{dt^2} + L_e \frac{R_f + R_i}{a - R_i} \frac{di_f}{dt}$$

sau

$$L_e L_f \frac{d^2 i_f}{dt^2} + [L_e (R_f + R_i) - (a - R_f - R_i) L_f] \frac{di_f}{dt} - \\ - [(a - R_i - R_e)(R_f + R_i) - R_i(a - R_i)] i_f = b R_e.$$

Cu datele problemei, se obține

$$2,92 \frac{d^2 i_f}{dt^2} + 0,37 \frac{di_f}{dt} + 0,024 i_f = 9,76.$$

Soluțiile acestei ecuații sînt de forma :

$$i_f = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t} + C_3$$

unde

$$r_1 = -0,633 + j 0,649$$

și

$$r_2 = -0,633 - j 0,649$$

sînt soluțiile ecuației caracteristice.

Cu acestea, soluția devine

$$i_f = e^{-0,633t} [D_1 \sin (0,649 t) + D_2 \cos (0,649 t)] + D_3.$$

Din condițiile inițiale

$$\begin{cases} t = 0 \\ \frac{di_f}{dt} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} t = 0 \\ i_f = \frac{U_r}{R_i + R_f} = \frac{10}{0,05 + 1} \end{cases}$$

și condiția la limită

$$\begin{cases} t \rightarrow \infty \\ i_f = 400 \text{ A} \end{cases}$$

rezultă :

$$D_1 = -382; \quad D_2 = -390; \quad D_3 = 400.$$

Deci ecuația curentului prin înfășurarea de excitație a mașinii sincrone este :

$$i_f = 400 - e^{-0,633t} [382 \sin (0,649 t) + 390 \cos (0,649 t)].$$

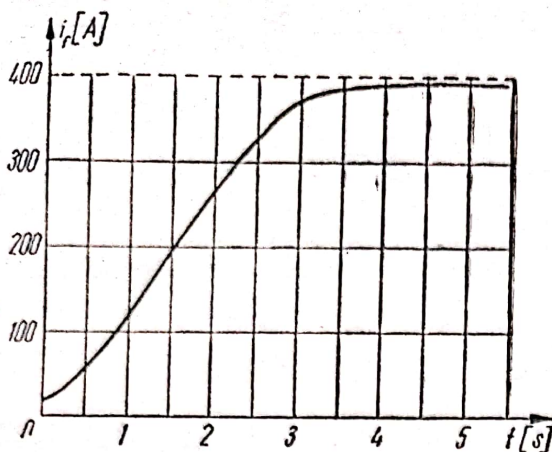


Figura 6.19.

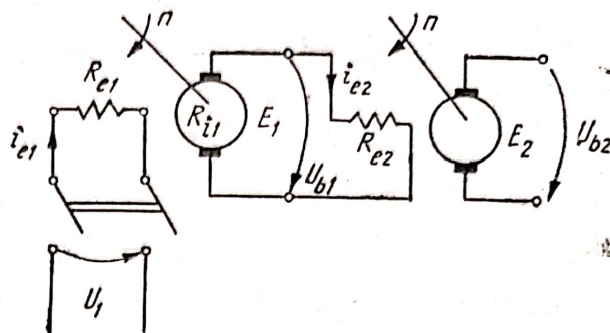


Figura 6.20.

În figura 6.19 s-a reprezentat grafic curba curentului de excitație i_e în funcție de timp.

6.13. Două excitatoare de curent continuu cu excitație separată au caracteristicile magnetice liniare și sînt conectate în cascadă (v. fig. 6.20). La funcționarea în gol, la turația n , excitatoarele au :

$$(E_1) \quad U_{b10} = 220 \text{ V}, \quad I_{e1} = 2 \text{ A}$$

$$(E_2) \quad U_{b20} = 400 \text{ V}, \quad I_{e2} = 10 \text{ A}$$

Rezistența indusului excitatoarei E_1 este $R_{i1} = 2 \Omega$, rezistențele circuitelor de excitație sînt $R_{e1} = 12 \Omega$ și $R_{e2} = 20 \Omega$, iar constantele de timp $T_{e1} = 0,2 \text{ s}$ și $T_{e2} = 0,8 \text{ s}$.

Se neglijează tensiunea remanentă, precum și constanta de timp a circuitului indusului excitatoarei E_1 .

Se alimentează înfășurarea de excitație a excitatoarei E_1 de la o sursă de tensiune constantă $U_1 = 24 \text{ V}$, iar excitatoarea E_2 funcționează în gol.

Se cere să se determine ecuația, în funcție de timp, a tensiunii la bornele excitatoarei E_2 .

Soluție. Deoarece se neglijează tensiunea remanentă, iar caracteristica magnetică se consideră liniară rezultă ecuațiile caracteristicilor de mers în gol ale generatoarelor

$$u_{e1} = \frac{U_{b10}}{I_{e1}} i_{e1} = \frac{220}{2} i_{e1} = 110 i_{e1} \quad (1)$$

$$u_{e2} = \frac{U_{b20}}{I_{e2}} i_{e2} = \frac{400}{10} i_{e2} = 40 i_{e2}. \quad (2)$$

Ecuația tensiunilor circuitului de excitație a mașinii E_1 în regim tranzitoriu este :

$$U_1 = R_{e1} i_{e1} + L_e \frac{di_{e1}}{dt}.$$

Cu condiția inițială la $t = 0$, $i_{e1} = 0$ și cu condiția la limită $t = \infty$,
 $i_{e1} = \frac{U_1}{R_{e1}} = \frac{24}{12} = 2 \text{ A}$; soluția ecuației este

$$i_{e1} = \frac{U_1}{R_{e1}} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_{e1}}} \right) = 2 \left(1 - e^{-\frac{t}{0,2}} \right). \quad (3)$$

Deci ecuația tensiunii electromotoare a excitatoarei E_1 folosind relațiile (1) și (3), este:

$$u_{e1} = U_{b10} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_{e1}}} \right).$$

Ecuația tensiunilor, în regim tranzitoriu, a circuitului de excitație pentru excitatoarea E_2 este:

$$u_{e1} = (R_{i1} + R_{e2}) i_{e2} + L_{e2} \frac{di_{e2}}{dt}$$

unde $L_{e2} = T_{e2} R_{e2} = 0,8 \cdot 20 = 16 \text{ H}$ reprezintă inductivitatea înfășurării de excitație a excitatoarei E_2 .

Prin urmare ecuația curentului i_{e2} este:

$$\frac{L_{e2}}{R_{i1} + R_{e2}} \frac{di_{e2}}{dt} + i_{e2} = I_{e2} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_{e1}}} \right).$$

Se notează cu $T_2 = \frac{L_{e2}}{R_{i1} + R_{e2}}$.

Cu condiția inițială la $t = 0$, $i_{e2} = 0$, și cu condiția la limită $t \rightarrow \infty$, $i_{e2} = \frac{U_{b10}}{R_{i1} + R_{e2}}$ soluția acestei ecuații este:

$$i_{e2} = I_{e2} \left[1 - \frac{T_{e1}}{T_2 - T_{e1}} e^{-\frac{t}{T_{e1}}} + \frac{T_2}{T_{e1} - T_2} e^{-\frac{t}{T_2}} \right].$$

Cu valorile numerice date în enunț, curentul de excitație are expresia:

$$i_{e2} = -13,80 e^{-\frac{t}{0,728}} + 10 + 13,80 e^{-\frac{t}{0,2}}. \quad (4)$$

Tensiunea la bornele excitatoarei E_2 , la funcționarea în gol este:

$$u_{b20} = U_{b20} \frac{i_{e2}}{I_{e2}},$$

sau

$$u_{b20} = -552 e^{-\frac{t}{0,728}} + 400 + 152 e^{-\frac{t}{0,2}}.$$

În figura 6.21. s-a reprezentat grafic tensiunea u_{b20} în funcție de timp.

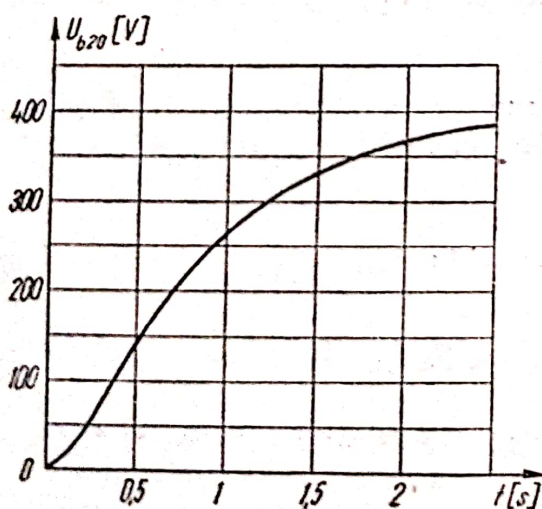


Figura 6.21.

6.4. CARACTERISTICILE DE FUNCȚIONARE ALE MOTOARELOR DE CURENȚ CONTINUU

6.14. Un motor serie de curent continuu cu caracteristica magnetică liniară are următoarele date nominale: cuplul electromagnetic $M_n = 480$ Nm tensiunea la borne $U_n = 500$ V, turația $n_n = 1800$ rot/min. Rezistența totală a circuitului format de înfășurarea indusului și înfășurarea de excitație este $R = 0,2 \Omega$.

Se cere să se determine caracteristica mecanică a motorului.

Soluție. Caracteristica magnetică fiind liniară rezultă expresia cuplului electromagnetic:

$$M = \frac{k_e}{2\pi} I^2$$

și expresia tensiunii electromotoare

$$U_e = k_e n I.$$

Din ecuația tensiunilor

$$k_e n I = U_n - R I$$

se obține expresia curentului:

$$I = \frac{U_n}{k_e n + R}.$$

Înlocuind această valoare în expresia cuplului obținem ecuația caracteristicii mecanice:

$$M = \frac{k_e}{2\pi} \frac{U_n^2}{(k_e n + R)^2}.$$

Cunoscînd punctul nominal de funcționare se determină constanta k_e :

$$480 = \frac{k_e}{2\pi} \frac{500^2}{\left(k_e \cdot \frac{1800}{60} + 0,2\right)^2}$$

obținîndu-se valoarea $k_e = 0,0778$.

Deci ecuația caracteristicii mecanice pentru motorul dat este:

$$M = \frac{3090}{(0,0778 n + 0,2)^2}.$$

Curba cuplului electromagnetic este reprezentată în figura 6.22.

6.15. Un motor derivație de curent continuu are următoarele date nominale: $P_n = 20$ kW; $U_n = 220$ V.

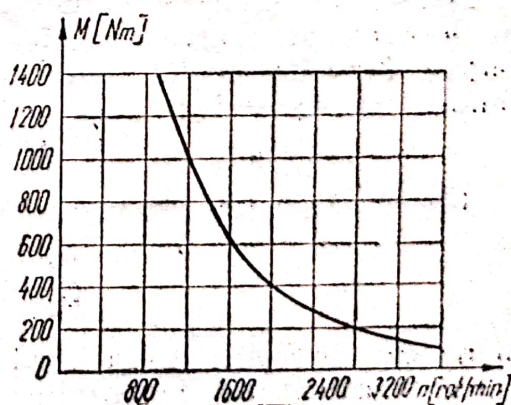


Figura 6.22.

Se cere să se determine rezistența reostatului de pornire din indus pentru regimul de pornire caracterizat de $I_p = 1,2 I_n$.

Se neglijează rezistența indusului. Randamentul motorului în regimul nominal este $\eta = 0,85$.

Soluție. — Curentul absorbit de motor în regimul nominal are valoarea :

$$I_n = \frac{P_n}{\eta U_n} = \frac{20 \cdot 10^3}{0,85 \cdot 220} = 107 \text{ A.}$$

— Valoarea curentului din indus este dată de relația :

$$I = \frac{U_n - U_e}{R'_i}.$$

La pornire, $n = 0$, deci tensiunea electromotoare indusă în mașină este nulă, rezultând :

$$I'_p = \frac{U_n}{R'_i}.$$

Pentru a se limita valoarea curentului de pornire se introduce în serie cu indusul un reostat de pornire astfel încît

$$I_p = 1,2 I_n = \frac{U_n}{R_i + R_p}.$$

Dacă se neglijează rezistența indusului rezultă valoarea rezistenței reostatului :

$$R_p = \frac{U_n}{1,2 I_n} = \frac{220}{1,2 \cdot 107} = 1,71 \text{ } \Omega.$$

6.16. Un motor derivație de curent continuu are următoarele date nominale: puterea nominală $P_n = 60 \text{ kW}$, tensiunea nominală $U_n = 550 \text{ V}$, randamentul $\eta = 0,9$, iar rezistența circuitului indusului este $R_i = 0,3 \text{ } \Omega$.

Se cere să se calculeze rezistența reostatului de pornire pentru ca mașina să pornească cu cuplul $M_p = 1,5 M_n$, la curentul de excitație nominal.

Soluție. Se numește curent de excitație nominal, valoarea curentului de excitație pentru care, în condiții nominale de tensiune și turație, mașina dezvoltă cuplul nominal, absorbind curentul nominal. Cuplul nominal are expresia :

$$M_n = k \Phi_n I_n.$$

Din condiția impusă pentru pornire :

$$\frac{M_p}{M_n} = \frac{k \Phi_n I_p}{k \Phi_n I_n} = 1,5$$

în ipoteza neglijării reacției indusului, fluxul rămîne constant și rezultă valoarea curentului de pornire :

$$I_p = 1,5 I_n.$$

Curentul nominal al mașinii are valoarea

$$I_n = \frac{P_n}{\eta U_n} = \frac{60 \cdot 10^3}{0,9 \cdot 550} = 121 \text{ A.}$$

Rezistența totală a circuitului indusului la pornire are valoarea :

$$R = R_p + R_i = \frac{U_n}{I_p} = \frac{U_n}{1,5 I_n} = \frac{550}{1,5 \cdot 121} = 3,025 \Omega$$

iar rezistența reostatului de pornire :

$$R_p = R - R_i = 3,025 - 0,3 = 2,725 \Omega.$$

6.17. Un motor derivație de curent continuu are următoarele date nominale: puterea $P_n = 15 \text{ kW}$, tensiunea $U_n = 220 \text{ V}$, randamentul $\eta_n = 0,862$. Rezistența înfășurării indusului are valoarea $R_i = 0,5 \Omega$, iar rezistența înfășurării de excitație $R_e = 40 \Omega$. Turația nominală a motorului este $n_n = 1200 \text{ rot/min}$.

Se cere să se determine valorile raportate ale cuplului de pornire și ale curentului de pornire în următoarele cazuri :

1) motorul este pornit prin cuplare directă la rețea (fig. 6.23, a).

2) motorul este pornit cu ajutorul unui reostat de pornire de valoare $R_p = 1,5 \Omega$, înfășurarea de excitație fiind conectată direct la rețea (fig. 6.23, b).

3) motorul este pornit cu ajutorul aceluiași reostat de pornire, însă înfășurarea de excitație este conectată la bornele indusului (fig. 6.23, c).

Se neglijează pierderile mecanice și în fier și se consideră că motorul are o caracteristică magnetică liniară.

Soluție. Curentul nominal al motorului are valoarea :

$$I_n = \frac{P_n}{\eta_n U_n} = \frac{15 \cdot 10^3}{0,862 \cdot 220} = 79,1 \text{ A}$$

iar cuplul nominal al motorului este :

$$M_n = \frac{P_n}{2\pi n_n} = \frac{15 \cdot 10^3}{2\pi \frac{1200}{60}} = 119,5 \text{ Nm}$$

1) În cazul pornirii directe curentul de pornire are valoarea :

$$I_{i1} = \frac{U_n}{R_i} = \frac{220}{0,5} = 440 \text{ A}$$

iar curentul absorbit de înfășurarea de excitație are valoarea :

$$I_{e1} = \frac{U_n}{R_e} = \frac{220}{40} = 5,5 \text{ A.}$$

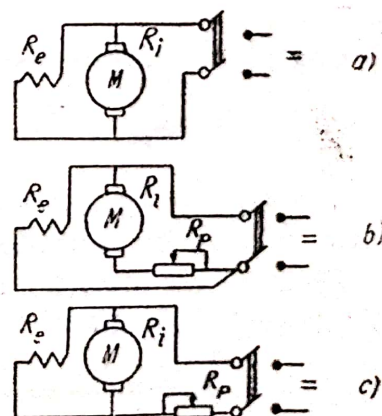


Figura 6.23.

Curentul total absorbit de mașină este :

$$I_1 = I_{i1} + I_{e1} = 440 + 5,5 = 445,5 \text{ A}$$

sau în unități relative

$$i_1 = \frac{I_1}{I_n} = \frac{445,5}{79,1} = 5,632 \text{ u.r.}$$

Considerînd caracteristica magnetică liniară, cuplul electromagnetic al motorului are expresia :

$$M = k_m \Phi I_i = k_m k_e I_e I_i = C_m I_e I_i.$$

Presupunînd același curent de excitație la funcționarea nominală, ca și la pornirea directă (întreaga tensiune la borne se aplică circuitului de excitație) rezultă cuplul de pornire calculat în unități relative :

$$m_{p1} = \frac{M_1}{M_n} = \frac{C_m I_{e1} I_{i1}}{C_m I_{en} I_{in}} = \frac{I_{i1}}{I_{in}} = \frac{440}{79,1 - 5,5} = 5,978$$

unde $I_{in} = I_n - I_{en}$ este curentul prin indus la funcționarea în sarcină nominală a motorului.

Se observă că, în cazul acestei porniri motorul este solicitat puternic din punct de vedere electric (curentul prin indus este mare) și mecanic (cuplul de pornire are o valoare mare față de cuplul nominal).

2) Curentul de pornire absorbit de indus în cazul pornirii cu reostat de pornire este :

$$I_{i2} = \frac{U_n}{R_p + R_i} = \frac{220}{1,5 + 0,5} = 110 \text{ A},$$

iar curentul de excitație rămîne neschimbat $I_{e2} = 5,5 \text{ A}$, deci curentul total absorbit de mașină va fi :

$$I_2 = I_{i2} + I_{e2} = 110 + 5,5 = 115,5 \text{ A}$$

sau în unități relative

$$i_2 = \frac{I_2}{I_n} = \frac{115,5}{79,1} = 1,46 \text{ u.r.}$$

Cuplul de pornire este :

$$m_{p2} = \frac{M_2}{M_n} = \frac{C_m I_{e2} I_{i2}}{C_m I_{en} I_{in}} = \frac{I_{i2}}{I_{in}} = \frac{110}{79,1 - 5,5} = 1,495.$$

Pornirea cu reostat de pornire conectat în serie cu indusul este avantajoasă, solicitările mecanice și electrice ale motorului fiind reduse.

3) Curentul absorbit de motor în cazul în care înfășurarea de excitație este conectată în paralel cu indusul are valoarea :

$$I_3 = \frac{U_n}{R_{echiv}} = \frac{U_n}{R_p + \frac{R_e R_i}{R_e + R_i}} = \frac{220}{1,5 + \frac{40 \cdot 0,5}{40 + 0,5}} = 110,3 \text{ A}$$

sau în unități relative

$$i_3 = \frac{I_3}{I_n} = \frac{110,3}{79,1} = 1,394 \text{ u.r.}$$

Curentul absorbit de indusul mașinii are valoarea :

$$I_{i3} = I_3 \frac{R_e}{R_e + R_i} = 110,3 \frac{40}{40 + 0,5} = 109 \text{ A}$$

iar curentul absorbit de înfășurarea de excitație este :

$$I_{e3} = I_3 - I_{i3} = 110,3 - 109 = 1,3 \text{ A.}$$

Valoarea relativă a cuplului de pornire va fi :

$$m_{p3} = \frac{M_3}{M_n} = \frac{C_m I_{e3} I_{i3}}{C_m I_{en} I_{in}} = \frac{I_{e3} I_{i3}}{I_{en} I_{in}} = \frac{1,3 \cdot 109}{5,5(79,1 - 5,5)} = 0,35.$$

Se observă că în cazul pornirii cu reostat și avînd înfășurarea de excitație conectată în paralel cu indusul, cuplul de pornire are o valoare redusă.

6.18. Un motor serie de curent continuu avînd puterea nominală $P_n = 60 \text{ kW}$ și tensiunea nominală $U_n = 440 \text{ V}$, are rezistența circuitului serie $R_s = 0,4 \Omega$.

Să se determine rezistența reostatului de pornire pentru ca mașina să dezvolte la pornire un cuplu $M_p = 1,5 M_n$. Se presupune mașina nesaturată. Randamentul motorului la sarcină nominală este $\eta_n = 0,9$.

Soluție. Curentul absorbit de motor în regimul nominal are valoarea :

$$I_n = \frac{P_n}{\eta_n U_n} = \frac{60 \cdot 10^3}{0,9 \cdot 440} = 151,5 \text{ A.}$$

Cuplul electromagnetic al mașinii de curent continuu se calculează cu expresia :

$$M = \frac{1}{2\pi} \frac{p}{a} N \Phi I \quad (1)$$

La motorul studiat, cu excitație serie, fluxul magnetic este produs de curentul I ; în cazul mașinii nesaturate se poate scrie :

$$\Phi = k_1 I$$

iar expresia (1) devine :

$$M = \frac{1}{2\pi} \frac{p}{a} N k_1 I^2 = k_2 I^2.$$

Curentul absorbit de motor la pornire este :

$$I_p = \frac{U_n}{R_p + R_s}$$

unde R_p este rezistența reostatului de pornire.

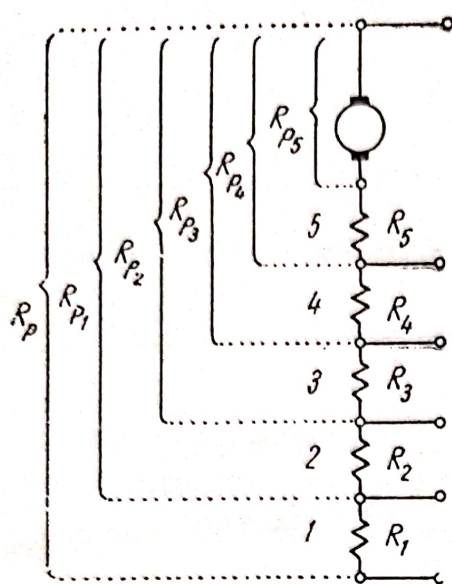


Figura 6.24.

Din condiția ca la pornire cuplul M_p să fie $1,5 M_n$ rezultă ecuația :

$$k_2 I_p^2 = 1,5 k_2 I_n^2$$

sau

$$\left(\frac{U_n}{R_p + R_s} \right)^2 = 1,5 I_n^2$$

cu soluția :

$$R_p = \frac{U - \sqrt{1,5} R_s I_n}{\sqrt{1,5} I_n} =$$

$$= \frac{440 - \sqrt{1,5} \cdot 0,4 \cdot 151,5}{\sqrt{1,5} \cdot 151,5} = 1,97 \Omega.$$

6.19. Un motor de curent continuu cu excitație independentă este pornit cu ajutorul unui reostat cu ploturi în cinci trepte (v. fig. 6.24).

Se cere să se determine valoarea ultimei trepte a reostatului introdus în circuitul indusului notată cu R_5 pentru ca să se asigure o pornire a mașinii între I_n și $2I_n$. Generalizare.

Soluție. Pentru ca la pornire să rezulte $I_p = 2I_n$, rezistența circuitului din indus trebuie să aibă valoarea :

$$R_p = \frac{U_n}{2 I_n}.$$

Mașina funcționează cu rezistența R_p în indus pînă în momentul în care valoarea curentului din indus scade la I_n ; în acest moment tensiunea electromotoare are valoarea

$$U_{e1} = U_n - R_p I_n$$

și se scoate prima treaptă a reostatului, rămînînd în circuit rezistența R_{p1} determinată din condiția ca după comutare, valoarea maximă a curentului să fie $2I_n$; rezultă :

$$R_{p1} = \frac{U_n - U_e}{2 I_n} = \frac{U_n - U_n + R_p I_n}{2 I_n} = \frac{R_p}{2}.$$

Deci valoarea rezistenței cu reostatul conectat pe prima treaptă este :

$$R_1 = R_p - \frac{R_p}{2} = \frac{R_p}{2}.$$

În continuare turația motorului crește, iar curentul scade pînă la valoarea I_n , mașina avînd în acest moment tensiunea electromotoare :

$$U_{e2} = U_n - R_{p1} I_n.$$

Se scoate a doua treaptă a reostatului, rămânând în circuit o rezistență R_{p2} determinată din condiția ca valoarea maximă a curentului să fie egală cu $2 I_n$:

$$R_{p2} = \frac{U_n - U_{e2}}{2I_n} = \frac{U_n - U_n + R_{p1}I_n}{2I_n} = \frac{R_{p1}}{2} = \frac{R_p}{4}.$$

Deci cu reostatul conectat pe treapta a doua circuitul are rezistența:

$$R_2 = R_{p1} - R_{p2} = \frac{R_p}{2} - \frac{R_p}{4} = \frac{R_p}{4}.$$

În mod analog se obține rezistența corespunzătoare treptei a treia a reostatului:

$$R_3 = R_{p2} - R_{p3} = \frac{R_p}{4} - \frac{R_p}{8} = \frac{R_p}{8}.$$

și rezistența corespunzătoare treptei a 4-a a reostatului de pornire:

$$R_4 = R_{p2} - R_{p4} = \frac{R_p}{8} - \frac{R_p}{16} = \frac{R_p}{16}.$$

La următoarea comutare a reostatului, acesta este scos din circuit rămânând numai rezistența indusului.

Prin urmare:

$$R_{p5} = R_i$$

iar rezistența treptei a cincia este

$$R_5 = R_{p4} - R_i = \frac{R_p}{16} - R_i.$$

În cazul când reostatul are n trepte se observă că valoarea rezistenței ultimei trepte este:

$$R_n = \frac{R_p}{2^{n-1}} - R_i$$

6.20. Un motor de curent continuu cu excitație derivație este pornit cu ajutorul unui reostat cu ploturi.

Se cere să se determine numărul de ploturi în funcție de valoarea raportată a rezistenței indusului r_i pentru a se asigura o pornire a mașinii în cazul în care curentul în circuitul indusului are o valoare cuprinsă între valorile I_n și $2I_n$.

Soluție. Cunoscând valoarea raportată a rezistenței circuitului indusului se determină valoarea reală:

$$R_i = r_i \frac{U_n}{I_n}.$$

În timpul pornirii în momentul când este scoasă din circuit ultima treaptă a reostatului de pornire mașina rămânând în circuitul indusului numai cu rezistența proprie R_i valoarea curentului trebuie să fie $2 I_n$.

Deci :

$$2I_n = \frac{U_n - U_e}{R_i}.$$

De unde se obține valoarea tensiunii electromotoare în momentul scoaterii ultimei trepte a reostatului de pornire :

$$U_e = U_n - 2 I_n R_i.$$

Rezistența primei trepte a reostatului de pornire R_1 se obține punând condiția ca ea să fie scoasă din circuit în momentul în care curentul a atins valoarea I_n , iar tensiunea electromotoare valoarea U_e :

$$I_n = \frac{U_n - U_e}{R_1 + R_i} = \frac{U_n - U_n + 2I_n R_i}{R_1 + R_i} = \frac{R_i}{R_1 + R_i} 2I_n$$

sau

$$R_1 = R_i.$$

În aceleași condiții se determină valoarea tensiunii electromotoare în momentul scoaterii treptei a doua a reostatului de pornire :

$$U_e = U_n - 2I_n(R_1 + R_i) = U_n - 2 I_n(2R_i)$$

și rezistența treptei a 2-a a reostatului de pornire :

$$I_n = \frac{U_n - U_e}{R_2 + R_1 + R_i} = \frac{2I_n(2R_i)}{R_2 + 2R_i}$$

sau

$$R_2 = 2R_i.$$

Procedînd analog se obține rezistența treptei a treia a reostatului de pornire

$$R_3 = 4R_i$$

și rezistența treptei k a reostatului de pornire

$$R_k = 2^{k-1} R_i.$$

Deci rezistența totală a reostatului de pornire cu k trepte este :

$$\begin{aligned} R_p &= R_i + R_2 + \dots + R_k = R_i + 2R_i + \dots + 2^{k-1}R_i = \\ &= R_i(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{k-1}) = R_i(2^k - 1) \end{aligned}$$

În momentul pornirii curentul trebuie să aibă valoarea maximă $2 I_n$, deci :

$$2I_n = \frac{U_n}{R_p + R_i} = \frac{U_n}{R_i(2^k - 1) + R_i} = \frac{U_n}{2^k R_i}$$

sau

$$2^k = \frac{U_n}{2I_n R_i} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{U_n}{I_n}}{R_i} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{r_i}.$$

Deci numărul de trepte necesare reostatului de pornire este :

$$k = \log_2 \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{r_t} \right) = \log_2 \left(\frac{1}{r_t} \right) - 1.$$

6.21. Un motor derivație de curent continuu are puterea nominală $P_n = 13,5$ kW, tensiunea nominală $U_n = 110$ V, curentul nominal $I_n = 144$ A, turația nominală $n_n = 1\,050$ rot/min. Rezistența totală a înfășurării indusului are valoarea $R_t = 0,048$ Ω . La axul motorului este aplicat un cuplu rezistent $M_r = 0,3 M_n$, iar motorul este excitat în regim nominal.

Se cere să se determine cuplul maxim de pornire și valorile rezistențelor treptelor reostatului știind că pornirea se face în patru trepte și cuplul minim de pornire este egal cu $1,2 M_r$.

Soluție. Cuplul electromagnetic al mașinii de curent continuu se calculează cu expresia

$$M = \frac{1}{2\pi} \frac{p}{a} N \Phi I.$$

Dacă se păstrează neschimbat curentul de excitație și se neglijează efectul reacției indusului, fluxul magnetic este constant, $\Phi = \text{const.}$ iar expresia cuplului se poate scrie sub forma :

$$M = k_M I. \quad (1)$$

Ecuția tensiunilor pentru motorul de curent continuu la funcționarea în sarcină este :

$$U = U_e + RI \quad (2)$$

unde prin R s-a notat rezistența totală a circuitului indusului, inclusiv rezistența suplimentară a reostatului de reglaj.

Din relația (2) rezultă :

$$I = \frac{U - U_e}{R}. \quad (3)$$

Tensiunea electromotoare U_e indusă de fluxul inductor în mașină are expresia :

$$U_e = \frac{p}{a} N \Phi n = k_E n. \quad (4)$$

Avînd în vedere relațiile (1), (3) și (4) ecuația caracteristicii mecanice a motorului de curent continuu derivație este

$$M = k_M \frac{U - k_E n}{R}.$$

Din această relație rezultă turația :

$$n = \frac{U}{k_E} - \frac{R}{k_M k_E} M. \quad (5)$$

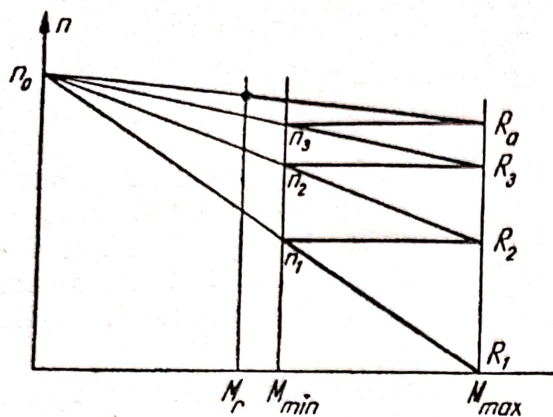


Figura 6.25.

Raportul $\frac{U}{k_E} = n_0$ este o mărime constantă pentru un regim de excitație dat deci relația (5) poate fi scrisă sub forma

$$n = n_0 - \frac{R}{k_M k_E} M. \quad (6)$$

Caracteristica mecanică este o dreaptă cu panta negativă. Considerînd rezistența R drept parametru, rezultă că funcția $n(M)$ corespunde unei familii de drepte de pante variabile, valoarea turației de mers în gol (fig. 6.25) fiind neschimbată.

Familia de drepte trece prin punctul $(0, n_0)$. Constantele k_M și k_E din expresia (6) se determină din condiția ca una din drepte să treacă prin punctul nominal de funcționare.

Tensiunea electromotoare în regim nominal are valoarea :

$$U_{en} = U_n - R_i I_n = 110 - 0,048 \cdot 144 = 103,1 \text{ V}$$

în care R_i este rezistența indusului.

Din relația (4) rezultă :

$$k_E = \frac{U_{en}}{n_n} = \frac{103,1}{1050} = 0,098 \text{ V min.}$$

Corespunzător acestei valori pentru k_E turația de mers în gol are valoarea :

$$n_0 = \frac{U_n}{k_E} = \frac{110}{0,098} = 1120 \text{ rot/min.}$$

Cuplul nominal are valoarea :

$$M_n = \frac{P_n}{2\pi n_n} = \frac{13500 \cdot 60}{2\pi \cdot 1050} = 123 \text{ Nm.}$$

Din relația (1) se obține :

$$k_M = \frac{M_n}{I_n} = \frac{123}{144} = 0,854 \text{ Nm/A.}$$

În figura 6.25 este reprezentată grafic variația turației în decursul procesului de pornire în ipoteza pornirii în 4 trepte cu variația cuplului între o valoare minimă M_{min} și o valoare maximă M_{max} .

Considerînd că schimbarea rezistenței are loc la turațiile n_1 , n_2 respectiv n_3 și neglijînd procesul tranzitoriu, sistemul de ecuații care carac-

terizează funcționarea mașinii în procesul de pornire rezultă din ecuația (6) scrisă pentru aceste turații:

$$\begin{cases} 0 = n_0 - \frac{R_i + R_1}{k_M k_E} M_{max}, \text{ la pornire } (n = 0) \\ n_0 - \frac{R_i + R_1}{k_M k_E} M_{min} = n_0 - \frac{R_i + R_2}{k_M k_E} M_{max}, \text{ la turația } n_1; \\ n_0 - \frac{R_i + R_2}{k_M k_E} M_{min} = n_0 - \frac{R_i + R_3}{k_M k_E} M_{max}, \text{ la turația } n_2; \\ n_0 - \frac{R_i + R_3}{k_M k_E} M_{min} = n_0 - \frac{R_i}{k_M k_E} M_{max}, \text{ la turația } n_3; \end{cases} \quad (7)$$

în care R_1 , R_2 și R_3 sînt rezistențele reostatului de reglaj pe diferitele ploturi.

După simplificări sistemul (7) devine:

$$\begin{cases} n_0 = \frac{R_i + R_1}{k_M k_E} M_{max} \\ (R_i + R_1) M_{min} = (R_i + R_2) M_{max} \\ (R_i + R_2) M_{min} = (R_i + R_3) M_{max} \\ (R_i + R_3) M_{min} = R_i M_{max} \end{cases} \quad (8)$$

cu necunoscutele R_1 , R_2 , R_3 , M_{max} .

Din prima ecuație rezultă cuplul maxim:

$$M_{max} = \frac{k_M k_E n_0}{R_i + R_1} = \frac{K}{R_i + R_1} \quad (9)$$

Înlocuind această expresie în ultimele 3 ecuații sistemul devine:

$$\begin{cases} (R_i + R_1)^2 M_{min} = K(R_i + R_2) \\ (R_i + R_1)(R_i + R_2) M_{min} = K(R_i + R_3) \\ (R_i + R_1)(R_i + R_3) M_{min} = K R_i. \end{cases} \quad (10)$$

Înmulțind cele 3 ecuații membru cu membru și rezolvînd în raport cu necunoscuta R_1 , rezultă:

$$R_i + R_1 = \sqrt[4]{\frac{K^3}{M_{min}^3}} R_i.$$

Înlocuind în prima ecuație respectiv în a doua ecuație a sistemului (10) valoarea determinată pentru $(R_i + R_1)$ rezultă:

$$R_i + R_2 = \sqrt{\frac{K}{M_{min}}} R_i,$$

$$R_i + R_3 = \sqrt[4]{\frac{K}{M_{min}}} R_i^3.$$

Cuplul minim în procesul de pornire are valoarea :

$$M_{min} = 1,2 M_r = 1,2 \cdot 0,3 M_n = 0,36 M_n = 0,36 \cdot 123 = 44,3 \text{ Nm.}$$

Valoarea constantei K (ecuația (9)) este :

$$K = k_M k_E n_0 = 0,854 \cdot 0,098 \cdot 1120 = 93,735 \text{ } \Omega \text{ Nm}$$

Rezistența înfășurării indusului fiind $R_i = 0,048 \text{ } \Omega$ rezultă :

$$\begin{cases} R_i + R_1 = 0,821 \text{ } \Omega & \text{deci} & R_1 = 0,773 \text{ } \Omega \\ R_i + R_2 = 0,319 \text{ } \Omega & \text{respectiv} & R_2 = 0,271 \text{ } \Omega \\ R_i + R_3 = 0,123 \text{ } \Omega & & R_3 = 0,075 \text{ } \Omega \end{cases}$$

Cuplul maxim în procesul de pornire rezultă din relația (9) :

$$M_{max} = \frac{K}{R_i + R_1} = \frac{93,735}{0,821} = 114,14 \text{ Nm} = 0,93 M_n = 3,1 M_r.$$

6.22. Un motor serie de curent continuu are puterea nominală $P_n = 25 \text{ kW}$, tensiunea nominală $U_n = 110 \text{ V}$, curentul nominal $I_n = 281 \text{ A}$, turația nominală $n_n = 880 \text{ rot/min}$, rezistența înfășurării indusului $R_i = 0,094 \text{ } \Omega$, rezistența înfășurării de excitație $R_e = 0,062 \text{ } \Omega$.

Se cere să se determine turația la mersul în gol ideal și cuplul la scurt-circuit al motorului știind că în paralel cu înfășurarea indusului este conectată o rezistență de șuntare $R_d = 3R_i$, iar în serie cu înfășurarea indusului o rezistență $R_s = 0,5 R_i$.

Circuitul magnetic al mașinii se consideră nesaturat.

Soluție. În figura 6.26 este reprezentată schema de alimentare a motorului serie în cazul considerat.

Rezistența derivație are valoarea $R_d = 3R_i = 3 \cdot 0,094 = 0,282 \text{ } \Omega$. Rezistența conectată în serie cu indusul are valoarea :

$$R_s = 0,5 R_i = 0,5 \cdot 0,094 = 0,047 \text{ } \Omega.$$

Curentul care străbate înfășurarea de excitație este diferit de curentul din indus și anume

$$I = I_i + I_a.$$

La funcționarea în gol ideal $I_i \simeq 0$ și tensiunea electromotoare indusă în rotor $U_{e0} = U_b$.

Curentul care străbate circuitul derivației $I_a = \frac{U_b}{R_d}$, este egal cu curentul prin înfășurarea de excitație.

Ecuația tensiunilor este în acest caz :

$$U_n = U_b + (R_s + R_e)I = R_d I_a + (R_e + R_s)I_a.$$

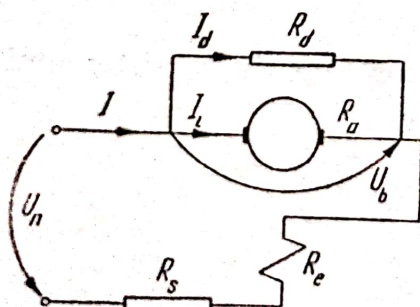


Figura 6.26.

Rezultă

$$I_d = \frac{U_n}{R_e + R_s + R_d} = \frac{110}{0,062 + 0,282 + 0,047} = 281 \text{ A.}$$

Tensiunea electromotoare indusă în mașină la funcționarea în gol ideal are valoarea :

$$U_{e0} = U_b = R_d I_d = 0,282 \cdot 281 = 79,3 \text{ V.} \quad (1)$$

Curentul care străbate înfășurarea de excitație fiind egal cu curentul nominal, fluxul inductor este, în acest regim, egal cu fluxul nominal al mașinii.

Rezultă că :

$$\frac{n_0}{n_n} = \frac{U_{e0}}{U_{en}}. \quad (2)$$

Tensiunea electromotoare indusă de fluxul inductor în regim nominal are valoarea :

$$U_{en} = U_n - (R_i + R_e)I_n = 110 - (0,094 + 0,062)281 = 66,2 \text{ V.}$$

Din relația (1) se calculează turația motorului la mers în gol ideal

$$n_0 = n_n \frac{U_{e0}}{U_{en}} = 880 \cdot \frac{79,3}{66,2} = 1054 \text{ rot/min.}$$

prin urmare la funcționarea în gol ideal, motorul serie de curent continuu conectat într-o schemă electrică conform cu figura 6.26, are o turație finită, apropiată de turația nominală.

În regim de scurtcircuit turația motorului este egală cu zero, deci tensiunea electromotoare indusă în rotor este nulă. Indusul mașinii se comportă ca o rezistență de valoare R_i conectată în paralel cu rezistența R_d . În figura 6.27 este reprezentată schema echivalentă a circuitului în acest regim.

Curentul absorbit din rețea are valoarea :

$$I = \frac{U_n}{R_s + R_e + \frac{R_i R_d}{R_i + R_d}} = \frac{110}{0,047 + 0,062 + \frac{0,094 \cdot 0,282}{0,094 + 0,282}} = 612 \text{ A.}$$

Curentul prin indus are valoarea :

$$I_i = \frac{R_d}{R_i + R_d} I = \frac{0,282}{0,094 + 0,282} 612 = 460 \text{ A.}$$

Cuplul electromagnetic al motorului se calculează cu expresia

$$M = \frac{1}{2\pi} \frac{p}{a} N \Phi I_i. \quad (2)$$

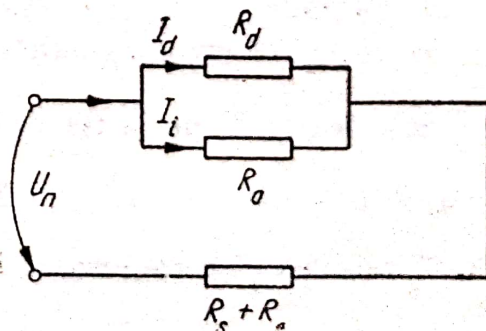


Figura 6.27.

În ipoteza circuitului magnetic nesaturat, este satisfăcută relația :

$$\Phi = kI$$

Expresia (2) se poate scrie sub forma

$$M = \frac{1}{2\pi} \frac{p}{a} N \cdot k I I_i.$$

În regimul nominal atît indusul cît și înfășurarea de excitație sînt străbătute de curentul nominal, adică :

$$M_n = \frac{1}{2\pi} \frac{p}{a} N k I_n^2.$$

La un regim oarecare, înfășurarea de excitație este parcursă de curentul I , iar indusul de curentul I_i , deci

$$M = \frac{1}{2\pi} \frac{p}{a} N k I_n^2 \cdot \frac{I}{I_n} \cdot \frac{I_i}{I_n} = M_n \frac{I}{I_n} \cdot \frac{I_i}{I_n}.$$

Cuplul electromagnetic dezvoltat de motor în regim de scurtcircuit are în raport cu cuplul nominal valoarea :

$$M_{sc} = M_n \cdot \frac{612}{281} \cdot \frac{460}{282} = 3,57 M_n.$$

6.23. Un motor derivație de curent continuu, cu reacția indusului compensată, are următoarele date nominale :

- puterea $P_n = 20$ kW ;
- tensiunea la borne $U_{bn} = 220$ V ;
- curentul de excitație $I_{en} = 5$ A,
- turația $n_n = 1\,500$ rot/min ;
- randamentul $\eta_n = 0,82$.

Rezistența înfășurării indusului are valoarea $R_i = 0,15 \, \Omega$

Se cere să se determine valoarea rezistenței reostatului care trebuie conectat în serie cu circuitul de excitație pentru majorarea turației la valoarea $n = 1\,800$ rot/min în două regimuri caracterizate prin :

- a) puterea electromagnetică a motorului este constantă ;
- b) cuplul electromagnetic este constant.

Soluție. a) Ecuația tensiunilor la funcționarea în regim de motor este :

$$U_b = U_e + R_i I. \quad (1)$$

Tensiunea electromotoare indusă de fluxul inductor are expresia :

$$U_e = \frac{p}{a} N n \Phi = k n \Phi \quad (2)$$

În ipoteza că mașina funcționează la putere electromagnetică constantă este satisfăcută relația :

$$U_e I = \text{const.}$$

sau

$$k n \Phi I = \text{const.} \quad (3)$$

Deci, la modificarea turației de la valoarea n_n la valoarea n , pentru menținerea valorii constante a puterii electromagnetice trebuie satisfăcută egalitatea :

$$k n_n \Phi_n I_n = k n \Phi I,$$

sau

$$k \Phi I = \frac{n_n}{n} k \Phi_n \cdot I_n \quad (4)$$

Tensiunea la borne rămîne aceeași în ambele regimuri considerate; se poate scrie relația :

$$U_{bn} = k \Phi \cdot n + R_i I. \quad (5)$$

Prin rezolvarea sistemului format de ecuațiile (4), (5) rezultă noua valoare pentru produsul $k \Phi$ și pentru curentul I .

Mărimile cunoscute care intervin în sistemul de ecuații caracterizează punctul nominal de funcționare și anume :

- tensiunea $U_{bn} = 220 \text{ V}$,
- turația nominală $n_n = 1\,500 \text{ rot/min} = 25 \text{ rot/s}$,
- curentul nominal $I_n = \frac{P_n}{U_n \eta_n} = \frac{20 \cdot 10^3}{0,82 \cdot 220} = 111 \text{ A}$,
- rezistența înfășurării indusului $R_i = 0,15 \, \Omega$,
- tensiunea electromotoare în regim nominal :

$$U_{en} = U_{bn} - R_i I_n = 220 - 0,15 \cdot 111 = 203,4 \text{ V},$$

- produsul $k \Phi_n = \frac{U_{en}}{n_n} = \frac{203,4}{25} = 8,15 \text{ Vs}$,
 - turația în noul regim $n = 1\,800 \text{ rot/min} = 30 \text{ rot/s}$.
- Sistemul de ecuații devine :

$$k \Phi \cdot I = \frac{25}{30} \cdot 8,15 \cdot 111 = 754 \quad (6)$$

$$k \Phi \cdot 30 + 0,15 I = 220.$$

Rezolvînd sistemul (6) se obțin parametrii funcționali ai motorului în noul regim considerat :

$$k \Phi = \underline{6,78 \text{ Vs}}$$

$$I = 111 \text{ A}.$$

Considerînd că mașina funcționează pe porțiunea liniară a caracteristicii magnetice există relația

$$\frac{k \Phi_n}{k \Phi} = \frac{i_{en}}{i_e},$$

de unde

$$i_e = i_{en} \frac{k \Phi}{k \Phi_n} = 5 \frac{6,78}{8,15} = 4,16 \text{ A.}$$

Rezistența suplimentară care trebuie conectată în circuitul de excitație are valoarea :

$$R_s = \frac{U_{bn}}{i_e} - \frac{U_{bn}}{i_{en}} = \frac{220}{4,16} - \frac{220}{5} = 8,7 \text{ } \Omega.$$

b) În cazul în care mașina funcționează la cuplu electromagnetic constant este satisfăcută relația :

$$M_e = \frac{U_e I}{2\pi n} = \frac{k n \Phi I}{2\pi n} = \frac{k \Phi}{2\pi} \cdot I = \text{const.}$$

Sistemul de ecuații este în acest caz :

$$\begin{cases} \frac{k \Phi_n}{2\pi} I_n = \frac{k \Phi}{2\pi} \cdot I \\ U_{bn} = k \Phi n + R_i I. \end{cases} \quad (7)$$

Cu valorile numerice date în problemă, sistemul devine :

$$k \Phi \cdot I = 8,15 \cdot 111 = 90,5$$

$$k \Phi \cdot 30 + 0,15 I = 220$$

cu soluția

$$k \Phi = 6,64 \text{ Vs.}$$

$$I = 136,7 \text{ A.}$$

În ipoteza circuitului magnetic nesaturat :

$$i_e = i_{en} \frac{k \Phi}{k \Phi_n} = 5 \frac{6,64}{8,15} = 4,07 \text{ A.}$$

Rezistența suplimentară introdusă în serie cu înfășurarea de excitație are în cazul funcționării la cuplu electromagnetic constant, valoarea :

$$R_s = \frac{U_{bn}}{i_e} - \frac{U_{bn}}{i_{en}} = \frac{220}{4,07} - \frac{220}{5} = 10 \text{ } \Omega.$$

6.24. Un motor serie de curent continuu are puterea nominală $P_n = 12 \text{ kW}$, tensiunea nominală $U_n = 220 \text{ V}$, turația nominală $n_n = 780 \text{ rot/min}$, randamentul $\eta_n = 0,85$. Motorul funcționează la cuplu constant.

Se cere să se determine rezistența reostatului de reglaj conectat în serie și dimensionat astfel încât turația motorului să fie $n_1 = 400$ rot/min știind că rezistența totală a circuitului serie format din înfășurarea indusului și înfășurarea de excitație este $R_i + R_e = 0,2 \Omega$.

Soluție. Curentul absorbit de motor în regimul nominal este :

$$I_n = \frac{P_n}{\eta_n U_n} = \frac{12\,000}{0,85 \cdot 220} = 64 \text{ A.}$$

Tensiunea electromotoare indusă de fluxul inductor în sarcină nominală are valoarea :

$$U_{en} = U_n - (R_i + R_e)I_n = 220 - 0,2 \cdot 64 = 207,2 \text{ V.}$$

Expresia tensiunii electromotoare induse este :

$$U_e = \frac{p}{a} N \Phi n. \quad (1)$$

Știind că turația nominală $n_n = 780$ rot/min, din relația (1) rezultă valoarea :

$$\frac{p}{a} N \Phi_n = \frac{U_{en}}{n_n} = \frac{207,2}{780} = 0,266 \text{ V min.}$$

Cuplul electromagnetic al mașinii de curent continuu are expresia :

$$M = \frac{1}{2\pi} \frac{p}{a} N \Phi I. \quad (2)$$

Fluxul magnetic Φ este o funcție crescătoare de curentul de excitație I :

$$\Phi = f(I).$$

Prin urmare cuplul electromagnetic are expresia :

$$M = \frac{1}{2\pi} \frac{p}{a} N f(I) I. \quad (3)$$

În cazul în care cuplul rezistent la ax rămîne constant și egal cu cuplul nominal al motorului, neglijînd pierderile mecanice din mașină conform relației (3) curentul din indus nu se schimbă $I = I_n = \text{const.}$ deci $\Phi = \Phi_n = \text{ct.}$

Tensiunea electromotoare indusă de fluxul inductor la noua turație de funcționare n_1 are valoarea :

$$U_{e1} = \frac{p}{a} N \Phi_n n_1 = 0,266 \cdot 400 = 106,4 \text{ V.}$$

Căderea de tensiune în circuitul indusului este, în acest regim :

$$(R_i + R_e + R)I_n = U_n - U_{e1}.$$

Din această relație rezultă valoarea rezistenței suplimentare care se conectează în circuitul indusului :

$$R = \frac{U_n - U_{e1}}{I_n} - (R_i + R_e) = \frac{220 - 106,4}{64} - 0,2 = 1,57 \Omega.$$

Se constată că puterea P_1 absorbită de motor din rețea în cele două regimuri de funcționare rămâne practic constantă.

Puterea P_2 cedată la ax variază proporțional cu turația motorului deoarece $P_2 = 2\pi n M$, iar cuplul M este constant. Diferența dintre puterea absorbită și puterea cedată de motor pe la ax se transformă în pierderi în rezistența suplimentară din circuitul indusului, modificându-se astfel randamentul instalației.

6.25. Un motor de curent continuu derivație cu puterea nominală $P_n = 20$ kW, tensiunea la borne $U_b = 220$ V, turația nominală $n_n = 1500$ rot/min și rezistența circuitului indusului $R_i = 0,2 \Omega$, antrenează un mecanism cu cuplu rezistent constant și egal cu cuplul nominal al motorului. Randamentul motorului este $\eta = 0,8$; caracteristica magnetică a circuitului magnetic se presupune liniară și se neglijează pierderile în miez, iar pierderile mecanice se consideră proporționale cu pătratul turației.

Se cere să se determine turația în funcție de curentul de excitație la reglajul turației cu ajutorul reostatului de excitație.

Soluție. Ecuațiile de funcționare în regim permanent ale motorului derivație sînt :

$$U_b = U_e + R_i I \quad (1)$$

$$U_e = \frac{p}{a} n N \Phi \quad (2)$$

$$\Phi = k i_e \quad (3)$$

$$M_e = \frac{1}{2\pi n} U_e I \quad (4)$$

$$M_e = M_n + M_p. \quad (5)$$

Cuplul de pierderi M_p este variabil cu turația după relația

$$M_p = M_{pn} \left(\frac{n}{n_n} \right)^2 \quad (6)$$

unde

$$M_{pn} = \frac{1}{2\pi n_n} \left[\frac{P_n (1 - \eta)}{\eta} - R_i I_n^2 \right] = \frac{1}{2\pi \cdot 25} \left[\frac{20 \cdot 10^3 (1 - 0,8)}{0,8} - 0,2 \left(\frac{20 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 220} \right)^2 \right] = 16,15 \text{ Nm.}$$

Cuplul nominal M_n este :

$$M_n = \frac{1}{2\pi n_n} P_n = \frac{1}{2\pi \cdot 25} \cdot 20 \cdot 10^3 = 127,5 \text{ Nm}$$

unde $n_n = 1500$ rot/min = 25 rot/s.

Înlocuind pe Φ din ecuația (3) în ecuația (2) rezultă :

$$U_e = \frac{p}{a} N k n i_e.$$

În regim nominal avem:

$$U_{en} = U_b - R_i I_n = \frac{p}{a} N k n_n i_{en}.$$

Prin urmare:

$$\frac{p}{a} N k = \frac{1}{i_{en}} \left[\frac{U_b - R_i I_n}{n_n} \right] = \frac{1}{i_{en}} \frac{220 - 0,2 \frac{20 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 220}}{25} = 7,9 \frac{1}{i_{en}}.$$

Din sistemul de ecuații (1) ... (6) rezultă următoarea relație între turația n și curentul de excitație i_e :

$$\frac{i_e}{i_{en}} \left(110 - 98,65 \frac{n}{n_n} \frac{i_e}{i_{en}} \right) = 10,1 + 1,31 \left(\frac{n}{n_n} \right)^2.$$

În figura 6.28 este reprezentată grafic caracteristica:

$$\frac{n}{n_n} = f\left(\frac{i_e}{i_{en}}\right).$$

6.26. Un motor serie de curent continuu are la tensiunea nominală U_{bn} , turația $n_n = 2000$ rot/min pentru cuplul rezistent M_r aplicat la ax.

Se cere să se determine turația mașinii la tensiunea $U_b = 0,5 U_{bn}$ în cazul în care cuplul rezistent este menținut constant.

Se neglijează pierderile din motor.

Soluție. Expresia cuplului activ al motorului, considerînd pentru caracteristica magnetică funcția $\Phi = f(I)$ (în care f este o funcție crescătoare de curentul I), este:

$$M = k \Phi I = k f(I) I.$$

Din această relație rezultă că la cuplu constant curentul absorbit de motor și fluxul inductor rămîn constante.

Expresiile turațiilor motorului pentru cele două tensiuni sînt:

$$n_n = \frac{U_{bn} - R I_n}{k \cdot 2\pi \Phi} \quad n = \frac{U_b - R I_n}{k \cdot 2\pi \Phi} \quad (1)$$

deduse din expresia tensiunii electromotoare.

Din relațiile (1), ținînd seama că se neglijează pierderile în motor ($R I_n$ foarte mic față de U_b și U_{bn}) și că fluxul este constant rezultă:

$$\frac{n_n}{n} = \frac{U_{bn}}{U_b}$$

sau

$$n = \frac{U_b}{U_{bn}} n_n = \frac{0,5 U_{bn}}{U_{bn}} 2000 = 1000 \text{ rot/min.}$$

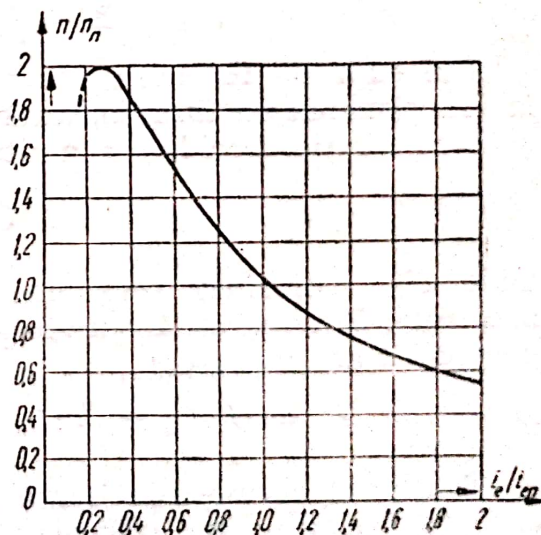


Figura 6.28.

6.27. Un motor de curent continuu cu excitație independentă are următoarele date nominale: tensiunea $U_{bn} = 120$ V, curentul din indus $I_{in} = 30$ A, turația $n_n = 1\,500$ rot/min. Rezistența circuitului de excitație are valoarea $R_e = 60\ \Omega$, iar rezistența circuitului indusului este $R_i = 0,7\ \Omega$.

Pierderile mecanice și în fier se presupun neglijabile.

Se cere să se determine:

1. randamentul motorului la funcționarea în sarcină nominală;
2. curba randamentului în funcție de turație, în ipoteza că motorul funcționează la cuplu constant și egal cu cuplul nominal, iar reglajul turației se face prin schimbarea tensiunii la bornele indusului. Domeniul de reglaj al turației este (700 — 1 800) rot/min.

Soluție. 1. Puterea absorbită de motor de la rețea este transmisă în parte indusului mașinii (o parte din această putere este transformată în căldură în circuitul de excitație al mașinii):

$$P_{an} = U_{bn} I_{in} + \frac{U_{bn}^2}{R_e} = 120 \cdot 30 + \frac{120^2}{60} = 3\,840\text{ W.}$$

Puterea electromagnetică a motorului reprezintă diferența dintre puterea absorbită de indusul mașinii, de la rețea, și de pierderile electrice în indus:

$$P_{en} = U_{bn} I_{in} - R_i I_{in}^2 = 120 \cdot 30 - 0,7 \cdot 30^2 = 2\,970\text{ W.}$$

Pierderile mecanice și în fier fiind neglijate, puterea electromagnetică este egală cu puterea utilă a mașinii; randamentul motorului la sarcină nominală are valoarea:

$$\eta = \frac{P_{un}}{P_{an}} = \frac{P_{en}}{P_{an}} = \frac{2\,970}{3\,840} = 0,775.$$

2) La cuplu constant, fluxul mașinii fiind de asemenea neschimbat, curentul este constant deoarece:

$$M = C_m \Phi I_{in} = \text{const.}$$

Din expresia tensiunii electromotoare: $U_e = k_e \Phi n$ se observă deci că la funcționarea cu flux constant, tensiunea electromotoare este proporțională cu turația. Deci la o anumită turație n tensiunea electromotoare va fi

$$U_e = \frac{n}{n_n} U_{en}$$

unde U_{en} reprezintă tensiunea electromotoare corespunzătoare turației nominale. Puterea utilă a motorului la turația n , egală cu puterea electromagnetică are expresia:

$$P_e = U_e I_{in} = \frac{n}{n_n} U_{en} I_{in} = \frac{P_{en}}{n_n} n = \frac{2\,970}{1\,500} n = 1,98 n.$$

Tensiunea necesară la bornele rotorului pentru ca motorul să funcționeze cu turația n are expresia:

$$U = U_e + R_i I_{in} = \frac{U_{en}}{n_n} n + R_i I_{in}$$

Puterea absorbită de motor de la rețea are valoarea :

$$P_a = UI_{in} + \frac{U_n^2}{R_e} = \frac{U_{en} I_{in}}{n_n} n + R_e I_{in}^2 + \frac{U_n^2}{R_e} =$$

$$= \frac{2970}{1500} n + 0,7 \cdot 30^2 + \frac{120^2}{60} =$$

$$= 1,98 n + 870.$$

Deci ecuația randamentului este :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_e}{P_a} = \frac{1,98 n}{1,98 n + 870}.$$

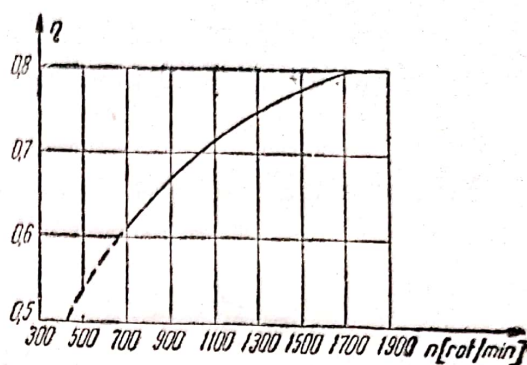


Figura 6.29.

Pentru domeniul de reglare a turației $n \in (700 - 1800)$ rot/min curba de variație a randamentului este prezentată în figura 6.29.

6.28. Un motor serie de curent continuu cu caracteristică magnetică liniară are următoarele date nominale :

- puterea $P_n = 100$ kW ;
- tensiunea la borne $U_{bn} = 500$ V ;
- turația $n_n = 1800$ rot/min ;
- randamentul $\eta = 0,85$.

Turația motorului este reglată prin variația tensiunii de alimentare. Motorul funcționează avînd puterea mecanică la ax constantă. Rezistența înfășurării indusului și de excitație este : $R = 0,2 \Omega$.

Se neglijează pierderile în miez, iar pierderile mecanice se presupun constante. Se cere să se determine turația motorului în funcție de tensiunea la borne.

Soluție. Ecuația tensiunilor la motorul de curent continuu, la o sarcină oarecare, este :

$$U_b = U_e + RI \quad (1)$$

În regimul studiat motorul funcționează avînd puterea mecanică la ax constantă, deci $P_2 = \text{const.}$

Puterea electromagnetă are expresia :

$$P_e = U_e \cdot I = P_2 + P_{mec} + P_{Fe}. \quad (2)$$

Deoarece conform ipotezei pierderile mecanice se presupun constante, iar pierderile în miez se neglijează, din relația (2) rezultă

$$P_e = U_e I = C. \quad (3)$$

Tensiunea electromotoare se calculează cu expresia :

$$U_e = \frac{p}{a} N n \Phi. \quad (4)$$

Deoarece motorul are excitație serie și caracteristica magnetică liniară, fluxul magnetic Φ este proporțional cu curentul I :

$$\Phi = k_1 I. \quad (5)$$

Prin urmare

$$U_e = \frac{p}{a} N k_1 n I = k_2 n I. \quad (6)$$

Înlocuind (6) în (3) rezultă:

$$k_2 n I^2 = C$$

sau

$$I = \sqrt{\frac{k}{n}} \quad (7)$$

unde

$$k = \frac{C}{k_2}.$$

Înlocuind în relația (1) se obține:

$$U_b = k_2 n \sqrt{\frac{k}{n}} + R \sqrt{\frac{k}{n}}$$

sau

$$U_b = A \sqrt{n} + \frac{B}{\sqrt{n}}.$$

unde

$$A = k_2 \sqrt{k}, \text{ iar } B = R \sqrt{k}. \quad (8)$$

Pentru determinarea constantelor se consideră punctul nominal de funcționare caracterizat prin:

$$U_{bn} = 500 \text{ V}$$

$$n_n = 1800 \text{ rot/min} = 30 \text{ rot/s}$$

$$I_n = \frac{P_n}{\eta_n U_{bn}} = \frac{100 \cdot 10^3}{0,85 \cdot 500} = 235 \text{ A}.$$

Tensiunea electromotoare în regimul nominal are valoarea:

$$U_{en} = U_{bn} - R I_n = 500 - 0,2 \cdot 235 = 453 \text{ V}.$$

Din relația (6) se obține:

$$k_2 = \frac{U_{en}}{n_n I_n} = \frac{453}{30 \cdot 235} = 0,0643 \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A}}.$$

Valoarea puterii electromagnetice este:

$$C = P_{em} = U_{en} I_n = 453 \cdot 235 = 106,5 \cdot 10^3 \text{ W} = 106,5 \text{ kW}.$$

Rezultă:

$$k = \frac{C}{k_2} = \frac{106,5 \cdot 10^3}{0,0643} = 16,6 \cdot 10^5$$

respectiv

$$A = k_2 \sqrt{k} = 0,0643 \sqrt{16,6 \cdot 10^5} = 82,7$$

și

$$B = R \sqrt{k} = 0,2 \sqrt{16,6 \cdot 10^5} = 257,6.$$

În cazul particular studiat relația de legătură între turație și tensiunea la borne este:

$$U_b = 82,7 \sqrt{n} + \frac{257,6}{\sqrt{n}}. \quad (9)$$

În figura 6.30 este reprezentată caracteristica $n = f(U_b)$ la putere electromagnetică constantă.

La valori ale tensiunii mai mici decât $U_b = 292 \text{ V}$, reglajul turației prin variația tensiunii la borne la valoarea dată a sarcinii nu mai este posibil (ecuația (9) are soluții imaginare).

6.29. Un motor derivație de curent continuu, compensat, are următoarele date nominale: puterea $P_n = 3,5 \text{ kW}$, tensiunea $U_{bn} = 120 \text{ V}$, randamentul $\eta_n = 0,9$, turația $n_n = 1500 \text{ rot/min}$; rezistența circuitului indusului (inclusiv rezistența corespunzătoare căderii de tensiune la perii) are valoarea $R_i = 0,5 \Omega$. Reglajul turației motorului se face prin variația tensiunii la bornele indusului (U_i) cu ajutorul a două reostate: unul montat în serie cu indusul (R_s), iar celălalt în derivație cu indusul mașinii (R_d) — vezi figura 6.31. Fluxul magnetic inductor este constant și egal cu fluxul corespunzător sarcinii nominale.

Se cere să se determine:

1) Valorile rezistenței R_d , rezistența R_s , fiind egală cu rezistența indusului $R_s = R_i$, pentru ca turația motorului la funcționarea în gol ideal să aibe una din valorile $n = n_n$; $0,75 n_n$; $0,5 n_n$.

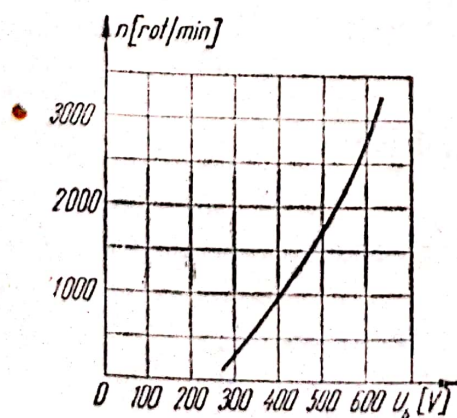


Figura 6.30.

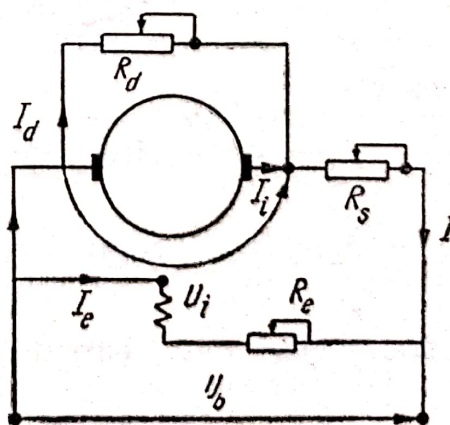


Figura 6.31.

2) Valorile rezistenței R_s , rezistența R_d fiind constantă și egală cu rezistența indusului $R_d = R_i$, pentru ca mașina să aibe în gol ideal turațiile $n = n_n$; $0,75 n_n$; $0,5 n_n$.

Soluție. În cazul reglajului turației prin variația tensiunii la bornele indusului (v. fig. 6.31) ecuațiile de funcționare ale motorului sînt (fluxul fiind constant):

$$U_i = U_e + R_i I_i = k_e n + R_i I_i \quad (1)$$

$$U_i + R_s I = U_b \quad (2)$$

$$I = I_i + I_d \quad (3)$$

$$U_i = R_d I_d \quad (4)$$

$$M = k_m I_i. \quad (5)$$

Eliminînd mărimile I și I_d din relațiile (2), (3) și (4) se obține:

$$U_i = \frac{U_b - R_s I_i}{1 + \frac{R_s}{R_d}} \quad (6)$$

Eliminînd pe U_i din relațiile (1) și (6) și considerînd relația (5) se obține ecuația caracteristicii mecanice:

$$n = \frac{U}{k_e \left(1 + \frac{R_s}{R_d}\right)} - \frac{R_i \left(1 + \frac{R_s}{R_d}\right) + R_s}{k_e k_m \left(1 + \frac{R_s}{R_d}\right)} M$$

sau

$$n = \frac{n_0}{1 + \frac{R_s}{R_d}} \left[1 - \frac{R_i \left(1 + \frac{R_s}{R_d}\right) + R_s}{R_i} \cdot \frac{M}{M_{max}} \right] \quad (7)$$

cu notațiile:

$$n_0 = \frac{U}{k_e} - \text{viteza de mers în gol ideal}$$

$$M_{max} = k_e k_m \frac{n_0}{R_i} - \text{cuplul maxim al motorului.}$$

Pentru mașina dată, curentul nominal are valoarea:

$$I_n = \frac{P_n}{\eta_n U_n} = \frac{3\,500}{0,9 \cdot 120} = 32,4 \text{ A.}$$

Tensiunea electromotoare la sarcină nominală are valoarea :

$$U_e = U_{bn} - R_i I_n = 120 - 0,5 \cdot 32,4 = 103,8 \text{ V},$$

iar constanta tensiunii electromotoare (pentru fluxul nominal) are valoarea :

$$k_e = \frac{U_e}{n_n} = \frac{103,8}{\frac{1500}{60}} = 4,15 \text{ Vs}.$$

Cuplul nominal al motorului are valoarea :

$$M_n = \frac{P_n}{\omega_n} = \frac{3500}{2\pi \frac{1500}{60}} = 22,3 \text{ Nm}$$

iar constanta cuplului (pentru flux nominal) :

$$k_m = \frac{M_n}{I_n} = \frac{22,3}{32,4} = 0,689 \frac{\text{Nm}}{\text{A}}.$$

Rezultă viteza de mers în gol ideal

$$n_0 = \frac{U_n}{k_e} = \frac{120}{4,15} = 28,9 \text{ rot/s}.$$

Cuplul maxim al motorului este :

$$M_{max} = k_e k_m \frac{n_0}{R_i} = 4,15 \cdot 0,689 \frac{28,9}{0,5} = 165 \text{ Nm}.$$

1) În ipoteza că $R_s = R_i = 0,5 \Omega = \text{const.}$ și rezistența derivației R_d variabilă, cu datele numerice, ecuația caracteristicilor mecanice, conform relației (7) este :

$$n = \frac{28,9}{1 + \frac{0,5}{R_d}} \left[1 - \frac{0,5 \left(1 + \frac{0,5}{R_d} \right) + 0,5}{0,5} \frac{M}{165} \right]. \quad (7')$$

În cazul mersului în gol ideal cuplul dezvoltat de mașină are valoarea $M = 0$, iar valorile rezistenței derivației pentru turațiile impuse sînt :

pentru $n = n_n \rightarrow R_{d1} = \frac{0,5}{\frac{28,9}{n_n} - 1} = \frac{0,5}{\frac{28,9}{25} - 1} = 3,65 \Omega,$

pentru $n = 0,75 n_n \rightarrow R_{d2} = \frac{0,5}{\frac{28,9}{0,75 \cdot 25} - 1} = 0,923 \Omega,$

pentru $n = 0,5 n_n \rightarrow R_{d3} = \frac{0,5}{\frac{28,9}{0,5 \cdot 25} - 1} = 0,38 \Omega.$

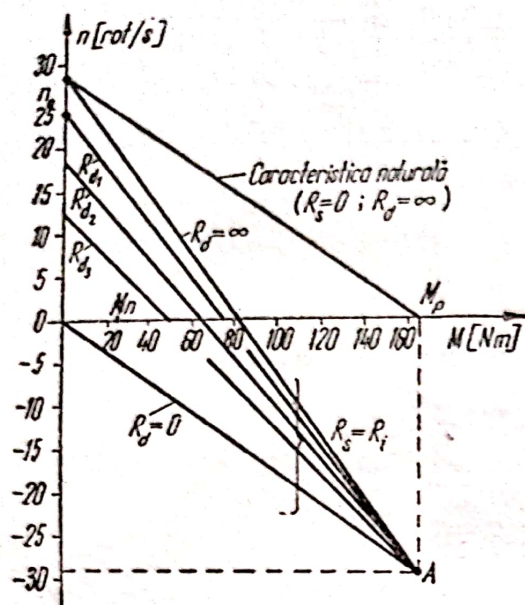


Figura 6.32.

Din relațiile (7) sau (7'), atunci când $R_s = \text{const.}$ și R_d variază se observă că toate caracteristicile trec printr-un punct fix A de coordonate $\left(-n_0 \frac{R_i}{R_s}; M_{\max} \frac{R_i}{R_s}\right)$; în cazul mașinii date $A (-28,9; 165)$. Cunoșcând punctul comun și punctul corespunzător funcționării în gol ideal ($M = 0$) se pot reprezenta grafic caracteristicile mecanice în cazul acestui tip de reglaj al turației.

În figura 6.32, s-au reprezentat grafic caracteristicile mecanice pentru motorul dat.

2) În ipoteza $R_d = R_i = 0,5 \Omega = \text{const.}$ și R_s variabil, cu datele numerice, ecuația caracteristicilor mecanice, conform relației (7) este:

$$n = \frac{28,9}{1 + \frac{R_s}{0,5}} \left[1 - \frac{0,5 \left(1 + \frac{R_s}{0,5} \right) + R_s}{0,5} \cdot \frac{M}{165} \right]. \quad (7'')$$

În cazul mersului în gol ideal ($M = 0$), valorile rezistenței serie pentru turațiile impuse sînt:

$$\text{pentru } n = n_n \quad R_{s1} = 0,5 \left(\frac{28,9}{n_n} - 1 \right) = 0,5 \left(\frac{28,9}{25} - 1 \right) = 0,079 \Omega,$$

$$\text{pentru } n = 0,75 \quad n_n \quad R_{s2} = 0,5 \left(\frac{28,9}{0,75 \cdot 25} - 1 \right) = 0,275 \Omega,$$

$$\text{pentru } n = 0,5 \quad n_n \quad R_{s3} = 0,5 \left(\frac{28,9}{0,5 \cdot 25} - 1 \right) = 0,658 \Omega.$$

Din relațiile (7) și (7'') se observă că toate caracteristicile mecanice trec printr-un punct fix de coordonate $B \left[n_0 \left(1 + \frac{R_i}{R_d} \right); -M_{\max} \frac{R_i}{R_d} \right]$, sau în valori numerice $B(57,8; -165)$. Cunoșcând coordonatele punctului comun și ale punctelor de mers în gol ideal se pot reprezenta caracteristicile mecanice în cazul acestui mod de reglaj al turației.

În figura 6.33 s-au reprezentat grafic caracteristicile mecanice pentru motorul dat.

Din caracteristicile mecanice obținute în cazul reglării turației prin variația tensiunii la bornele indusului rezultă că reglajul se face numai pentru turații mai mici decît n_0 ceea ce reprezintă un dezavantaj. În cazul aplicării acestei metode se produc pierderi mari în cele două rezistențe.

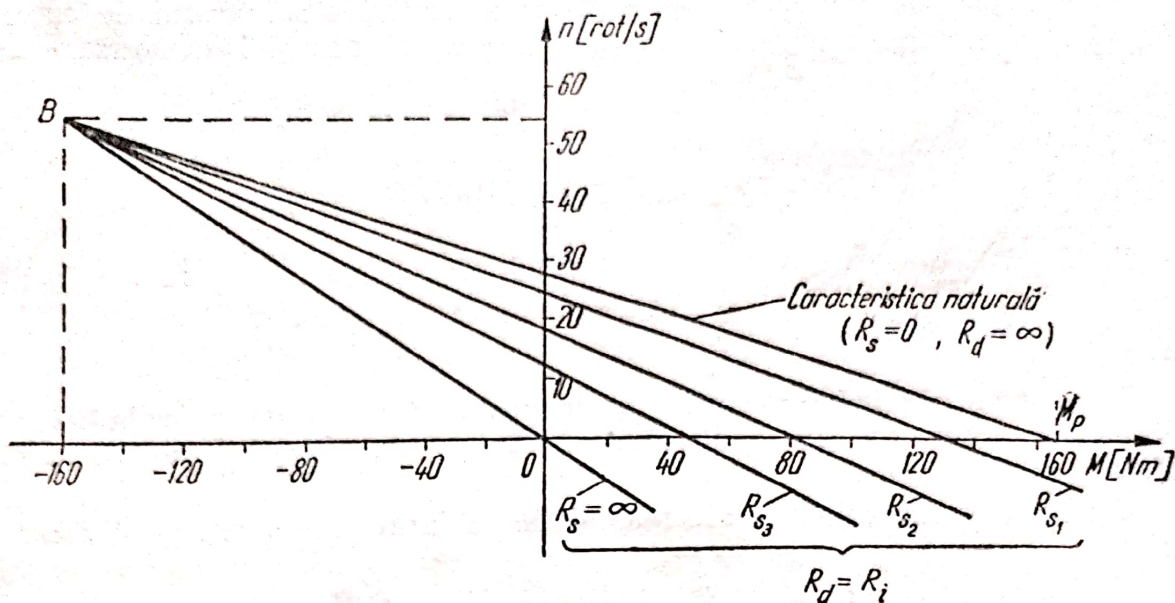


Figura 6.33.

6.30. Un motor de curent continuu cu excitație independentă are următoarele caracteristici nominale: puterea $P_n = 8,5$ kW, tensiunea $U_{bn} = 220$ V, randamentul $\eta_n = 0,85$ și turația $n_n = 1\,440$ rot/min. Instalația în care funcționează mașina este echipată cu o rezistență $R = 5$ Ω pentru frînarea motorului, în caz de avarie, în regim de generator fără recuperare.

Știind că motorul funcționează în sarcină nominală, se cere să se determine care este cuplul de frînare în momentul în care mașina trece din regimul de motor în regimul de frînare.

Rezistența indusului are valoarea $R_i = 0,4$ Ω , iar căderea de tensiune la perii se neglijează.

Soluție. Curentul din indus pe care îl absoarbe mașina în cazul funcționării în sarcină nominală are valoarea:

$$I_n = \frac{P_n}{\eta_n U_{bn}} = \frac{8\,500}{0,85 \cdot 220} = 45,5 \text{ A.}$$

La funcționarea în regim de motor tensiunea electromotoare în ipoteza că se neglijează căderea de tensiune la perii are expresia:

$$U_e = \frac{p}{a} N \Phi n = k_e n = U_b - R_i I_i;$$

din această relație se poate obține constanta tensiunii electromotoare k_e în ipoteza fluxului constant:

$$k_e = \frac{U - R_i I_n}{n} = \frac{220 - 0,4 \cdot 45,5}{\frac{1\,440}{60}} = 8,42 \text{ V} \cdot \text{s.}$$

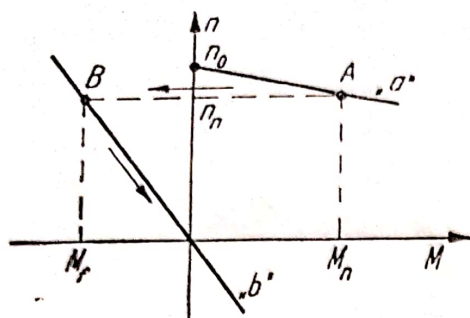


Figura 6.34.

Expresia cuplului motorului de curent continuu în cazul fluxului constant este:

$$M = \frac{P}{\Omega} = k \Phi I_i = k_m I_i.$$

Constanta k_m are valoarea

$$k_m = \frac{M_n}{I_n} = \frac{P_n}{\Omega_n} \frac{1}{I_n} = \frac{8\,500}{2\pi \frac{1\,440}{60}} \cdot \frac{1}{45,5} = 1,24 \frac{\text{Nm}}{\text{A}}.$$

În momentul frînării mașina este deconectată de la rețea, iar la bornele circuitului rotorului este conectată rezistența R , fluxul de excitație rămânând neschimbat.

Ecuatiile de funcționare ale mașinii în regimul permanent de generator sînt:

$$U_e = k'_e \Phi_m = k_e n = (R + R_i) I_i$$

$$M = -k'_m \Phi I_i = k_m I_i = -k_m \frac{k_e n}{R + R_i}.$$

Deci dependența cuplului funcție de turație este liniară (caracteristica b din figura 6.34). În momentul frînării mașina trece din punctul A de funcționare al caracteristicii mecanice naturale (caracteristica notată cu a în figura 6.34) în punctul B de funcționare de pe caracteristica de frînare (notată cu b). Valoarea maximă a cuplului de frînare este:

$$M_f = -k_m k_e \frac{n_n}{R + R_i} = -8,42 \cdot 1,24 \frac{\frac{1\,440}{60}}{5 + 0,4} = 46,4 \text{ Nm}.$$

6.5. FUNCȚIONAREA GRUPURILOR DE MAȘINI DE CURENT CONTINUU

6.31. Un generator de curent continuu alimentează printr-o linie electrică un motor de curent continuu (v. fig. 6.35); ambele mașini sînt construite cu excitație independentă. Cele două mașini sînt perfect compensate și au rezistența totală a indusului $R_{ig} = 0,25 \, \Omega$, respectiv $R_{im} = 0,4 \, \Omega$. Rezistența liniei de legătură între ele este $R = 0,5 \, \Omega$. La funcționarea în gol a motorului, turația celor două mașini este aceeași și egală cu $n_0 = 1\,100$ rot/min, tensiunea la bornele generatorului fiind $U_g = 223 \text{ V}$, iar la bornele motorului $U_m = 220 \text{ V}$.

Se cere să se determine turația cu care va funcționa motorul în sarcină știind că după încărcare, curentul prin indusul mașinilor are valoarea $I = 100 \text{ A}$, iar turația generatorului a scăzut la $n_g = 1\,020$ rot/min; curentul de excitație al celor două mașini rămîne neschimbat de la funcționarea în gol la funcționarea în sarcină.

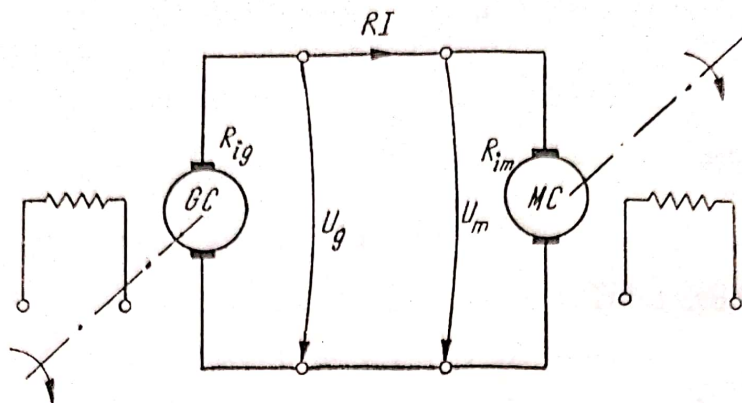


Figura 6.35.

Soluție. Curentul debitat de generator la funcționarea în gol a motorului are valoarea (fig. 6.35) :

$$I_0 = \frac{U_g - U_m}{R} = \frac{223 - 220}{0,5} = 6 \text{ A.}$$

Tensiunea electromotoare indusă în generator în regimul de excitație corespunzător funcționării în gol a motorului are valoarea :

$$U_{eg} = U_g + R_{ig} I_0 = 223 + 0,25 \cdot 6 = 224,5 \text{ V.} \quad (1)$$

Tensiunea electromotoare indusă în motor în același regim de funcționare este :

$$U_{em} = U_m - R_{im} I_0 = 220 - 0,4 \cdot 6 = 217,6 \text{ V.} \quad (2)$$

Expresia tensiunii electromotoare induse în funcție de mărimile caracteristice ale mașinii este :

$$U_e = \frac{p}{a} N n \Phi = k n \Phi.$$

Deoarece s-a presupus că regimul de excitație nu se schimbă de la funcționarea în gol la funcționarea în sarcină, se poate scrie

$$U_e = C n. \quad (3)$$

Din relația (3) ținând seama de rezultatele determinate în (1) și (2) obținem :

$$C_g = \frac{U_{eg}}{n_0} = \frac{224,5}{1100} = 0,204 \text{ V. min.}$$

respectiv

$$C_m = \frac{U_{em}}{n_0} = \frac{217,6}{1100} = 0,1978 \text{ V. min.}$$

Tensiunea electromotoare indusă în generator la funcționarea în sarcină are valoarea :

$$U'_{eg} = C_g n_g = 0,204 \cdot 1\,020 = 208 \text{ V.}$$

Tensiunea aplicată la bornele motorului în noul regim de funcționare este :

$$U'_m = U'_{eg} - R_{ig}I - RI = 208 - 0,25 \cdot 100 - 0,5 \cdot 100 = 133 \text{ V.}$$

Corespunzător, tensiunea electromotoare indusă în motor este :

$$U'_{em} = U'_m - R_{im}I = 133 - 0,4 \cdot 100 = 93 \text{ V.}$$

Rezultă turația motorului la funcționarea în sarcină :

$$n_m = \frac{U'_{em}}{C_m} = \frac{93}{0,1975} = 471 \text{ rot/min.}$$

6.32. Un generator de curent continuu cu excitație independentă are puterea nominală $P_n = 50 \text{ kW}$, tensiunea nominală $U_n = 230 \text{ V}$, și rezistența totală a indusului $R_{ig} = 0,06 \Omega$.

La bornele generatorului sînt conectate două motoare cu excitație separată, identice, de putere nominală $P_n = 20,5 \text{ kW}$, avînd tensiunea nominală 220 V , curentul nominal $I_n = 103,9 \text{ A}$ și turația nominală $n_n = 750 \text{ rot/min}$. Rezistența totală a indusului fiecărui motor este $R_{im} = 0,138 \Omega$. Fluxurile magnetice ale celor două motoare sînt egale. Excitația generatorului este astfel reglată încît la plină sarcină a motoarelor tensiunea la borne să fie egală cu tensiunea nominală a motoarelor.

Se cere să se determine turația motoarelor în cazul în care unul dintre ele este încărcat cu cuplul $M_r = 0,1 M_n$ și celălalt cu $M_r = 1,2 M_n$. Se neglijează efectul reacției transversale a indusului, iar regimul de excitație al celor trei mașini nu se modifică.

Soluție. În figura 6.36 este reprezentată schema de funcționare, de principiu, a celor trei mașini. Înfășurările de excitație sînt alimentate de la o rețea independentă.

În cazul în care cele două motoare funcționează în regim nominal, $U = 220 \text{ V}$; $I_1 = I_2 = I_n = 103,9 \text{ A}$, $n_1 = n_2 = n_n = 750 \text{ rot/min}$.

Dacă se neglijează căderea de tensiune pe linia de legătură, tensiunea electromotoare indusă de fluxul inductor al generatorului are valoarea :

$$U_{eg} = U + R_{ig}(I_1 + I_2) = 220 + 0,06 (103,9 + 103,9) = 232,5 \text{ V.}$$

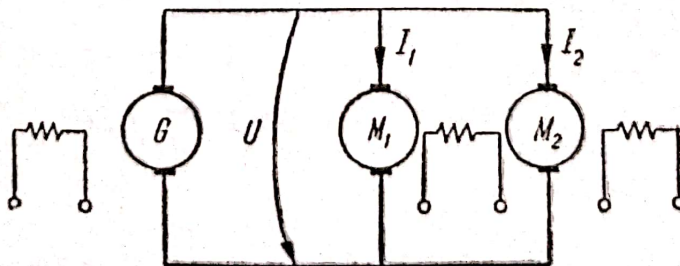


Figura 6.36.

Tensiunea electromotoare indusă în acest regim de funcționare, în cele două motoare, este :

$$U_{em} = U - R_{im} I_1 = 220 - 0,138 \cdot 103,9 = 205,65 \text{ V.}$$

La motorul derivație compensat cuplul electromagnetic este proporțional cu curentul prin indus :

$$M = \frac{p}{a} \frac{N}{2\pi} \Phi I.$$

Deci în regimul de încărcare menționat în enunțul problemei primul motor va absorbi un curent :

$$I'_1 = 0,1 I_n = 0,1 \cdot 103,9 = 10,39 \text{ A,}$$

iar cel de al doilea motor un curent

$$I'_2 = 1,2 I_n = 1,2 \cdot 103,9 = 124,8 \text{ A.}$$

Tensiunea aplicată la bornele motoarelor va fi în acest caz :

$$U' = U_{eg} - R_{ig}(I'_1 + I'_2) = 232,5 - 0,06(10,39 + 124,8) = 224,4 \text{ V.}$$

Tensiunea electromotoare indusă de fluxul inductor al motorului în noul regim are valoarea :

$$U'_{e1m} = U' - R_{im} I'_1 = 224,4 - 0,138 \cdot 10,39 = 222,96 \text{ V}$$

respectiv

$$U'_{e2m} = U' - R_{im} I'_2 = 224,4 - 0,138 \cdot 124,8 = 207,2 \text{ V.}$$

Considerînd expresia tensiunii electromotoare indusă de fluxul inductor $U_e = \frac{p}{a} N \Phi n$, turația în noul regim de funcționare, la flux constant, are valoarea :

$$n'_1 = n_1 \frac{U'_{e1m}}{U_{em}} = 750 \cdot \frac{222,96}{205,65} = 813 \text{ rot/min.}$$

respectiv

$$n'_2 = n_2 \frac{U'_{e2m}}{U_{em}} = 750 \frac{207,2}{205,65} = 755 \text{ rot/min.}$$

6.33. O mașină electrică al cărei indus este echipat cu colector iar înfășurarea de excitație este conectată în serie este antrenată la turația n_1 și produce în sarcină rezistivă tensiunea la borne $U_b = 100 \text{ V}$, curentul de sarcină fiind $I = 25 \text{ A}$.

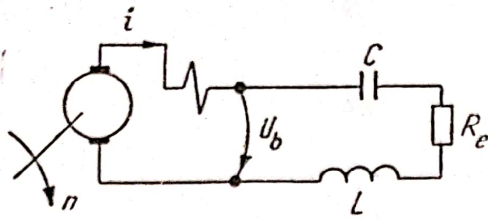


Figura 6.37.

Generatorul, antrenat la turația n_1 este conectat pe un circuit R, L, C (v. fig. 6.37). Inductivitatea circuitului este $L = 1$ H.

Rezistența circuitului interior al generatorului este $R_i = 1 \Omega$.

Se cere să se determine :

- 1) Valoarea rezistenței circuitului exterior R_e pentru ca generatorul să producă curent alternativ neamortizat.
 - 2) Valoarea capacității circuitului exterior pentru ca frecvența curentului alternativ debitat să fie $f = 5000$ Hz.
- Se consideră că generatorul are o caracteristică magnetică liniară.

Soluție. Notînd cu R rezistența totală a circuitului, ecuația tensiunilor este :

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = u \quad (1)$$

în care u este tensiunea electromotoare a generatorului și are expresia :

$$u = k \Omega \Phi = k_e i$$

caracteristica magnetică fiind presupusă liniară.

Introducînd expresia lui u în ecuația (1) rezultă :

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + A_1 \frac{di}{dt} + A_2 = 0 \quad (2)$$

în care

$$A_1 = \frac{R - k_e}{L} \quad \text{și} \quad A_2 = \frac{1}{CL}.$$

Soluțiile ecuației caracteristice sînt :

$$r_{1,2} = -\frac{A_1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{A_1}{2}\right)^2 - A_2}$$

iar soluția ecuației (2) este :

$$i = B_1 e^{-r_1 t} + B_2 e^{-r_2 t}$$

1) Pentru ca soluția ecuației să fie o funcție periodică neamortizată este necesar ca rădăcinile ecuației caracteristice să fie imaginare (partea reală să fie nulă) respectiv să avem $A_1 = 0$ iar $A_2 > 0$.

Prin urmare rezistența circuitului să fie egală cu panta caracteristicii magnetice $R = k_e$.

Rezistența circuitului receptor trebuie să aibă valoarea :

$$R_e = R - R_i = k_e - R_i.$$

În cazul problemei date, rezultă pentru k_e valoarea

$$k_e = \frac{U_e}{I} = \frac{U_b + R_i I}{I} = \frac{100 + 1 \cdot 25}{25} = 5 \text{ V/A};$$

valoarea rezistenței exterioare, necesară pentru ca generatorul să debiteze curent alternativ neamortizat este

$$R_{ex} = 5 - 1 = 4\Omega.$$

2) Pulsația curentului debitat de generator are valoarea $\sqrt{A_2}$.

Deci

$$\omega = 2\pi f = \sqrt{A_2} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

prin urmare condensatorul are capacitatea

$$C = \frac{1}{(2\pi f)^2 L} = \frac{1}{(2\pi \cdot 5 \cdot 10^3)^2} = 1,02 \cdot 10^{-9} \text{F}.$$

6.6. REGIMURI DINAMICE DE FUNCȚIONARE ALE MOTOARELOR DE CURENT CONTINUU

6.34. Un motor de curent continuu derivație, compensat, avînd următoarele date nominale: puterea $P_n = 15 \text{ kW}$, tensiunea la borne $U_{bn} = 220 \text{ V}$, turația $n_n = 1500 \text{ rot/min}$, randamentul $\eta_n = 0,8$ funcționează în regim nominal.

Se introduce brusc în circuitul indusului un reostat de reglaj cu rezistența $R = 0,9 \Omega$.

Se cere să se determine curba turației motorului în funcție de timp, știind că cuplul rezistent rămîne constant; rezistența indusului are valoarea $R_i = 0,2 \Omega$, constanta de timp a indusului este $T_a = 0,2 \text{ s}$ iar constanta de timp mecanică este $T_m = 8 \text{ s}$.

Soluție. Curentul nominal al motorului este:

$$I_n = \frac{P}{\eta_n U_{bn}} = \frac{15 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 220} = 85,2 \text{ A}.$$

În timpul funcționării tensiunea la bornele mașinii rămîne neschimbată, deci fluxul în mașină rămîne constant, mașina fiind compensată.

Din relația cuplului:

$$M = k_m \Phi I,$$

rezultă că în aceste condiții, curentul absorbit de motor în regim staționar are aceeași valoare pe care o avea înainte de introducerea reostatului în circuitul indusului. Introducerea rezistenței R în circuitul rotorului, în acest caz, este echivalentă cu scăderea tensiunii la bornele indusului la valoarea:

$$U_1 = U_{bn} - RI_n = 220 - 0,9 \cdot 85,2 = 143,2 \text{ V}.$$

Turațiile corespunzătoare celor două regimuri staționare de funcționare sînt :

$$n_n = \frac{U_{bn} - R_i I_n}{k_e \Phi}$$

$$n_1 = \frac{U_1 - R_i I_n}{k_e \Phi}$$

de unde, ținînd seama de faptul că fluxul magnetic este constant, rezultă :

$$n_1 = \frac{U_1 - R_i I_n}{U_{bn} - R_i I_n} n_n = \frac{143,2 - 0,2 \cdot 85,2}{220 - 0,2 \cdot 85,2} 1500 = 932 \text{ rot/min.}$$

Ecuația mecanică în regim tranzitoriu, la flux constant, este :

$$T_a T_m \frac{d^2 \Omega}{dt^2} + T_m \frac{d\Omega}{dt} + \Omega = \Omega_2$$

soluția acestei ecuații este de forma :

$$\Omega = A + B e^{-\frac{t}{T_1}} + C e^{-\frac{t}{T_2}}.$$

Exprimînd viteza unghiulară în funcție de turația rotorului ($\Omega = 2\pi n$), rezultă :

$$n = A' + B' \left(e^{-\frac{t}{T_1}} \right) + C' \left(e^{-\frac{t}{T_2}} \right) \quad (1)$$

unde T_1 și T_2 sînt inversele soluțiilor ecuației caracteristice, luate cu semn schimbat :

$$T_{1,2} = \frac{T_m}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4T_a}{T_m}} \right) = \frac{8}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4 \cdot 0,2}{8}} \right)$$

$$T_{1,2} = \begin{cases} 7,8 = T_1 \\ 0,2 = T_2. \end{cases}$$

Pentru determinarea constantelor din ecuația (1) se pun condițiile inițiale și la limită :

$$\begin{cases} t = 0 \\ n = n_n \end{cases} \quad \begin{cases} t = 0 \\ \frac{dn}{dt} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} t \rightarrow \infty \\ n = n_1. \end{cases}$$

Se obține astfel soluția :

$$n = 935 + 580 e^{-\frac{t}{7,8}} - 15 e^{-\frac{t}{0,2}}. \quad (2)$$

Curba de variație a turației motorului în funcție de timp exprimată de ecuația (2) este reprezentată grafic în figura 6.38.

6.35. Un motor de curent continuu derivație cu turația nominală $n_n = 2200$ rot/min este pornit în gol aplicându-se mai întâi tensiunea redusă $U_{b1} = 0,5 U_{bn}$ pînă în momentul în care rotorul atinge turația $n_1 = 0,3 n_n$, iar apoi se aplică brusc tensiunea nominală U_{bn} . Constantele de timp nominale ale mașinii sînt:

— constanta de timp a circuitului indusului $T_a = 0,2$ s;

— constanta de timp mecanică $T_m = 10$ s.

Se cere să se determine curba turației în funcție de timp, în ipoteza că:

1) mașina este pornită incorect, tensiunea variabilă fiind aplicată atît la bornele indusului cît și la bornele circuitului de excitație.

2) mașina este pornită corect cu tensiune variabilă aplicată la bornele indusului și cu tensiunea nominală constantă aplicată la bornele circuitului de excitație.

Se neglijează căderea de tensiune din indus la funcționarea în gol la turația nominală.

Soluție. Ecuația tensiunilor și ecuația mecanică a motorului în regim dinamic sînt:

$$U = R i_i + L \frac{di_i}{dt} + c \Omega \varphi \quad (1)$$

$$J \frac{d\Omega}{dt} + m_a = c \varphi i_i \quad (2)$$

unde

i_i — reprezintă curentul prin indusul mașinii;

Ω — viteza unghiulară a rotorului;

φ — fluxul magnetic inductor;

$c\Omega\varphi = u_e$ — tensiunea electromotoare;

J — momentul de inerție al rotorului;

m_a — cuplul rezistent aplicat la ax; în cazul problemei date $m_a = 0$;

$c\varphi i_i = m_e$ — cuplul electromagnetic.

Ținînd seama că tensiunea se modifică în trepte, pe fiecare interval tensiunea este constantă, iar fluxul magnetic rămîne constant dacă tensiunea aplicată circuitului de excitație este constantă.

Eliminînd curentul i_i din relațiile (1) și (2) și ținînd seama că în regim permanent cuplul electromagnetic este egal cu cuplul rezistiv, rezultă ecuația mecanică a motorului:

$$T_a T_m \frac{d^2\Omega}{dt^2} + T_m \frac{d\Omega}{dt} + \Omega = \Omega_2 \quad (3)$$

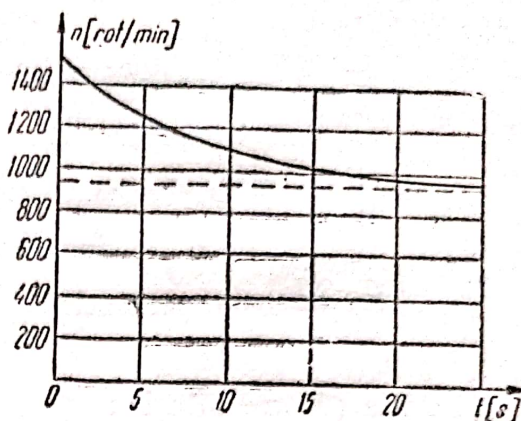


Figura 6.38.

unde

$T_a = \frac{L}{R}$ — reprezintă constanta de timp a circuitului rotorului, neschimbată în funcție de tensiune;

$T_m = \frac{RJ}{(C\varphi)^2}$ — reprezintă constanta de timp mecanică, depinzând de tensiune prin fluxul φ ;

$\Omega_2 = \frac{U - RI_s}{C\varphi}$ — reprezintă viteza unghiulară finală a mașinii.

Ecuatia (3) are soluția :

$$\Omega = \Omega_2 + \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{T_1 - T_2} \left[T_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2 e^{-\frac{t}{T_2}} \right] \quad (4)$$

unde

$T_{1,2} = \frac{T_m}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4T_a}{T_m}} \right)$ — fiind inversele soluțiilor ecuației caracteristice a ecuației (3), luate cu semn schimbat.

1) Mașina funcționând cu două tensiuni diferite la bornele circuitului de excitație va avea două constante mecanice de timp

$$T_m = \frac{RJ}{(C\varphi_n)^2} \text{ — pentru } U_{bn} \quad (5)$$

$$T_{m1} = \frac{RJ}{(C\varphi_1)^2} \text{ — pentru } U_{b1} = 0,5 U_{bn} \quad (6)$$

Tensiunile electromotoare ale motorului în cele două regimuri de funcționare în gol (ținând cont că se neglijează căderea de tensiune din indus) sînt :

$$\begin{cases} U_{en} = U_{bn} = C\varphi_n \Omega_n & (7) \\ U_{e1} = U_{b1} = C\varphi_1 \Omega_1. & (8) \end{cases}$$

Din relațiile (5) și (6) se poate determina constanta mecanică pentru funcționarea cu tensiune redusă :

$$T_{m1} = \frac{(C\varphi_n)^2}{(C\varphi_1)^2} T_m$$

sau folosind relațiile (7) și (8)

$$T_{m1} = \left(\frac{U_{bn}}{U_{b1}} \frac{\Omega_1}{\Omega_n} \right)^2 T_m = \left(\frac{U_{bn}}{U_{n1}} \frac{n_1}{n_n} \right)^2 T_m = \left(\frac{1}{0,5} \cdot 0,3 \right)^2 \cdot 10 = 3,6 \text{ s.}$$

Deci inversele soluțiilor ecuației caracteristice luate cu semn schimbat, la funcționarea cu tensiune redusă, sînt :

$$T_{1,2} = \frac{T_{m1}}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4T_a}{T_{m1}}} \right) = \frac{3,6}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4 \cdot 0,2}{3,6}} \right)$$

$$T_1 = 3,39 \text{ s}$$

$$T_2 = 0,22 \text{ s}$$

iar turația este dată de relația

$$n = 660 - \frac{660}{3,17} \left(3,39 e^{-\frac{t}{3,39}} - 0,22 e^{-\frac{t}{0,22}} \right). \quad (9)$$

obținută din relația (4).

În cazul funcționării cu tensiune nominală soluțiile căutate sînt :

$$T_{1,2} = \frac{10}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4 \cdot 0,2}{10}} \right) \begin{cases} T_1 = 9,8 \text{ s} \\ T_2 = 0,2 \text{ s} \end{cases}$$

iar turația este dată de relația

$$n = 2200 - \frac{1540}{9,6} \left(9,8 e^{-\frac{t}{9,8}} - 0,2 e^{-\frac{t}{0,2}} \right). \quad (10)$$

Mașina funcționează în prima perioadă pe caracteristica definită de (9) (practic după $t = 15 \text{ s}$ ajunge la turația de regim $n_1 = 660 \text{ rot/min}$) după care odată cu creșterea tensiunii mașina trece pe caracteristica dată de (10). Originea de timp pentru caracteristica (10) corespunde momentului saltului de tensiune.

Curba de variație a turației în timp este reprezentată în figura 6.39.

2) Pentru că tensiunea la bornele circuitului de excitație este constantă mașina va funcționa cu aceeași constantă mecanică de timp $T_m = 10 \text{ s}$. Ecuația mecanică a motorului va fi :

$$T_a T_m \frac{d^2 \Omega}{dt^2} + T_m \frac{d\Omega}{dt} + \Omega = \Omega_2.$$

Pentru ambele salturi de tensiune $(0; 0,5 U_{bn})$ și $(0,5 U_{bn}; U_{bn})$ ecuația mecanică are soluția :

$$\Omega = \Omega_2 + \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{T_1 - T_2} \left[T_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2 e^{-\frac{t}{T_2}} \right] \quad (2')$$

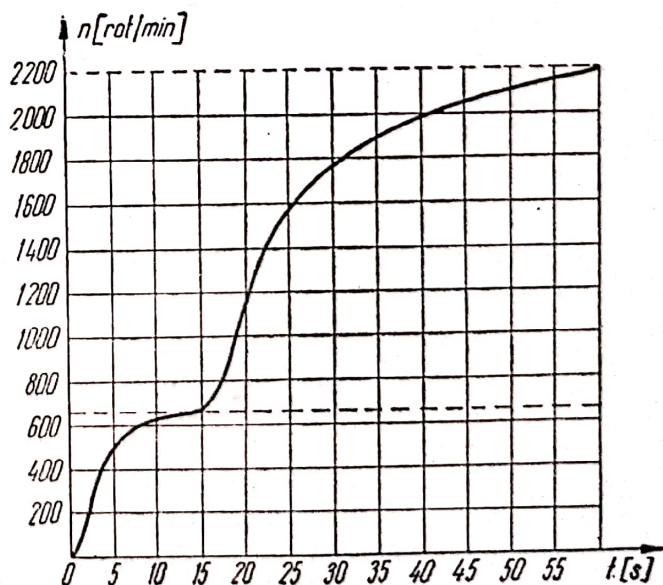


Figura 6.39.

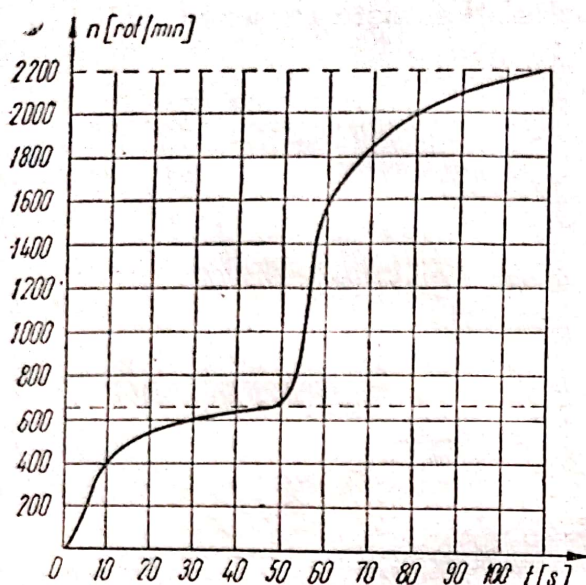


Figura 6.40.

runde

$$T_{1,2} = \frac{T_m}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4T_a}{T_m}} \right) =$$

$$= \frac{10}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4 \cdot 0,2}{10}} \right)$$

$$T_{1,2} \begin{cases} T_1 = 9,8 \text{ s} \\ T_2 = 0,2 \text{ s} \end{cases}$$

sînt inversele soluțiilor ecuației caracteristice luate cu semn schimbat. Pentru primul salt de tensiune $(0; 0,5 U_{bn})$ ținînd cont de condițiile inițiale

$n_1 = 0$ și $\frac{d\Omega}{dt} = 0$ și de condițiile la limită $n = n_2 = 660 \text{ rot/min}$ soluția ecuației mecanice este (v. ecuația (4)):

$$n = 660 - \frac{660}{9,6} \left(9,8 e^{-\frac{t}{9,8}} - 0,2 e^{-\frac{t}{0,2}} \right), \quad (11)$$

iar pentru al doilea salt de tensiune $[0,5 U_{bn}, U_{bn}]$, condițiile inițiale $(t = 0)$; $n_1 = 660 \text{ rot/min}$ și $\frac{d\Omega}{dt} = 0$ și cu condiția la limită $n_2 = 2200 \text{ rot/min}$ soluția ecuației mecanice este dată de relația (10).

Mașina funcționează în prima perioadă pe caracteristica (11); practic după $t = 50 \text{ s}$ se ajunge la turația de regim $n = 660 \text{ rot/min}$ după care, odată cu creșterea tensiunii mașina trece să funcționeze pe caracteristica (10). Originea de timp pentru caracteristica (10) corespunde momentului saltului de tensiune.

Curba de variație a turației în funcție de timp este reprezentată în figura 6.40. Pornirea realizată astfel deși necesită un timp mai mare decît în cazul precedent este cea corectă, motorul este supus la șocuri mecanice și electrice mult mai reduse.

6.36. Un motor de curent continuu cu excitație derivație funcționează în sarcină; momentul de inerție al maselor în mișcare are valoarea $J = 12,5 \text{ Nm s}^2$.

Constanta de timp a circuitului de excitație al motorului este $T_e = 0,2 \text{ s}$, rezistența circuitului de excitație este $R_e = 10 \Omega$, iar rezistența circuitului indusului are valoarea $R_i = 0,8 \Omega$.

Datorită unei variații incidentale, de scurtă durată, a rezistenței din circuitul de excitație, apare o abatere a turației rotorului, care în momentul inițial reprezintă 1% din turația inițială.

Se cere să se determine ecuația de variație a turației, în timp, în următoarele situații :

1) cuplul motor are valoarea $M_1 = 180 \text{ Nm}$, curentul în indusul mașinii avînd valoarea $I_1 = 60 \text{ A}$, la turația n_1 .

2) cuplul motor are valoarea $M_2 = 240 \text{ Nm}$, curentul în indusul mașinii avînd valoarea $I_2 = 60 \text{ A}$, la turația n_2 .

Caracteristica magnetică a mașinii se presupune liniară pe zona de funcționare a motorului.

Soluție. Ecuațiile motorului în regim permanent sînt :

$$\begin{cases} M_r = C_m \Phi I & \text{— ecuația cuplului} \\ U - R_i I - C_m \Omega \Phi = 0 & \text{— ecuația tensiunilor} \\ U = R_e I_e & \text{— ecuația circuitului de excitație} \\ \Phi = \Phi_0 + k I_e & \text{— ecuația caracteristicii magnetice} \end{cases} \quad (1)$$

În regim tranzitoriu, la un moment dat, notînd cu litere mici abaterile de la valorile din regimul staționar, ecuațiile motorului au forma :

$$\begin{cases} M_r + J \frac{d\omega}{dt} = C_m (\Phi + \varphi) (I + i) & \text{— ecuația cuplului} \\ U - R_i (I + i) - C_m (\Phi + \varphi) (\Omega + \omega) = 0 & \text{— ecuația tensiunilor} \\ U - R_e (I_e + i_e) - w_e \frac{d\varphi}{dt} = 0 & \text{— ecuația circuitului de excitație} \\ \Phi + \varphi = \Phi_0 + k (I_e + i_e) & \text{— ecuația fluxului} \end{cases} \quad (1')$$

unde w_e reprezintă numărul de spire al înfășurării de excitație. Scăzînd ecuațiile corespunzătoare din sistemele (1) și (1') se obțin ecuațiile în regim tranzitoriu din care se determină abaterile diferitelor mărimi de la valoarea lor din regimul staționar (se neglijează termenii formați de produsul a două abateri).

$$\begin{cases} J \frac{d\omega}{dt} = C_m \Phi i + C_m I \varphi & (a) \\ R_i i + C_m \Phi \omega + C_m \Omega \varphi = 0 & (b) \\ R_e i_e + w_e \frac{d\varphi}{dt} = 0 & (c) \\ \varphi = k i_e & (d) \end{cases} \quad (2)$$

Din aceste ecuații, se obține următoarea ecuație pentru abaterea vitezei unghiulare :

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} + A_1 \frac{d\omega}{dt} + A_2 \omega = 0 \quad (3)$$

în care :

$$\begin{cases} A_1 = \frac{1}{T_e} + \frac{(C_m \Phi)^2}{JR_e} \\ A_2 = \frac{1}{T_e} \frac{(C_m \Phi)^2}{JR_i} \end{cases}$$

Ecuatia caracteristică a ecuației diferențiale (3) are soluțiile

$$r_{1,2} = -\frac{A_1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{A_1}{2}\right)^2 - A_2}$$

Soluția generală a ecuației (3) este :

$$\omega = \omega_1 e^{r_1 t} + \omega_2 e^{r_2 t} \quad (4)$$

Deoarece la $t = 0$ abaterea vitezei unghiulare are valoarea ω_0 iar $\frac{d\omega}{dt} = 0$ rezultă sistemul :

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_0 = \frac{\Omega}{100}$$

$$r_1 \omega_1 + r_2 \omega_2 = 0$$

cu soluțiile :

$$\omega_1 = \frac{\Omega}{100} \frac{r_2}{r_2 - r_1}$$

și

$$\omega_2 = \frac{\Omega}{100} \frac{r_1}{r_1 - r_2}$$

Prin urmare soluția (4) devine :

$$\omega = \frac{\Omega}{100} \frac{1}{r_2 - r_1} [r_2 e^{r_1 t} - r_1 e^{r_2 t}],$$

iar turația are expresia :

$$n = n_1 + \frac{n_1}{100} \frac{1}{r_2 - r_1} [r_2 e^{r_1 t} - r_1 e^{r_2 t}]. \quad (5)$$

1) În primul caz motorul funcționează cu cuplul $M_1 = 180$ Nm, iar curentul $I_1 = 60$ A ; prin urmare :

$$C_m \Phi = \frac{M_1}{I_1} = \frac{180}{60} = 3.$$

Constantele A_1 și A_2 au valorile :

$$A_1 = \frac{1}{0,2} + \frac{(3)^2}{12,5 \cdot 10} = 5,072$$

$$A_2 = \frac{1}{0,2} \cdot \frac{3^2}{12,5 \cdot 0,8} = 4,5,$$

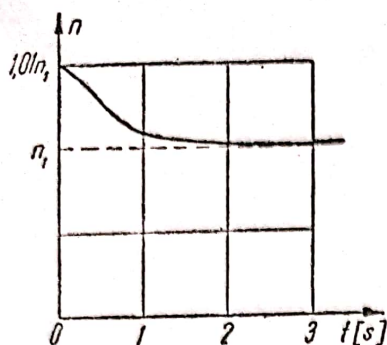


Figura 6.41.

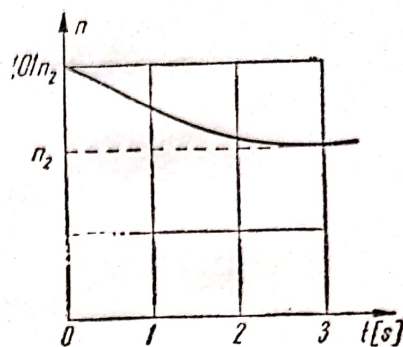


Figura 6.42.

iar soluțiile ecuației caracteristice sînt:

$$r_1 = -\frac{5,072}{2} - \sqrt{\left(\frac{5,072}{2}\right)^2 - 4,5} = -3,92$$

$$r_2 = -\frac{5,072}{2} + \sqrt{\left(\frac{5,072}{2}\right)^2 - 4,5} = -1,16.$$

Cu aceste valori expresia turației date de relația (5) devine:

$$n = n_1 + \frac{n_1}{100} (1,42e^{-1,16t} - 0,42 e^{-3,92t}).$$

În figura 6.41 s-a reprezentat grafic turația n în funcție de timp.

2) În al doilea caz, motorul are cuplul $M_2 = 240$ Nm, iar curentul $I_2 = 60$ A; prin urmare;

$$C_m \Phi = \frac{M_2}{I_2} = \frac{240}{60} = 4,$$

iar constantele A_1 și A_2 au valorile

$$A_1 = \frac{1}{0,2} + \frac{4^2}{12,5 \cdot 10} = 5,128$$

$$A_2 = \frac{1}{0,2} \cdot \frac{4^2}{12,5 \cdot 0,8} = 8.$$

Rezultă soluțiile ecuației caracteristice:

$$r_1 = -\frac{5,128}{2} + \sqrt{\left(\frac{5,128}{2}\right)^2 - 8} = -2,56 + j 1,18$$

$$r_2 = -\frac{5,128}{2} - \sqrt{\left(\frac{5,128}{2}\right)^2 - 8} = -2,56 - j 1,18.$$

Cu aceste soluții turația n dată de relația (5) devine:

$$n = n_2 + \frac{n_2}{100} e^{-2,56t} \left[\frac{2,56 \sin 1,18t + 1,18 \cos 1,18t}{1,18} \right].$$

În figura 6.42 s-a reprezentat grafic turația n în funcție de timp.

Capitolul 7.

MAȘINI DE CURENT ALTERNATIV CU COLECTOR

7.1. Un motor asincron trifazat derivație cu colector cu alimentarea în rotor (motor Richter-Schrage) are următoarele date nominale: puterea $P_n = 200$ kW; turația $n_n = 500 \dots 750$ rot/min. frecvența $f = 50$ Hz.

Motorul are $p = 5$ perechi de poli.

Se cere să se determine puterea transmisă la colector, precum și bilanțurile puterilor corespunzătoare turațiilor limită, în ipoteza că se neglijează pierderile în motor.

Soluție. Turația sincronă a motorului este $n_1 = \frac{60f}{p} = 600$ rot/min.

La turația minimă subsincronă $n_n = 500$ rot/min, alunecarea motorului este

$$s_1 = \frac{600 - 500}{600} = 0,167.$$

La turația maximă suprasincronă $n_n = 750$ rot/min, alunecarea motorului este

$$s_2 = \frac{600 - 750}{600} = -0,25.$$

Puterea transmisă la colector la turația minimă subsincronă este

$$P_{c1} = \frac{s_1}{1 - s_1} P_n = 0,2 \cdot 200 = 40 \text{ kW}.$$

Puterea primită la colector la turația suprasincronă este

$$P_{c2} = -\frac{s_2}{1 - s_2} P_n = -0,2 \cdot 200 = -40 \text{ kW}.$$

La funcționarea motorului la turații subsincrone, înfășurarea auxiliară din rotor primește pe la colector puterea P_{c1} de la înfășurarea secundară și o transmite pe cale transformatorică rețelei. Prin urmare, dacă se neglijează pierderile, bilanțul puterilor este prezentat în figura 7.1 a.

La funcționarea motorului la turația suprasincronă n_n , se transmite prin colector de la înfășurarea secundară puterea P_{c2} . În ipoteza că pierderile sînt neglijabile, bilanțul puterilor este reprezentat în figura 7.1 b.

În figurile 7.1, a și 7.1, b s-a notat cu P_1 puterea primită de motor pe la inele de la rețea, cu P_e puterea electromagnetică, cu P_{s1} și P_{s2}

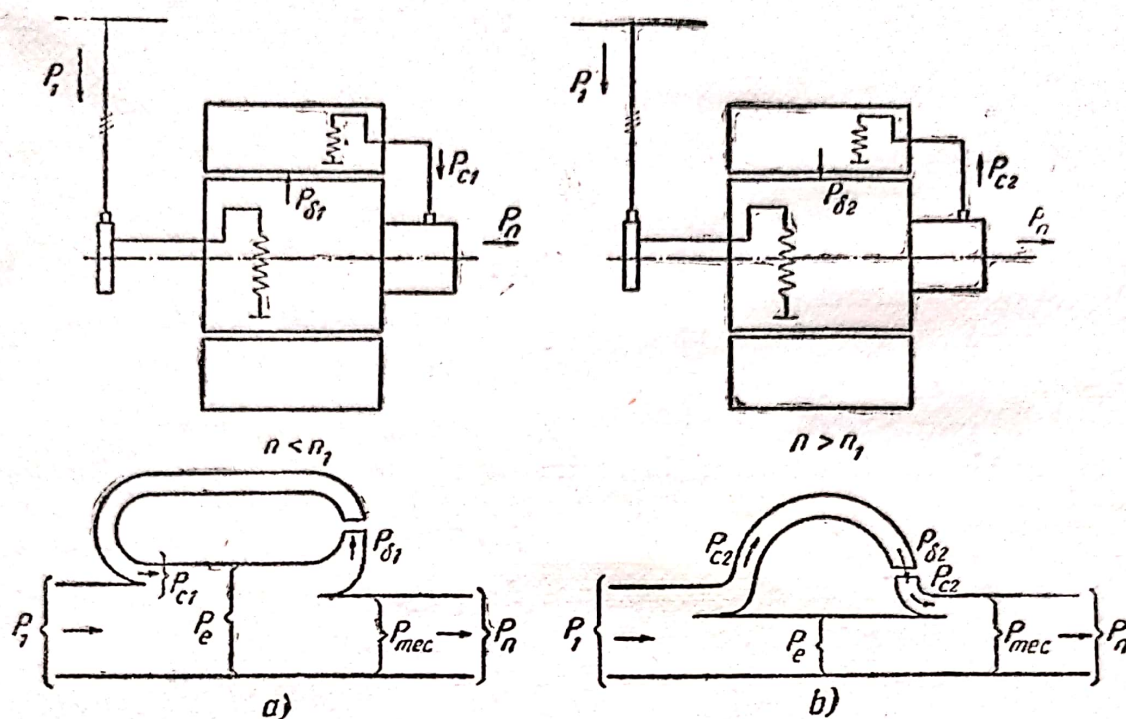


Figura 7.1.

puterile transmise prin întrefier, iar cu P_{mec} puterea mecanică, P_n fiind puterea utilă disponibilă la ax.

7.2. Un motor serie monofazat cu colector funcționează la turația nominală $n = 9\,000$ rot/min, la tensiunea la borne $U_b = 220$ V și curentul $I_n = 10$ A. La pornire, tensiunea la borne este $U_{bp} = 48$ V, curentul $I_p = 16$ A și factorul de putere $\cos \varphi_p = 0,4$. Se neglijează căderea de tensiune la perii și se consideră caracteristica magnetică liniară. Se cere să se determine locul geometric al fazorului de curent la funcționarea motorului cu tensiunea nominală la borne.

Soluție. Pentru determinarea locului geometric al fazorului de curent este necesar să se calculeze parametrii motorului: rezistența și reactanța totală.

La pornire, tensiunea electromotoare de mișcare este nulă și ecuația tensiunilor este:

$$\underline{U}_{bp} = (R + jXI)_p.$$

Rezultă ecuațiile:

$$R^2 + X^2 = \left(\frac{U_{bp}}{I_p} \right)^2$$

$$\frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \cos \varphi_p$$

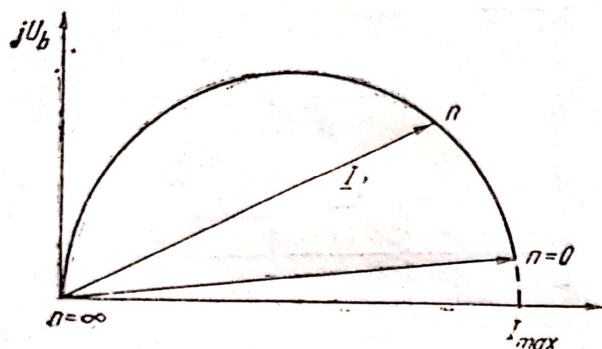


Figura 7.2.

Cu valorile numerice din enunț rezultă :

$$R^2 + X^2 = 9$$

$$R = 1,2 \, \Omega.$$

Prin urmare parametrii motorului sînt :

$$R = 1,2 \, \Omega$$

și

$$X = 2,75 \, \Omega.$$

La funcționarea motorului în regim nominal ecuația tensiunilor este :

$$\underline{U}_b = (R + jX)\underline{I}_n + \underline{U}_{en}.$$

Deoarece tensiunea electromotoare de mișcare se poate scrie astfel :

$$\underline{U}_{en} = k_u \frac{n_n}{60} \underline{I}_n,$$

rezultă :

$$k_u = \frac{60}{n_n} \left(\sqrt{\left(\frac{U_{bn}}{I_n} \right)^2 - X^2} - R \right).$$

Cu valorile numerice din enunț rezultă :

$$k_u = \frac{60}{n_n} \left(\sqrt{\left(\frac{220}{10} \right)^2 - 2,75^2} - 1,2 \right) = 20,6 \frac{60}{n_n}.$$

La o valoare oarecare a cuplului de sarcină, respectiv a turației ecuația curentului este :

$$\underline{U}_b = (R' + jX)\underline{I} + k_u n \underline{I}.$$

Prin urmare

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}_b}{R + k_u n + jX}.$$

sau, considerînd tensiunea $\underline{U}_b = jU_b$

$$\underline{I} = \frac{j 220}{1,2 + 20,6 \frac{n}{n_n} + j 2,75}$$

Locul geometric al curentului $\underline{I}$, cînd variază turația n , este un cerc care trece prin origine ($n = \infty$) și are diametrul $I_{max} = 80 \, A$, corespunzător turației $\frac{n}{n_n} = -0,0582$.

În figura 7.2 este reprezentat locul geometric al curentului.

7.3. Un motor serie monofazat cu colector, cu caracteristică magnetică liniară, funcționează în regim nominal având următoarele date: $P_n = 200\text{ W}$, $U_b = 220\text{ V}$, $\cos \varphi_n = 0,9$, $n_n = 9\,000\text{ rot/min}$, $\eta_n = 0,6$ și $f_n = 50\text{ Hz}$.
Rezistența circuitului indusului este $R = 10\ \Omega$.

Se cere să se determine turația motorului la abateri ale tensiunii de alimentare cu $\pm 10\%$ față de tensiunea nominală, cuplul dezvoltat de motor rămânând constant.

Soluție. Cuplul electromagnetic al motorului este:

$$M = kI^2;$$

prin urmare, la abateri ale tensiunii la borne, curentul I rămâne constant și egal cu curentul nominal, deoarece cuplul electromagnetic pe care-l dezvoltă motorul trebuie să rămână constant.

Curentul nominal are valoarea efectivă:

$$I_n = \frac{P_n}{\eta_n U_b \cos \varphi_n} = \frac{200}{0,6 \cdot 220 \cdot 0,9} = 1,85\text{ A}.$$

Ecuția tensiunilor este:

$$\underline{U}_b = (R + jX)\underline{I} + \underline{U}_e$$

în care:

$$\underline{U}_e = k_u \frac{n}{60} \underline{I}.$$

În regim nominal rezultă:

$$Z_n = \frac{U_b}{I_n} = \frac{220}{1,85} = 118,92\ \Omega.$$

Reactanța este:

$$X = Z_n \sin \varphi_n = 118,92 \sqrt{1 - 0,90^2} = 51,83\ \Omega.$$

Ecuția tensiunilor în regim nominal se poate scrie astfel:

$$\underline{U}_{bn} = (R + k_u n_n) \underline{I} + jX \underline{I},$$

Prin urmare

$$k_u = \frac{60}{n_n} \left(\sqrt{\left(\frac{U_{bn}}{I_n} \right)^2 - X^2 - R} \right).$$

Cu valorile numerice din enunț rezultă:

$$k_u = \frac{60}{n_n} \left[\sqrt{\left(\frac{220}{1,85} \right)^2 - 51,83^2 - 10} \right] = \frac{60}{n_n} \cdot 97 = \frac{60}{9\,000} \cdot 97 = 0,647.$$

La variația tensiunii la borne turația n rezultă din ecuația tensiunilor:

$$\underline{U}_b = (R + k_u n) \underline{I}_n + jX \underline{I}_n.$$

Prin urmare :

$$n = \frac{60}{k_u} \left(\sqrt{\left(\frac{U_b}{I_n} \right)^2 - X^2 - R} \right)$$

Pentru $U_b = 0,9 U_{bn}$, cu valorile numerice din enunț rezultă turația :

$$n = 7\,756,4 \text{ rot/min} = 0,861 n_n$$

iar pentru $U_b = 1,1 U_{bn}$ turația :

$$n = 10\,210,63 \text{ rot/min} = 1,135 n_n$$

7.4. Un motor asincron trifazat cu inele are următoarele caracteristici :

$$P_n = 1\,000 \text{ kW}, U_{1n} = 6\,000 \text{ V}, \cos \varphi_n = 0,90, \eta_n = 0,92,$$

$$n = 1\,485 \text{ rot/min}, f_1 = 50 \text{ Hz}, 2p = 4 \text{ poli}, U_{20} = 1\,000 \text{ V} \text{ și } I_{2n} = 660 \text{ A}$$

Parametrii circuitului rotorului sînt :

$$R_2 = 0,8 \cdot 10^{-2} \Omega, \quad X_{\sigma 2} = 2,4 \cdot 10^{-2} \Omega.$$

Se cere să se calculeze caracteristicile unei excitatoare trifazate de joasă frecvență tip Leblanc pentru creșterea factorului de putere în regim nominal la valoarea $\cos \varphi'_n = 0,98$, știind că la funcționarea în gol curentul primar are componentele activă $I_{10a} = 3,4 \text{ A}$ și $I_{10r} = 35 \text{ A}$, iar factorul de raportare a curentului secundar la primar este $k_i = \frac{I'_2}{I_2} = \frac{1}{6}$.

Înfășurările statorului și rotorului sînt conectate în stea.

Soluție. În anumite condiții tensiunea U_c la bornele excitatoarei de joasă frecvență (denumită și compensator de fază) tip Leblanc este defazată înaintea curentului secundar cu $\pi/2$. În figură s-a reprezentat diagrama de fazori a motorului asincron echipat cu compensator de fază.

Curentul nominal al excitatoarei este curentul nominal din rotorul motorului asincron.

Tensiunea nominală la bornele compensatorului se determină din diagrama de fazori; din figura 7.3 rezultă următoarea relație :

$$\underline{U}_{20} + \underline{U}_c = \underline{Z}_2 \underline{I}_{2c}$$

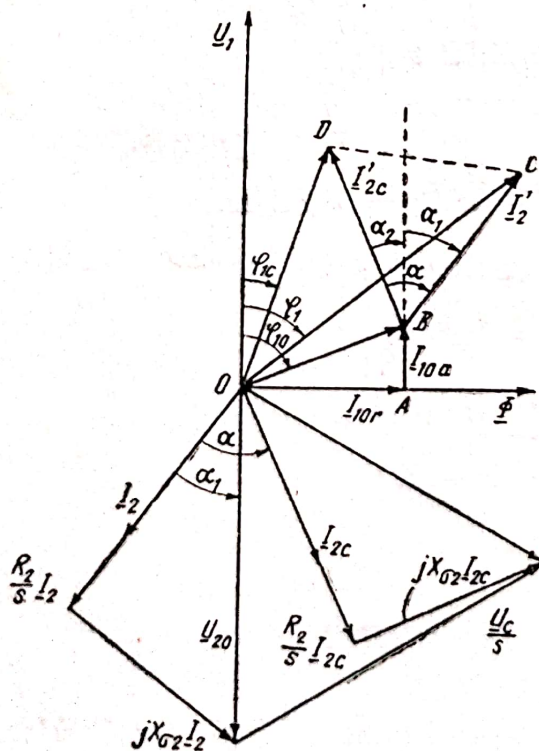


Figura 7.3.

în care impedanța circuitului [rotorului motorului asincron este

$$Z_2 = \frac{R_2}{s} + jX_{\sigma 2}.$$

Prin urmare

$$U_c = s \sqrt{U_{20}^2 + (Z_2 I_2)^2 - 2U_{20}Z_2 I_2 \cos \alpha}.$$

Unghiul $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$ se determină astfel: din conturul poligonal $OABC$ pentru sarcina nominală rezultă:

$$I_{1n} \sin \varphi_1 = I_{10a} + I'_{2n} \sin \alpha_1$$

$$I_{1n} \cos \varphi_1 = I_{10a} + I'_{2n} \cos \alpha_1$$

sau

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{I_{10r} + I'_{2n} \sin \alpha_1}{I_{10a} + I'_{2n} \cos \alpha_1}.$$

Asemănător, din conturul poligonal $OABD$ rezultă:

$$\operatorname{tg} \varphi_{1c} = \frac{I_{10r} - I'_{2c} \sin \alpha_2}{I_{10a} + I'_{2c} \cos \alpha_2} = \frac{I_{10r} - I'_{2n} \sin \alpha_2}{I_{10a} + I'_{2n} \cos \alpha_2}$$

pentru că $I'_{2c} = I'_{2n}$, cuplul rezistent fiind constant și egal cu cuplul nominal.

Din aceste relații, unde $I'_{2n} = k_i I_{2n} = \frac{660}{6} = 110$ A, $\varphi_1 = \varphi_n$; $\varphi_{1c} = \varphi'_n$, $\alpha_1 = 10^\circ 20'$; $\alpha_2 = 6^\circ 30'$, prin urmare $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = 16^\circ 50'$ iar tensiunea nominală la bornele compensatorului de fază este

$$\begin{aligned} U_{cn} &= s_n \sqrt{U_{20f}^2 + \left[\left(\frac{R_2}{s_n} \right)^2 + X_{\sigma 2}^2 \right] I_{2n}^2 - 2U_{20f} I_{2n} \sqrt{\left(\frac{R_2}{s_n} \right)^2 + X_{\sigma 2}^2} \cos \alpha =} \\ &= 0,01 \left[\left(\frac{1000}{\sqrt{3}} \right)^2 + \left[\left(\frac{0,8 \cdot 10^{-2}}{0,01} \right)^2 + 2,4^2 \cdot 10^{-4} \right] 660^2 - \right. \\ &\quad \left. - 2 \frac{1000}{\sqrt{3}} 660 \cdot \sqrt{\left(\frac{0,8 \cdot 10^{-2}}{0,01} \right)^2 + 2,4 \cdot 10^{-2} \cos 16^\circ 50'} \right]^{1/2} = 1,675 \text{ V.} \end{aligned}$$

Puterea nominală a compensatorului de fază este:

$$S_n = 3U_{cn} I_{2n} = 3340 \text{ VA} = 3,34 \text{ kVA}.$$

Capitolul 8.

PROBLEME PROPUSE

1. Se consideră un circuit magnetic cu trei coloane de forma și dimensiunile din figura 8.1. Circuitul este realizat din tole avînd coeficientul de umplere $k_{Fe} = 0,95$. Pe coloana din mijloc este realizată o înfășurare avînd $w = 60$ spire.

Se cere să se determine curentul care trebuie să străbată înfășurarea astfel încît fluxul în întrefier, pe coloanele laterale, să fie $\Phi = 0,12 \cdot 10^{-2}$ Wb.

Care este tensiunea magnetică a întrefierului central?

Se neglijează umflările și se consideră $\mu_{Fe} = 2000$ $\mu_0 = \text{const.}$

$$R: I = 15,35 \text{ A}; F_8 = 635,95 \text{ A.}$$

2. O mașină electrică tetrapolară este formată din două armături cilindrice. Cîmpul magnetic în întrefier variază periodic după relația:

$$B_8 = B_{8\max} \sin p\alpha,$$

unde $B_{8\max} = 0,9 \text{ T}$.

Pînza de curent a indusului variază periodic în fază cu cîmpul magnetic și are valoarea $A = 280 \text{ A/cm}$.

Rotorul are următoarele dimensiuni:

- diametrul $D = 20 \text{ cm}$;
- lungimea ideală $l_i = 15 \text{ cm}$.

Se cere:

1. Să se calculeze cuplul electromagnetic care se produce în mașină.

2. Să se determine tensiunea electromotoare indusă într-o spiră a rotorului știind că are pasul diametral; turația mașinii este $n = 1500 \text{ rot/min}$.

$$R: M = 151,2 \text{ Nm}; U_e = 4,24 \sin p\alpha.$$

3. La încercarea în gol a unui transformator trifazat avînd puterea nominală $S_n = 10 \text{ MVA}$ și tensiunile nominale $U_1/U_2 = 110/35 \text{ kV}$, s-au măsurat: puterea activă $P_0 = 22 \text{ kW}$ și curentul de mers în gol $I_0 = 1 \text{ A}$; iar la încercarea în scurtcircuit s-au măsurat: pierderile în scurtcircuit $P_{sc} = 75 \text{ kW}$ și tensiunea de scurtcircuit $U_{sc} = 11 \text{ kV}$. Conexiunile transformatorului sînt Yy.

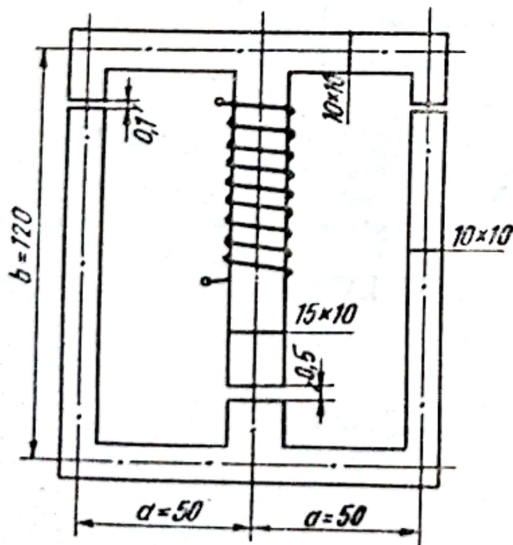


Figura 8.1.

Măsurătorile s-au efectuat pe partea de înaltă tensiune la curentul nominal.

Se cere:

1) Să se determine parametrii schemei echivalente în T a transformatorului, cu considerarea pierderilor în miez; se presupune că rezistența și reactanța de dispersie a înfășurării de joasă tensiune, raportate la înfășurarea de înaltă tensiune, sînt egale cu rezistența și reactanța de dispersie a înfășurării de înaltă tensiune.

2) Să se construiască diagrama de fazori corespunzătoare funcționării în sarcină nominală a transformatorului.

3) Să se determine parametrii schemei echivalente cu circuitul de magnetizare conectat la bornele primare.

$$R: R_1 = R'_2 = 4,54 \, \Omega; X_{\sigma 1} = X'_{\sigma 2} = 60,5 \, \Omega; R_m = 7,33 \cdot 10^3 \, \Omega; X_m = 63,08 \cdot 10^3 \, \Omega; C_1 \approx 1,001.$$

4. Un transformator monofazat avînd puterea nominală $S_n = 100 \, \text{kVA}$ și tensiunile nominale $U_1/U_2 = 6/0,4 \, \text{kV}$, funcționează în sarcină nominală. Tensiunea de scurtcircuit a transformatorului este $u_{sc} = 4\%$; pierderile nominale de scurtcircuit au valoarea $P_{sc} = 2,6 \, \text{kW}$, iar pierderile nominale la funcționarea în gol sînt $P_0 = 420 \, \text{W}$.

Se cere să se calculeze căderea de tensiune în transformator și randamentul corespunzător pentru cazurile cînd defazajul dintre curentul și

tensiunea secundară are valorile $\varphi = 0; \frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}$.

$$R: \Delta u = 2,646\%; 3,988\%; -0,232\%; \eta = 97\%; 95,9\%; 95,9\%.$$

5. Pentru un transformator trifazat avînd $S_n = 1600 \, \text{kVA}$, $U_{1n}/U_{2n} = 25/6,3 \, \text{kV}$, se cunosc după plăcuța indicatoare următoarele date:

- conexiunea Dy — 5;
- curentul de mers în gol $i_0 = 1,8\%$;
- pierderile la funcționarea în gol $P_0 = 3720 \, \text{W}$;
- tensiunea de scurtcircuit $u_{sc} = 6\%$;
- pierderile la scurtcircuit $P_{sc} = 20,2 \, \text{kW}$.

Se cere să se determine:

1. parametrii schemelor echivalente și factorii de putere ai transformatorului la funcționarea în gol, respectiv în scurtcircuit;
2. laturile triunghiului de scurtcircuit în procente și în volți;
3. randamentul maxim al transformatorului.

$$R: R_m = 8,49 \cdot 10^3 \, \Omega; X_m = 64,70 \cdot 10^3 \, \Omega; \cos \varphi_0 = 0,13; R_e I_{1n} = 315,7 \, \text{V} \sim 1,26\%;$$

$$X_e I_{1n} = 1466,4 \, \text{V} \sim 5,8\%; Z_e I_{1n} = 1500 \, \text{V} \sim 6\%; \eta_{max} = 0,9987.$$

6. Să se determine toate grupele de conexiuni din care pot face parte transformatoarele avînd schema de conexiuni Yz, respectiv Dy. Stiînd că înfășurările primare și secundare sînt bobinate în același sens, să se reprezinte schemele de conexiuni corespunzătoare fiecărei grupe.

7. Un transformator trifazat are raportul de transformare $k = 15$. Știind că în cazul unui scurtcircuit bifazat permanent pe secundar curentul de scurtcircuit are valoarea $I_{sc} = 750$ A, să se determine curenții din primar în cazul în care conexiunea transformatorului este Yy , respectiv Yz .

$$R: Yy: I_A = I_B = 50 \text{ A} \quad I_C = 0; Yz: I_A = I_C = 28,9 \text{ A}; I_B = 57,8 \text{ A}.$$

8. Trei transformatoare trifazate avînd tensiunile nominale $U_1/U_2 = 35/0,4$ kV și următoarele date nominale:

$$\begin{array}{ll} S_{n1} = 630 \text{ kVA}, & u_{sc1} = 6\% \\ S_{n2} = 400 \text{ kVA}, & u_{sc2} = 6,3\% \\ S_{n3} = 1000 \text{ kVA}, & u_{sc3} = 5,7\% \end{array}$$

funcționează în paralel. Considerînd îndeplinite celelalte condiții de funcționare în paralel, se cere să se determine modul de repartizare a puterii totale debitate, $S = 1600$ kVA, între cele trei transformatoare, precum și curentul debitat de fiecare dintre acestea.

$$R: S_1 = 488,46 \text{ kVA}, I_1 = 705,05 \text{ A}; S_2 = 295,36 \text{ kVA}, I_2 = 426,82 \text{ A}; S_3 = 816,18 \text{ kVA} \quad I_3 = 1179,45 \text{ A}.$$

9. Un transformator trifazat avînd puterea nominală $S_n = 400$ kVA și tensiunile nominale $U_1/U_2 = 15/0,4$ kV are pierderile de scurtcircuit $P_{sc} = 8300$ W și tensiunea de scurtcircuit $u_{sc} = 6\%$. Schema de conexiune a transformatorului este Yy .

Se cere să se determine schema echivalentă a transformatorului la funcționarea în scurtcircuit și valoarea maximă a curentului de scurtcircuit trifazat brusc al transformatorului.

$$R: R_e = 11,672 \Omega; X_e = 31,66 \Omega; I_{1scmax} = 477,1 \text{ A}.$$

10. La încercarea în scurtcircuit a unui autotransformator monofazat avînd puterea nominală $S_n = 630$ kVA s-a determinat puterea absorbită $P_{sc} = 9,6$ kW. Încercarea s-a efectuat pe partea de joasă tensiune. Știind că tensiunile nominale ale autotransformatorului sînt 660/400 V se cere să se determine:

1. Puterea aparentă transmisă pe cale electrică, respectiv electromagnetică.

2. Curentul absorbit și curentul debitat de autotransformator.

3. Rezistența porțiunii adiționale din înfășurare, respectiv rezistența porțiunii comune, în ipoteza că secțiunea conductorului este aceeași pe toată lungimea înfășurării.

$$R: S_e = 248,22 \text{ kVA}; S_{at} = 381,78 \text{ kVA}; I_2 = 1572 \text{ A}; I_1 = 954,54 \text{ A}; R_a = 0,00098 \Omega$$

11. O înfășurare trifazată bipolară, în dublu strat cu pas scurtat avînd $\frac{Y}{\tau} = \frac{7}{9}$, are $q = 3$ creștături pe pol și fază. Înfășurarea are $w = 45$ spire/fază și este parcursă de un sistem de curenți trifazat simetric, de valoare efectivă $I = 50$ A.

Se cere:

1. Să se reprezinte grafic curba tensiunii magnetice corespunzătoare momentului în care curentul este maxim prin faza $A - A'$.

2. Să se calculeze și să se reprezinte grafic fundamentală și armonicile 3, 5 și 7 ale curbei tensiunii magnetice în întrefier.

12. O mașină electrică are una din armături echipată cu o înfășurare trifazată, tetrapolară, având $q = 3$ creștături pe pol și fază și $w = 60$ spire pe fază. Înfășurarea este parcursă de un sistem de curenți trifazat simetric cu valoarea efectivă $I = 100$ A. Întrefierul echivalent are lărgimea $\delta = 1,5$ mm, iar frecvența este $f = 50$ Hz.

Se cere să se determine:

1. Valoarea fundamentalei tensiunii electromotoare indusă într-o spirală cu pas diametral așezată în întrefierul mașinii dacă lungimea ideală este $l_i = 20$ cm, iar pasul polar $\tau = 15$ cm.

2. Valoarea fundamentalei tensiunii electromotoare induse dacă deschiderea spirei este $Y = \frac{7}{9} \tau$.

$$R: U_{e2} = 13,8 \text{ V}; U_{e2} = 12,92 \text{ V}.$$

13. Să se reprezinte grafic factorii de înfășurare corespunzători fundamentalei și armonicilor 3, 5, 7, 11 pentru o înfășurare trifazată tetrapolară având $q = 4$ creștături pe pol și fază în ipotezele:

1. înfășurarea este executată cu pas diametral;

2. înfășurarea este executată cu pas scurtat având $\frac{Y}{\tau} = \frac{10}{12}$.

14. Un motor asincron trifazat tetrapolar de putere nominală $P_n = 5,5$ kW, are factorul de supraîncărcare $k_m = \frac{M_{max}}{M_n} = 2,3$. Știind că turația nominală a mașinii la frecvența $f = 50$ Hz este $n_n = 1440$ rot/min, se cere să se determine alunecarea maximă și cuplul de pornire al mașinii.

$$R: s_{max} = 17,5\%; M_p/M_n = 0,781.$$

15. Un motor asincron trifazat tetrapolar are puterea nominală $P_n = 100$ kW, tensiunea nominală $U_n = 380$ V la conexiunea stea, și frecvența $f_n = 50$ Hz. Parametrii înfășurărilor sînt: $r_1 = 0,02 \Omega$, $r'_2 = 0,01 \Omega$; $x_{\sigma 1} = 0,08 \Omega$; $x'_{\sigma 2} = 0,1 \Omega$. Factorul de raportare al rotorului la stator este $k = \frac{r'_2}{R_2} = 2,5$.

Se cere să se determine: rezistența adițională care trebuie conectată în circuitul rotorului astfel ca alunecarea corespunzătoare cuplului maxim să fie $s_m = 0,6$, valorile cuplului maxim și de pornire precum și alunecarea nominală pe caracteristica reostatică respectivă.

$$R: R_a = 0,0395 \Omega; M_{max} = 2553,4 \text{ Nm}; M_p = 2052,98 \text{ Nm}; s_n = 7,5\%.$$

16. Un motor asincron trifazat, cu rotorul bobinat și înfășurarea statorului conectată în triunghi, are puterea nominală $P_n = 75 \text{ kW}$, turația nominală $n_n = 980 \text{ rot/min}$ și tensiunea nominală $U_n = 380 \text{ V}$; motorul este pornit în gol, cu rotorul conectat în scurtcircuit.

Se cere să se determine:

1. timpul de pornire al mașinii știind că momentul de inerție al sistemului format de motor și agregat este $J = 10,6 \text{ kgm}^2$, rezistența rotorului, raportată, este $r'_2 = 0,02 \Omega$, iar reactanța de dispersie totală a mașinii are valoarea $x_\sigma = 0,2 \Omega$. Se neglijează rezistența înfășurării statorului.
2. valoarea pierderilor care se produc în rotor în timpul pornirii.
3. timpul de pornire dacă înfășurarea este conectată în stea în perioada pornirii.

$$R: t_p = 1,534 \text{ s}; Q = 56,5 \text{ kJ}; t_p = 4,602 \text{ s}.$$

17. Să se determine rezistența suplimentară care trebuie conectată în serie pe fiecare fază a rotorului unui motor asincron trifazat hexapolar cu turația nominală $n_n = 970 \text{ rot/min}$, astfel ca la regimul nominal turația să scadă la valoarea $n = 900 \text{ rot/min}$.

$$R: R_s = 2,33 R_2.$$

18. Parametrii schemei echivalente cu circuitul de magnetizare scos la borne a unui motor asincron trifazat tetrapolar cu rotorul în scurtcircuit sînt: $r_1 = 0,5 \Omega$; $r'_2 = 0,56 \Omega$; $x_{\sigma 1} = 1,3 \Omega$; $x'_{\sigma 2} = 1,7 \Omega$.

Știind că tensiunea nominală pe fază este $U_1 = 220 \text{ V}$ se cere să se determine:

1. cuplul maxim al mașinii și alunecarea corespunzătoare acestuia
2. curentul și cuplul de pornire.

$$R: M_{max} = 130,59 \text{ Nm}; s_{max} = 0,165; M_p = 51,2 \text{ Nm}; I_p = 69 \text{ A}.$$

19. O mașină sincronă trifazată cu poli aparenti avînd reactanțele sincrone $X_d = 6,5 \Omega$ și $X_q = 5,9 \Omega$ funcționează în sarcină avînd următoarele caracteristici: tensiunea la borne $U_n = 6 \text{ kV}$, factorul de putere nominal $\cos \varphi_n = 0,8$ inductiv, curentul nominal $I_n = 1000 \text{ A}$. Se neglijează valoarea rezistenței statorice.

Se cere să se determine tensiunea electromotoare indusă de fluxul inductor și unghiul intern la care funcționează mașina.

Înfășurarea statorului este conectată în stea.

$$R: U_e = 8,72 \text{ kV}; \beta = 31^\circ 30'.$$

20. Un turboalternator trifazat de putere nominală $S_n = 10 \text{ MVA}$ are tensiunea nominală pe fază $U = 6 \text{ kV}$ și reactanța sincronă $X_s = 12 \Omega$. Mașina debitează curentul nominal sub factorul de putere $\cos \varphi = 0,8$ inductiv.

Se cere să se determine capacitatea de supraîncărcare a mașinii în regimul considerat (încărcarea se consideră că se execută lent). Înfășurarea statorului este conectată în triunghi.

$$R: k_M = 2,118.$$

21. Un motor sincron cu 7 poli înecați avînd puterea nominală $P_n = 200$ kW, tensiunea nominală $U_n = 6$ kV, factorul de putere nominal $|\cos \varphi_n| = 0,8$ ind. și randamentul $\eta_n = 0,98$ funcționează în sarcină nominală. Știind că reactanța sincronă a mașinii este $x_s = 1,4$ u.r. se cere să se determine limita pînă la care poate fi încărcat brusc motorul fără ca acesta să iasă din sincronism.

Se neglijează rezistența înfășurării indusului, iar înfășurarea statorului se consideră conectată în stea.

$$R: P_{max} = 344 \text{ kW.}$$

22. Un hidrogenerator sincron, avînd tensiunea nominală $U_n = 400$ V, la conexiune stea a înfășurării indusului alimentează un receptor simetric rezistiv care absoarbe un curent de sarcină $I = 200$ A. Știind că parametrii pe fază ai înfășurării indusului sînt $R = 0,12 \Omega$; $X_d = 2,5 \Omega$; $X_q = 1,4 \Omega$, se cere:

1. Să se construiască diagrama de fazori a mașinii pentru regimul considerat.

2. Să se determine unghiul intern la care va funcționa mașina dacă debitează același curent de sarcină sub factorul de putere $\cos \varphi = 0,707$ ind, regimul de excitație și frecvența rămînînd neschimbate.

$$R: \beta = 34^\circ.$$

23. Un hidrogenerator sincron cu puterea nominală $S_n = 10$ MVA, tensiunea la borne $U_n = 6,3$ kV și factorul de putere nominal $\cos \varphi_n = 0,8$ ind, are parametrii înfășurării indusului $X_d = 4,2 \Omega$ și $X_q = 2,5 \Omega$.

Generatorul funcționează în sarcină nominală.

Se cere să se determine capacitatea de supraîncărcare a hidrogeneratorului la încărcare lentă în regim de excitație neschimbat, iar conexiunea înfășurării statorice este stea.

Se neglijează rezistența înfășurării indusului.

$$R: k_M = 2,162.$$

24. Două generatoare sincrone identice, trifazate, avînd înfășurările indusului conectate în stea funcționează în paralel, debitînd fiecare un curent $I = 400$ A, la tensiunea $U = 380$ V și factorul de putere $\cos \varphi = 0,707$ ind. Reactanța sincronă a celor două generatoare are valoarea $X_s = 1,3 \Omega$.

Se cere să se determine unghiul intern al fiecăruia dintre generatoare dacă în regim de excitație neschimbat repartitia puterilor active se face în raportul $P_1/P_2 = 3/1$, parametrii rețelei receptoare rămînînd constanți. Se neglijează rezistența înfășurării indusului.

$$R: \beta_1 = 53^\circ; \beta_2 = 15^\circ 20'$$

25. Un generator derivație de curent continuu funcționează în gol, avînd conectată în circuitul de excitație o rezistență suplimentară, astfel încît tensiunea la borne să aibă valoarea $U_b = 80$ V. Se scurtcircuitază brusc rezistența suplimentară astfel încît tensiunea la borne a generatorului devine $U_n = 120$ V. Curentul care străbate înfășurarea de excitație în acest regim este $I_e = 5$ A.

Știind că tensiunea remanentă este $U_r = 20$ V și constanta de timp proprie a circuitului de excitație are valoarea $T_e = 1$ s, se cere să se determine curba de variație în timp a tensiunii la borne.

Caracteristica de mers în gol a mașinii se consideră liniară.

$$R: u_b = 40(3 - e^{-t/6}).$$

26. Un motor serie de curent continuu cu caracteristica magnetică liniară are următoarele date nominale: puterea $P_n = 50$ kW, tensiunea la borne $U_n = 500$ V, turația $n_n = 750$ rot/min, randamentul $\eta_n = 0,93$.

Se cere să se determine:

1. Valoarea primei trepte a reostatului de pornire astfel ca la pornirea cu sarcină nominală a motorului curentul să nu depășească $1,5 I_n$, știind că rezistența totală a circuitului serie este $R_i + R_e = 0,4 \Omega$.

2. Valoarea rezistenței de reglaj care asigură funcționarea mașinii la turație nominală în cazul în care puterea la ax se reduce la $\frac{1}{2} P_n$. Randamentul mașinii în noul regim de funcționare este $\eta = 0,85$.

$$R: R_p = 2,7 \Omega; R_r = 3,85 \Omega.$$

27. Un motor de curent continuu derivație cu turația nominală $n_n = 2200$ rot/min și tensiunea nominală $U_n = 220$ V funcționează în sarcină, în regim nominal. Știind că mașina absoarbe în acest regim un curent de excitație $I_e = 10$ A, iar constanta de timp a circuitului de excitație este $T_e = 0,25$ s, se cere să se determine curba de variație în timp a turației dacă, la un moment dat, se introduce brusc în circuitul de excitație o rezistență suplimentară de valoare $R_e = 8 \Omega$.

Se neglijează căderea de tensiune în indus și se consideră că mașina are caracteristica de magnetizare liniară.

$$R: n = 2200 / (0,266 e^{-t/0,183} + 0,734)$$

28. Un motor derivație de curent continuu are următoarele date nominale:

- puterea $P_n = 40$ kW;
- tensiunea la borne $U_{bn} = 220$ V;
- randamentul $\eta_n = 0,85$.

Rezistența înfășurării indusului are valoarea $R_i = 0,1 \Omega$

Se cere să se determine valorile rezistențelor unui reostat de pornire cu 4 trepte care asigură variația cuplului electromagnetic al mașinii, în timpul pornirii, în limitele $M_n \dots 1,5 M_n$.

$$R: R_1 = 0,229 \Omega; R_2 = 0,152 \Omega; R_3 = 0,101 \Omega; R_4 = 0,104 \Omega.$$

29. Două generatoare de curent continuu cu excitație independentă, identice, prevăzute cu înfășurări de compensare a reacției indusului, funcționează în paralel debitând fiecare curentul $I = 200$ A, la tensiunea $U = 220$ V. Rezistența înfășurării indusului a celor două generatoare este $R_i = 0,2 \Omega$.

Se cere să se determine curentul de excitație al celor două generatoare raportat la curentul nominal, astfel încât întreaga putere cerută de rețea să fie debitată de primul generator. Circuitul magnetic al celor două generatoare se consideră nesaturat.

$$R: i_{a1} = 1,155; i_{a2} = 0,846.$$

30. Un motor serie de curent continuu are puterea nominală $P_n = 40 \text{ kW}$, tensiunea nominală $U_n = 500 \text{ V}$, turația nominală $n_n = 600 \text{ rot/min}$, randamentul nominal $\eta_n = 0,85$. Rezistența înfășurării indusului este $R_i = 0,1 \Omega$, iar rezistența înfășurării de excitație $R_e = 0,8 \Omega$.

În serie cu înfășurarea indusului este conectată o rezistență $R_s = R_i$.

Se cere să se determine valoarea rezistenței care trebuie conectată în paralel cu indusul pentru ca la mers în gol ideal turația mașinii să fie egală cu turația nominală.

Circuitul magnetic al mașinii se consideră nesaturat.

$$R: R_d = 4,42 \Omega.$$

SEMNIIFICAȚIA NOTAȚIILOR UTILIZATE

- A = aria secțiunii coloanei (14)
 A = pînză de curent (37)
 a = lărgimea creștăturii (40)
 $a_{1,2}$ = grosimea bobinelor transformatorului (46)
 a_{12} = lărgimea canalului de dispersie dintre înfășurările transformatorului (46).
 $a_{11,22}$ = lărgimea canalului de dispersie dintre bobinele aceleiași înfășurări (46).
 a = numărul căilor de curent (184)
 B = inducție magnetică (5), B_c = în coloană (137), B_d = în dinte (19), B_j = în jug (137), B_m = pe linia medie de cîmp (13), B_m = în miezul polului (259), B_p = în talpa polară (259), B_δ = în întrefier (5).
 b = valoarea instantanee a inducției (154)
 b = lățimea creștăturii (5), b_{cr} = deschiderea creștăturii înspre întrefier (152).
 b = lățimea piesei polare (10), b_m = lățimea polului, b_p = lățimea tălpii polare (259)
 b = înclinarea creștăturii (168)
 b_c = dimensiunea radială a conductorului înfășurării (131)
 b_d = lățimea dintelui (19)
 b_v = lățimea unui canal de ventilație (254)
 C = capacitate (360)
 c = capacitatea conductorului înfășurării, pe unitatea de lungime (132).
 c = dimensiunea geometrică (10)
 D = diametru (19), $D_{e,i}$ = diametru exterior, interior (29)
 D = inducție electrică (36)
 E = intensitatea cîmpului electric (32)
 $E_{d,i,h}$ = componenta directă, inversă, homopolară a tensiunii electromotoare (303)
 $E_{1,2}$ = tensiune electromotoare indusă în înfășurarea primară, secundară (84).
 E_0 = fazorul de deplasare a neutrului (98).
 F = lățimea ferestrei transformatorului (13)
 F = forță (35), F_a = axială (113), F_r = radială (113)
 f = densitate de forță (38)
 f = frecvența (28), f_p = pulsațiilor tensiunii la perii (321), f_1 = în stator (170)
 f_2 = în rotor (170).
 G_{Fe} = masa miezului feromagnetic (141)
 g = dimensiune geometrică (36)
 g_{10} = distanța înfășurării față de coloană (131)
 H = înălțime (13), H_B = a înfășurărilor transformatorului (46), H_c = coloanei transformatorului (137),
 h = înălțime (10), h_j = a jugului (259).
 h = înălțimea conductorului (34), h_c = critică a conductorului (34).
 H = intensitatea cîmpului magnetic (150), H_m = pe linia medie de cîmp (13), H_δ = în întrefier (5).
 h = valoarea instantanee a intensității cîmpului magnetic (151)
 I = curent (15), $I_{1,2}$ = primar, secundar (54); I_e = de excitație (23), I_{en} = la tensiunea nominală (264), I_f = pe fază (276), I_{nf} = la puterea nominală, (274), I_{scf} = de scurtcircuit (200), I_{k1} = de scurtcircuit monofazat (305), I_n = la puterea nominală (262), I_{1n} = în stator (196), I_{2n} = în rotor (203), I_p = de pornire (214), I_{1p} = în stator (209), I_{2p} = în rotor (198), I_0 = de mers în gol (56), I_{0a} = componenta activă (56), I_{0r} , $I_{0\mu}$ = componenta reactivă (197, 56), I_r = absorbit din rețea (235), I_s = de sarcină (288), $I_{1sc, 2sc}$ = de scurtcircuit primar, secundar (109), I'_2 = din rotor raportat (204), $I'_{2a, 2r}$ =

- componenta activă, reactivă (209), $I_{d,t,h}$ = componenta directă, inversă homopolară a curentului (96), $I_{2d,2f}$ = a curentului din rotor (251); I_{μ} = curentul de magnetizare (168)
- i = valoarea instantanee a curentului electric (40), i_e, i_f = de excitație (330, 335)
- J = densitate de curent (32)
- J = moment de inerție (239)
- K = număr de lamele la colector (316),
- K_p = coeficient de majorare a pierderilor (137)
- k = factori, k = factorul de raportare (53), k_C = factorul Carter (6), k_{Fe} = de umplere al miezului feromagnetic (18), k_M, k_p, k_m = de supraîncărcare (229, 267, 207), k_R = de majorare a rezistenței în curent alternativ (33), k_R = factorul Rogowski (46), $k_{ad,q}$ = factorul de raportare a solenatției longitudinale, transversale, $k_{d,q}$ = de formă al cimpului de reacție longitudinal, transversal (260), k_f = al cimpului magnetic inductor (260), $k_{w1,w2}$ = factorul de înfășurare al statorului, rotorului (201), k_i = datorită înclinării (167), k_q, k_{q1}, k_{q2} = de repartizare (160), $k_{y1,y2}$ = de scurtare (22, 201).
- k = raportul de transformare (62), k' = inversul raportului de transformare (107), k_w = raportul de înfășurare (75).
- k = capacitatea dintre spire pe unitatea de lungime (132)
- k_s = cuplul sincronizant specific (301)
- L = lungime (14), L_j = a jugului (137)
- l = lungime (5), l_b = a conductorului bobinei (29), l_c = a conductorului (315), l_i = lungimea ideală a indusului (23), l_m = echivalentă a liniei de cimp (46), $l_{m1,m2}$ = lungimea spirei medii a înfășurării primare, secundare (53).
- L = inductivitate (18), L_b = de dispersie a unei bobine (176), L_e, L_f = inductivitatea înfășurării de excitație (297, 334), $L_{u1,u2}$ = utilă a înfășurării primare, secundare (45), $L_{11,22}$ = proprie a înfășurării primare, secundare (44), L_{12} = mutuală (45), $L_{\sigma 1,\sigma 2}$ = de dispersie primară, secundară (44).
- L = inductivitate ciclică, $\mathcal{L}_{11}$ = a unei faze din stator în raport cu înfășurarea statorului (161), $\mathcal{L}_{12}$ = a unei faze din stator în raport cu înfășurarea rotorului (161), $\mathcal{L}_{21}$ = a unei faze din rotor în raport cu înfășurarea statorului (161), $\mathcal{L}_{22}$ = a unei faze din rotor în raport cu înfășurarea rotorului (161).
- M = cuplu (37), M = electromagnetic (351), M_f = de frinare (236), M_{max} = maxim (206), M_{min} = minim (225), M_n = nominal (206), M_p = de pornire (209), M_p = cuplu de pierderi (340), M_{pn} = la turația nominală (340), M_r = cuplu rezistent (233), M_{sc} = de scurtcircuit (352), M_0 = de mers în gol (206).
- m = cuplul electromagnetic pe unitatea de lungime (38),
- m = număr de faze (177).
- N = număr de spire (26), $N_{1,2}$ = al înfășurării primare, secundare (175).
- N = număr de conductoare ale înfășurării (315)
- N_b, n_b = număr de bobine pe fază (149, 177)
- n_e = număr de laturi de bobină pe fază (177)
- n_{c1}, n_{c2} = număr de conductoare în creștătura statorului, rotorului (200)
- n = numărul canalelor de ventilație (254)
- n = turație (23), n_n = la puterea nominală (339), n_s, n_1 = de sincronism (168, 195), n_0 = de mers în gol ideal (348).
- P = putere P_a, P_1 = absorbită (359, 204) $P_{ca,cc}$ = specifică în curene alternative, continuu (33), P_d = debitată în regim dinamic (293), P_e = putere electromagnetică (204), P_e'' = în regim supratranzitoriu (272), P_{mec} = putere mecanică (207), P_n = puterea nominală (196), P_{sc} = în regim de scurtcircuit (56), P_u, P_2 = cedată pe cale mecanică (355, 204), P_0 = absorbită la funcționarea în gol (56)
- p = putere instantanee (133), p_a = activă (133), p_r = reactivă (133)
- $P_{cu1,cu2}$ = pierderi în înfășurarea statorului, rotorului (204),
- P_{Fe} = pierderi în fier (65), $P_{f,v}$ = de frecare și ventilație (207), $P_{f1,f2}$ = pierderi în înfășurarea primară, secundară (61), P_{mec} = pierderi mecanice (212), P_s = pierderi suplimentare (213), P_0 = pierderi nominale la mers în gol (196).
- p_{Fe} = pierderi specifice în fier (137)
- p = numărul de perechi de poli (23)
- Q = putere reactivă (141)

- q = putere de magnetizare specifică, q_{δ} = a întrefierului (140), q_{Fe} = a materialului, feromagnetic (140)
 Q = cantitate de căldură (241)
 q = număr de creștături pe pol și fază (149).
 R = dimensiune geometrică-rază (38), R_e = exterioară (31), R_i = interioară (31).
 r = dimensiune geometrică-rază (30)
 R = rezistență (38), R = a indusului (265), R_v = interioară a voltmetrului (130), R_{aj} = a porțiunii adiționale comune a înfășurării autotransformatorului (144), R'_a = sistemului de amortizare, raportată (302), $R_{ca,cc}$ = rezistența în curent alternativ, continuu (34), $R_{d,i,h}$ = directă, inversă, homopolară (303), R_d = în paralel de indusul (350), R_e = echivalentă a transformatorului, motorului (57, 227), R_e, R_f = rezistența înfășurării de excitație (330, 334), R_i = înfășurării indusului (315), R_k = înfășurării polilor de comutație (324), R_m = ramurii de magnetizare (57), R_p = reostatului de pornire (340), R_s = circuitului serie (343), R_s = rezistența suplimentară (353), R_{sc} = echivalentă al scurtcircuit (199), R_o = ramurii de magnetizare (61), $R_{1,2}$ = rezistența înfășurării primare, secundare (53), R'_2 = pe fază a rotorului, raportată (196).
 r_i = rezistența indusului, valoarea relativă (345), r_1 = înfășurării primare în schema echivalentă cu circuitul de magnetizare scos la borne (203), r'_2 = înfășurării secundare, raportată în schema echivalentă cu circuitul de magnetizare scos la borne (203)
 R = reluctanță magnetică (19)
 S = arie (13), S_{Fe} = netă a secțiunii miezului (16) S_{Fec} = netă a coloanei (137), S_{Fej} = netă a jugului (137), S_f = fețelor frontale ale cilindrului (24), S_1 = laterală a cilindrului (24), S_{δ} = aria întrefierului (16)
 s_c = aria secțiunii conductorului (315), $s_{cu 1, cu 2}$ = aria secțiunii conductorului înfășurării primare, secundare (53)
 S = putere aparentă, S_e = transferată pe cale electromagnetică (144), S_{el} = transferată pe cale galvanică (144), S_n = nominală (54).
 s = alunecare (195), s_f = în momentul frînării (236), $s_{f,i}$ = finală, inițială (239), s_m, s_{max} = corespunzătoare cuplului maxim (210, 217), s_n = la sarcină nominală (198), s_p = la pornire (217).
 T = constanta de timp (123), T_a = a indusului (361), T'_d = a înfășurării de excitație cu indusul scurtcircuitat și amortizarea deschisă (299), T''_d = a înfășurării de amortizare longitudinale cu excitația și indusul scurtcircuitat (299), T'_{d0} = a înfășurării de excitație când toate circuitele sînt deschise (299) T''_{d0} = a înfășurării de amortizare când excitația este scurtcircuitată și indusul deschis (299), T_e, T_f = a înfășurării de excitație (330, 334), T_m = mecanică (361), T''_q = a amortizorului în axa transversală înfășurarea indusului fiind scurtcircuitată (299), T''_{d0} = a amortizorului în axa transversală celelalte circuite fiind deschise (299).
 T = perioadă (157).
 T_n = tensorul lui Maxwell (42).
 t = timp (13), t_p = de pornire (239).
 t = temperatura mediului ambiant (234).
 $t_{1,2}$ = pasul dentar al statorului, rotorului (168).
 U = tensiune, U_b = la borne (324), U_{bn} = nominală la borne (341), U_c = pe coloană (84), $U_{d,i,h}$ = componenta directă, inversă, homopolară a tensiunii (303), U_i = tensiunea la bornele indusului (358), U_n = tensiune nominală (323), U_{nf} = nominală pe fază (262), U_r = remanentă (330), U_{sc} = de scurtcircuit (56) U_{scf} = de scurtcircuit pe fază (200), U_o = la funcționarea în gol (263), $U_{1l, 2l}$ = de linie primară, secundară (83), $U_{1n, 2n}$ = nominală primară, secundară (44), $U_{1nf, 2nf}$ = nominală pe fază primară, secundară (64).
 u = tensiune, valoare relativă (278), u_{sc} = de scurtcircuit (59), $u_{sca, scr}$ = componenta activă, reactivă a tensiunii de scurtcircuit, valoare relativă (59).
 U_e = tensiune electromotoare indusă (25), în regim nominal (353), U_{e1}, U_{sp} = într-o spiră (25, 44), U_{e1} = de fundamentala cimpului (164), U_{e2} = într-o bară a rotorului în repaus (167), U_{e2s} = într-o bară a rotorului în mișcare

- (168), U_r = de cîmpul rezultat (262), U_{20} = în rotor, la funcționarea cu înfășurarea deschisă (197)
- u_e = tensiune electromotoare indusă, valoare instantanee (28)
- u_{e0} = tensiunea electromotoare la mers în gol, valoare relativă (278)
- u = număr de creștături elementare corespunzătoare unei creștături fizice (315).
- V = potențial (6), V_m = magnetic (10), V_0 = magnetic de referință (9)
- V = tensiune magnetică (16), V_m = valoare maximă (150)
- V = volum (36)
- v = viteză (25)
- W = energie, W_e = electrică (36), W_{Fe} = corespunzătoare pierderilor în fier (136), W_j = corespunzătoare pierderilor în înfășurări (136), W_m = magnetică (36), W_2 = utilă (136).
- w = potențial complex (8)
- w = număr de spire (14), w_e = al înfășurării de excitație (23), w_i = al galeților de intrare (115), w_r = al galeților de reglaj (115), w_s = al unei bobine (23), w_u = pe unitatea de rază (30), $w_{1,2}$ = al înfășurării primare, secundare (44).
- X = reactanță, $X_{ad, aq}$ = longitudinală, transversală corespunzătoare fluxului de reacție (260), X_c = de dispersie a porțiunii de înfășurare din creștătură (255), $X_{d, q}$ = sincronă longitudinală, transversală (265), $X_{d, i, h}$ = directă, inversă, homopolară (303), X'_d = tranzitorie longitudinală (299), $X''_{d, q}$ = = supratranzitorie longitudinală, transversală (271), X_{ds} = sincronă longitudinală saturată (279), X_e = echivalentă a transformatorului, motorului, (57, 227) X_m = ramurii de magnetizare (57), X_s = în circuitul de sarcină (62), X_s = în serie cu înfășurarea (215), X_s = sincronă (261), X_u = corespunzătoare fluxului inductor (260), X_0 = ramurii de magnetizare (61), $X_{11,22}$ = proprie a înfășurării primare, secundare (55), X_{12} = mutuală (55), X_σ = reactanța de dispersie (46), $X_{\sigma 1, \sigma 2}$ = a înfășurării primare, secundare (53), $X'_{\sigma 2}$ = secundară raportată (196).
- x = reactanță, valoare relativă, $x_{d, q}$ = sincronă longitudinală, transversală (274), x_s = sincronă (281).
- $x_{\sigma 1}$ = reactanța de dispersie a primarului în schema echivalentă cu circuitul de magnetizare la borne (203).
- $x'_{\sigma 2}$ = reactanța de dispersie a secundarului, raportată, în schema echivalentă cu circuitul de magnetizare la borne (203).
- Y = deschiderea bobinei (26).
- Y = pasul înfășurării (164)
- y = pasul înfășurării, y = rezultat (316). y_d = diametral (163), y_1 = de ducere (316), y_2 = de întoarcere (316).
- y_f = pasul între începuturile a două faze vecine (178)
- y_k = pasul legăturilor echipotențiale (316)
- Z = număr de creștături (19), $Z_{1,2}$ = în stator, rotor (161)
- Z = impedanța, $Z_{d, i, h}$ = directă, inversă, homopolară (303), Z_e = echivalentă a transformatorului, motorului (57, 227) Z_m = corespunzătoare circuitului magnetic (82) Z_n = nominală pe fază (274), Z_s = sincronă (280), Z_{se} = echivalentă la scurtcircuit (98), Z_0 = echivalentă la mers în gol (61), Z_1 = pe fază a înfășurării primare, $Z_{11,22}$ = înfășurării primare, secundare (55), Z'_2 = rotorului, raportată la stator (205).
- $\alpha_{e, g}$ = unghiul electric, geometric între două creștături vecine (187), α_p = unghiul de deschidere al polului (23).
- α_i = factorul de acoperire polară ideală (153).
- β = factor de încărcare al transformatorului (59)
- β = unghiul intern (261), β_{max} = corespunzător puterii electromagnetice maxime (270), β_n = la putere nominală (270)
- γ = densitatea fierului (137)
- γ = unghiul electric între două creștături vecine (160).
- Δ = grosimea tolei (29)

δ_{iz}	= grosimea izolației (131).
ΔP	= creștere a puterii (289).
ΔU	= cădere de tensiune (65)
δ	= întrefier (5), δ'' = echivalent (160).
ϵ_r	= permitivitate dielectrică relativă (35)
η	= randament (66), η_n = nominal (196)
θ	= solenație (13)
θ	= temperatură (70), θ_a = a mediului ambiant (212).
λ	= permanență specifică, λ_c = a creștăturii (175), λ_i = a stratului inferior (176), λ_s = a stratului superior (176), λ_m = mutuală între straturi (176).
μ	= permeabilitate magnetică, μ_{Fe} = a fierului (7), μ_0 = a vidului (6).
ρ	= rezistivitate electrică (32)
ρ	= densitate de masă (240)
σ	= conductivitate electrică (32)
σ	= coeficient de dispersie, $\sigma_{1,2}$ = total al înfășurării primare, secundare (45), $\sigma_{12,21}$ = parțial al înfășurării primare, secundare (45).
τ	= pasul polar (25)
τ_c	= pasul creștăturii (5)
Φ	= flux magnetic (5), Φ_f = fascicular (298), Φ_n = nominal (340), Φ_p = în regim staționar (121), Φ_{tot} = total (298), Φ_{11} = total corespunzător fundamentalei cîmpului (161), Φ_δ = în întrefier (259)
φ	= flux magnetic, valoare instantanee (13), φ_r = flux remanent (121), φ_Γ = flux fascicular (25).
φ	= defazaj (37), φ_n = la putere nominală (196), φ_{sc} = la scurtcircuit (199), φ_0 = la mers în gol (196), φ_{1n} = nominal primar (202).
Ω	= viteză unghiulară (358), $\Omega_{d,i}$ = a undei directe, inverse (152), Ω_n = nominală (220).
Ω_0	= pulsația pendulațiilor proprii ale rotorului (301)
ω	= pulsație (13), ω_1 = a mărimilor din stator (207), ω_s = a mărimilor din rotor la alunecarea s.



BIBLIOGRAFIE

1. Bălă, C., *Mașini electrice*. vol. I și II. București, Litografia I.P.B. 1972—1973.
2. Gheorghiu, I. S., Fransua, Al. S., *Tratat de mașini electrice* vol. I. *Mașini de curent continuu*. București, Editura Academiei, 1968.
vol. II. *Transformatoare electrice*. București, Editura Academiei, 1969.
vol. III. *Mașini asincrone*. București, Editura Academiei, 1971.
vol. IV. *Mașini sincrone*. București, Editura Academiei, 1972.
3. Gheorghiu, I. S., *Mașini electrice. Probleme și aplicații industriale* vol. I, II, București, Editura tehnică, 1966.
4. Răduleț, R., *Bazele electrotehnicii. Probleme*, vol. I, București, Editura didactică și pedagogică, 1972.
5. Fransua, Al. S., *Mașini și acționări electrice*. București, Editura didactică și pedagogică, 1967.
6. Nedelcu, V., *Mașini electrice*, București, Editura didactică și pedagogică, 1968.
7. Dordea, T. *Mașini electrice*, București, Editura didactică și pedagogică, 1967.
8. Moraru, A. *Mașini electrice*, București, Litografia I.P.B., 1972.
9. Bălă, C., *Proiectarea mașinilor electrice*, București, Editura didactică și pedagogică, 1967.
10. Richter, R., *Mașini electrice*.
vol. I. *Mașini de c.c.*, București, Editura tehnică, 1958.
vol. II. *Mașina sincronă și mașina comutatoare*, București, Editura tehnică, 1959.
vol. III. *Transformatorul*, București, Editura tehnică, 1960.
vol. IV. *Mașini asincrone*, București, Editura tehnică, 1961.
vol. V. *Mașini de c.a. mono și polifazate*, București, Editura tehnică, 1961.
11. Kostenko, M., Piotrovski, L., *Machines Electriques*. Tome I et II. Moscou, Edition Mir, 1969.
12. Timotin, A., ș.a. *Bazele electrotehnicii*, București, Editura didactică și pedagogică 1971.

Tiraj: 4400 ex. S.P. 80 ex. legate. Coli de tipar: 25.
Hîrtia: Scris I A 80 g/m². Format: 16/70×100. Bun
de tipar: 26.XI.1974. Nr. plan: 5288. Ediția: 1974.



Întreprinderea Poligrafică Cluj-Napoca
Str. Brassai nr. 5—7.
Republica Socialistă România
Comanda nr. 402